Получены следующие критерии для систем K-Рисса – Фишера.

Теорема 1. *Пусть K-монотонное CB-пространство с несчетным безусловным каноническим базисом $\{\delta_\alpha\}_{\alpha\in I} \subset K$, биортогональные системы $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ и $\{x_\alpha^*\}_{\alpha\in I}$ полны. Для того, чтобы $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ была системой K-Рисса-Фишера, необходимо и достаточно, чтобы существовал ограниченно обратимый оператор $T \in L(X, K)$, что $Tx_\alpha = \delta_\alpha, \forall\ \alpha \in I$.*

Следствие 1. *Пусть K-монотонное CB-пространство с несчетным безусловным каноническим базисом $\{\delta_\alpha\}_{\alpha\in I} \subset K$, биортогональные системы $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ и $\{x_\alpha^*\}_{\alpha\in I}$ полны. Для того, чтобы $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ была системой K-Рисса-Фишера, необходимо и достаточно, чтобы существовали такие постоянные $M > 0$ и $m > 0$, что для любого конечного набора $\{\lambda_\alpha\}$ имеет место*

$$m \left\|\{\lambda_\alpha\}\right\|_K \leq \left\|\sum_\alpha \lambda_\alpha x_\alpha\right\|_X \leq M \left\|\{\lambda_\alpha\}\right\|_K .$$

Пусть пространство X имеет несчетный безусловный базис $\{\varphi_\alpha\}_{\alpha\in I}$ с пространством последовательностей коэффициентов K_φ. Справедлива следующая теорема.

Теорема 2. *Пусть биортогональные системы $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ и $\{x_\alpha^*\}_{\alpha\in I}$ полны. Тогда для того, чтобы $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ была системой K_φ-Рисса-Фишера, необходимо и достаточно, чтобы оператор $A_\lambda : K_\varphi \to K_\varphi$ определенный выражением $A_\lambda(\lambda) = \left\{\sum_{\alpha\in I} x_\beta^*(\varphi_\alpha)\lambda_\alpha\right\}_{\beta\in I}$, $\lambda = \{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I} \in$ $\in K_\varphi$ был ограниченно обратим в K_φ.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бари Н. К.* Биортогональные системы и базисы в гильбертовом пространстве // Ученые записки МГУ. 1951. Т. 4, вып. 148. С. 69–107.

2. *Билалов Б. Т., Гусейнов З. Г.* K-бесселевы и K-гильбертовы системы. K-базисы // Докл. РАН. 2009. Т. 429, № 3. С. 298–300.

УДК 517.575

НЕКОТОРЫЕ ТОЖДЕСТВА НА СФЕРЕ ДЛЯ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

В. В. Карачик (Челябинск, Россия)

karachik@susu.ru

Хорошо известно, что для гармонической в единичном шаре $S \subset \mathbb{R}^n$ функции $u \in C^m(\bar{S})$ верно равенство

$$\int_{\partial S} \frac{\partial^m u}{\partial \nu^m}\, ds_x = 0,$$

где $m \in \mathbb{N}$ (см., например, [1]). В настоящей работе выясняется какие еще равенства такого вида могут иметь место для нормальных производных от k-гармонических в S функций $u(x)$, т.е. таких функций, что $\Delta^k u = 0$ в S. В работе [2] исследовано свойство среднего для полигармонических функций и получены некоторые результаты, на основании которых выполнено настоящее исследование.

Пусть полиномы $P_n(t)$ находятся из рекуррентного равенства

$$P_n(t) + (2n-3)P_{n-1}(t) = t^2 P_{n-2}(t), \quad n \geq 2,$$

где следует считать, что $P_0(t) = 1$, $P_1(t) = t$.

Нетрудно вычислить, что $P_2(t) = -t + t^2$ и $P_3(t) = 3t - 3t^2 + t^3$.

Теорема 1. *Для всякой m-гармонической в S функции $u \in C^k(\bar{S})$ при $k \geq m$ верны равенства*

$$\int_{\partial S} P_{m-i}\Big(\frac{\partial}{\partial \nu}\Big)\frac{\partial^{2i} u}{\partial \nu^{2i}}\, ds_x = 0, \quad \int_{\partial S} \frac{\partial^j u}{\partial \nu^j}\, ds_x = 0,$$

где $0 \leq i \leq m-1$ и $2m \leq j \leq k$ при $2m \leq k$.

В работе [3] при исследовании арифметического треугольника, возникающего из условий разрешимости задачи Неймана для полигармонического уравнения был получен арифметический треугольник, похожий на арифметический треугольник, который составляют коэффициенты полиномов $P_n(t)$.

Пример 1. Если k-гармоническая в S функция $u \in C^k(\bar{S})$ удовлетворяет на ∂S равенствам

$$\frac{\partial^j u}{\partial \nu^j}|_{\partial S} = \varphi_j(x), \quad j = 1, \ldots, k,$$

т.е. $u(x)$ – решение однородной задачи Неймана для полигармонического уравнения в S, то для функций $\varphi_j(x)$, $j = 1, \ldots, k$ необходимо выполнение условия (это условие также было найдено в [4])

$$\int_{\partial S} \sum_{j=1}^{k} (-1)^{j+k} \begin{pmatrix} 2k-j-1 \\ j-1 \end{pmatrix} (2k-2j-1)!!\, \varphi_j(x)\, ds_x = 0.$$

Пример 2. Пусть бигармоническая в S функция $u \in C^3(\bar{S})$ удовлетворяет на единичной сфере ∂S равенствам

$$\frac{\partial u}{\partial \nu}|_{\partial S} = \varphi_1(s) \quad \frac{\partial^3 u}{\partial \nu^3}|_{\partial S} = \varphi_2(s).$$

В этом случае в результате вычислений получаем условие

$$\int_{\partial S} \varphi_2(s)\, ds_x = 0.$$

Других тождеств определяемых из теоремы для бигармонических функций, кроме указанного выше нет. Заметим, что это необходимое условие существования решения задачи типа Неймана было получено в [5]. Оно является также и достаточным условием существования такой бигармонической функции.

Другие тождества для нормальных производных полигармонических функций получены в работе [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Карачик В. В.* О свойстве среднего для полигармонических функций в шаре // Матем. тр. 2013. Т. 16, № 2. С. 69–88.

2. *Karachik V. V.* On the mean-value property for polyharmonic functions // Вестн. ЮУрГУ. Сер. Матем. моделирование и программирование. 2013. Т. 6, № 3. С. 59–66.

3. *Карачик В. В.* Об арифметическом треугольнике, возникающем из условий разрешимости задачи Неймана // Матем. заметки. 2014. Т. 96, № 2. С. 228–238.

4. *Карачик В. В.* Об условиях разрешимости задачи Неймана для полигармонического уравнения в единичном шаре // Сиб. журн. индустр. матем. 2013. Т. XVI, № 4(56). С. 61–74.

5. *Карачик В. В.* Об одной задаче типа Неймана для бигармонического уравнения // Матем. тр. 2016. № 2. С. 86–108.

6. *Карачик В. В.* Интегральные тождества на сфере для нормальных производных полигармонических функций // Сиб. электрон. матем. изв. 2017. Т. 14. С. 533–551.

УДК 517.95

ОБ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ЭВОЛЮЦИОННОГО УРАВНЕНИЯ ПРИ СПЕЦИАЛЬНЫХ НЕЛОКАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ

А. В. Карев (Москва, Россия)
alexander.karev.30@mail.com

Недавно проведено подробное исследование [1, 2] специальной обратной задачи для дифференциального уравнения в банаховом пространстве:

$$\frac{du(t)}{dt} = Au(t) + g, \qquad 0 \leqslant t \leqslant T. \tag{1}$$

Здесь A — линейный замкнутый оператор в комплексном банаховом пространстве E с областью определения $D(A) \subset E$. Элемент $g \in E$ неизве-