(2) the family of domains Δ_j is infinite and has a unique condensation point t_0.

Theorem 1. *Let a t_0^c-rectifiable curve Γ be a perturbation of type $A(t_0)$ of a smooth curve Γ', and $f \in H_\nu(\Gamma)$. Then singular integral $\mathcal{S}^\Gamma f$ exists at all points of the curve including the condensation points t_0 if the series*

$$\sum_{j=1}^{+\infty} \iint\limits_{\Delta_j} \frac{dx\,dy}{\operatorname{dist}^q(x+iy;\Gamma)}, \quad \sum_{j=-1}^{-\infty} \iint\limits_{\Delta_j} \frac{dx\,dy}{\operatorname{dist}^q(x+iy;\Gamma)} \tag{6}$$

converge for certain $q > 2(1-\nu)$.

Note that the integral

$$\iint\limits_{\Delta_j} \frac{dx\,dy}{\operatorname{dist}^q(x+iy;\Gamma)}$$

diverges for $q \geq 1$ if the set $\Gamma \cap \gamma_j$ contains a continuum. Therefore, the assumptions of Theorem imply the inequality $\nu > 1/2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gakhov F. D.* Boundary value problems. M. : Nauka, 1977.
2. *Muskhelishvili N. I.* Singular integral equations. Groningen : Wolters-Noordhoff Publ., 1967.
3. *Lu Jian-Ke* Boundary value problems for analytic functions. Singapore : World Scientific, 1993.
4. *Stein E. M.* Singular integrals and differential properties of functions. Princeton : Princeton Univ. Press, 1970.
5. *Abreu-Blaya R., Bory-Reyes J., Kats B.A.* The Cauchy type integral and singular integral operator over closed Jordan curves // Monatshefte fur Mathematik. 2015. Vol. 176, № 1. P. 1–15.
6. *Markushevitch A. I.* Selected chapters of theory of analytic functions. M. : Nauka, 1976.

УДК 517.53

НАИЛУЧШИЕ РАВНОМЕРНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ КОШИ С ЛОГАРИФМИЧЕСКИМИ И СТЕПЕННО-ЛОГАРИФМИЧЕСКИМИ ОСОБЕННОСТЯМИ МЕР

Е. В. Ковалевская (Гродно, Беларусь),
А. А. Пекарский (Минск, Беларусь)
lenchik.kovalevskaya@gmail.com, pekarskii@gmail.com

Пусть μ — комплексная борелевская мера с компактным носителем, принадлежащим $\mathbb{R}$. Тогда функцию

$$\hat{\mu}(z) = \int \frac{d\mu(t)}{t-z}dt, z \in \mathbb{C},$$

называют преобразованием Коши меры μ. Если, дополнительно, мера μ положительна, то $\hat{\mu}$ называют функцией Маркова.

Пусть K — компакт в $\mathbb{C}$ и функция f непрерывна на K $(f \in C(K))$. Через $\mathcal{R}_n$ обозначим множество рациональных функций степени не выше n, $n \in \mathbb{N}$. Для $f \in C(K)$ введем наилучшее равномерное приближение посредством множества $\mathcal{R}_n$, т.е.

$$R_n(f, K) = \inf\{\|f - r\|_{C(K)} : r \in \mathcal{R}_n\}.$$

Далее считаем $I = [-1, 1]$ и $\Delta = \{z : |z| \leq 1\}$.

В работе [1] было получено обобщение леммы Н.С.Вячеславова (см. [2], лемма 4) для логарифмических и степенно-логарифмических весов. Это позволило нам получить новые результаты о наилучших рациональных приближениях преобразований Коши и, в частности, функций Маркова. Сформулируем некоторые из этих результатов.

Теорема 1. *Пусть комплексная борелевская мера μ с носителем на отрезке $[1, a]$, $1 < a < \infty$, абсолютно непрерывна относительно меры Лебега и существуют постоянные $c_1 > 0$ и $\beta < -1$ такие, что*

$$\left|\frac{d\mu(t)}{dt}\right| \leq c_1 \ln^{\beta} \frac{2a}{t-1}, 1 < t \leq a. \tag{1}$$

Тогда для любого $n \in \mathbb{N}$ выполняются неравенства

$$R_n(\hat{\mu}, I) \leq c_2 n^{\beta}, \tag{2}$$

$$R_n(\hat{\mu}, \Delta) \leq c_3 n^{\beta}. \tag{3}$$

Здесь c_2, c_3 — положительные величины, зависящие лишь от c_1, a и β.

Отметим, что оценки (2) и (3) являются точными в смысле порядка. Именно, если мера μ является положительной и вместе с (1) имеет место обратное неравенство (возможно с другой постоянной $c_1 > 0$), то в (2) и (3) также выполняются обратные неравенства.

Теорема 2. *Пусть комплексная борелевская мера μ с носителем на отрезке $[1, a], 1 < a < \infty$, абсолютно непрерывна относительно меры Лебега и существуют постоянные $c_4 > 0$, $\alpha > 0$ и $\beta \in \mathbb{R}$ такие, что*

$$\left|\frac{d\mu(t)}{dt}\right| \leq c_4 (t-1)^{\alpha} \ln^{\beta} \frac{2a}{t-1}, 1 < t \leq a.$$

Тогда для $n \in \mathbb{N}$ выполняются неравенства

$$R_n(\hat{\mu}, I) \le c_5 n^{\frac{\beta}{2}} \exp(-\pi\sqrt{2\alpha n}),$$

$$R_n(\hat{\mu}, \Delta) \le c_6 n^{\frac{\beta}{2}} \exp(-\pi\sqrt{\alpha n}).$$

где c_5, c_6 — положительные величины, зависящие лишь от c_4, α, β.

Теорема 3. *Пусть комплексная борелевская мера μ с носителем на отрезке $[1, a]$, $1 < a < \infty$, абсолютно непрерывна относительно меры Лебега и существуют постоянные $\alpha > 0$ и $\beta \in \mathbb{R}$ такие, что*

$$\frac{d\mu(t)}{dt} \asymp (t-1)^{\alpha} \ln^{\beta} \frac{2a}{t-1}, 1 < t \le a.$$

Тогда для $n \in \mathbb{N}$ выполняются порядковые соотношения

$$R_n(\hat{\mu}, I) \asymp n^{\frac{\beta}{2}} \exp(-2\pi\sqrt{\alpha n}),$$

$$R_n(\hat{\mu}, \Delta) \asymp n^{\frac{\beta}{2}} \exp(-\pi\sqrt{2\alpha n}).$$

Отметим, что теорема 3 для $\beta = 0$ получена ранее вторым из авторов в [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ковалевская Е. В., Пекарский А. А.* Построение экстремальных произведений Бляшке // Веснік ГрГУ ім. Я. Купалы. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. 2017. Т. 7, сер. 2, № 1. С. 6–14.

2. *Вячеславов Н. С.* О наименьших уклонениях функции $\operatorname{sign} x$ и её первообразных от рациональных функций в метриках L_p, $0 < p < \infty$ // Матем. сб. 1977. Т. 103(145), № 1(5). С. 24–36.

3. *Пекарский А. А.* Наилучшие равномерные рациональные приближения функций Маркова // Алгебра и анализ. 1995. Т. 7, № 2. С. 121–132.

УДК 517.518.28

НЕРАВЕНСТВО МИНКОВСКОГО ДЛЯ ПРОСТРАНСТВ С НЕСИММЕТРИЧНОЙ НОРМОЙ[1]

А. И. Козко (Москва, Россия)

prozerpi@yahoo.co.uk

Несимметричные нормы изучались в работах Е. П. Долженко, Е. А. Севастьянова [1], А. И. Козко [2, 3], А. -Р. К. Рамазанова, Б. М. Ибрагимовой [4], Бабенко В.Ф. и многих других. Ссылки на литературу см. в работах [5, 6]. В этих работах рассматривались различные вопросы

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-01-00295).