2. *Стейн И., Вейс Г.* Введение в гармонический нализ на евклидовых пространствах. М. : Мир, 1974.

3. *Ilyasov N. A.* To the M.Riesz theorem on absolute convergence of the trigonometric Fourier series // Transactions of NAS of Azerbaijan. Ser. of phys.-tech. and math. sciences. 2004. Vol. 24, № 1. P. 113–120.

УДК 517.51

ОБОБЩЕННАЯ МОНОТОННОСТЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ И ФУНКЦИИ ОГРАНИЧЕННОЙ p-ВАРИАЦИИ[1]

С. С. Волосивец, А. А. Тюленева (Саратов, РФ)
VolosivetsSS@mail.ru, anantuleneva@mail.ru

Пусть $1 < p < \infty$, $f(x)$ — измеримая, ограниченная, 2π-периодическая функция и $\xi = \{x_0 < x_1 < \dots < x_n = x_0 + 2\pi\}$ — разбиение периода. Введем p-вариационную сумму

$$\varkappa_\xi^p(f) = \left(\sum_{i=1}^{n} |f(x_i) - f(x_{i-1})|^p\right)^{1/p}$$

и модули непрерывности $\omega_{1-1/p}(f, \delta) = \sup\{\varkappa_\xi^p(f) : \lambda(\xi) := \max_i(x_i - x_{i-1}) \le \delta\}$ и, для $k \in \mathbb{N}$, $k \ge 2$, $\omega_{k-1/p}(f, \delta) = \sup\{\omega_{1-1/p}(\Delta_h^{k-1} f(x), |h|) : |h| \le \delta\}$, где $\Delta_h^k(x) = \sum\limits_{i=0}^{k}(-1)^{k-i}\binom{k}{i}f(x+ih)$, $k \in \mathbb{N}$, есть k-я разность f с шагом h. Пространство V_p функций ограниченной p-вариации с конечной нормой $\|f\|_{V_p} = \max(\|f\|_\infty, V_p(f))$ и пространство $C_p \subset V_p$ функций со свойством $\lim\limits_{\delta\to 0} \omega_{1-1/p}(f, \delta) = 0$ являются банаховыми (см. [1]). Если T_n — пространство тригонометрических полиномов порядка не выше n, то n-е наилучшее приближение в V_p вводится равенством $E_n(f)_{V_p} := \inf\limits_{t_n \in T_n} \|f - t_n\|_{V_p}$, $n \in \mathbb{Z}_+$. Аналогично вводится наилучшее приближение $E_n(f)_p$ в пространствах $L_{2\pi}^p$. Будем писать $\{a_n\}_{n=1}^\infty \in GM$, если для всех $n \in \mathbb{N}$ выполнено соотношение $\sum\limits_{i=n}^{2n-1} |a_i - a_{i+1}| \le C a_n$ (см. [2]).

Для положительной убывающей последовательности $\{\varphi_n\}_{n=1}^\infty$ будем писать $\{\varphi_n\}_{n=1}^\infty \in B$, если $\sum\limits_{i=n}^{\infty} i^{-1}\varphi_i = O(\varphi_n)$, $n \in \mathbb{N}$, и $\{\varphi_n\} \in B_\alpha$, $\alpha > 0$, если $\sum\limits_{i=1}^{n} i^{\alpha-1}\varphi_i = O(n^\alpha \varphi_n)$, $n \in \mathbb{N}$. Если $\varphi_n \le C\varphi_{2n}$ для всех $n \in \mathbb{N}$, то говорим, что $\{\varphi_n\}_{n=1}^\infty$ удовлетворяет Δ_2-условию ($\{\varphi_n\}_{n=1}^\infty \in \Delta_2$).

[1]Работа С. С. Волосивца выполнена в рамках проектной части государственного задания Минобрнауки РФ (проект № 1.1520.2014К).

Теорема 1. *Пусть* $\{a_k\}_{k=1}^{\infty} \in GM$ *и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится. Тогда функция* $f(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$ *принадлежит* C_p, $1 < p < \infty$, *и при этом*

$$C_2 \sum_{j=2n}^{\infty} a_j \le E_n(f)_{V_p} \le C_1 \left(n a_n + \sum_{i=n}^{\infty} a_i \right), \quad n \in \mathbb{N}.$$

Теорема 2. *Пусть* $\{a_i\}_{i=1}^{\infty} \in GM$ *и ряд* $\sum\limits_{i=1}^{\infty} a_i$ *сходится,* $k \in \mathbb{N}$. *Тогда* $f(x) = \sum\limits_{i=1}^{\infty} a_i \cos ix$ *принадлежит* C_p *и при* $n \in \mathbb{N}$ *верны неравенства*

$$\omega_{k-1/p}(f, 1/n) \le C_1 \left(n^{-k+1/p} \left(\sum_{m=1}^{n} a_m^p m^{kp+p-2} \right)^{1/p} + \sum_{m=n}^{\infty} a_m \right),$$

$$\omega_{k-1/p}(f, 1/n) \ge C_2 \left(n^{-k+1/p} \left(\sum_{m=1}^{n} a_m^p m^{kp+p-2} \right)^{1/p} + \sum_{m=n}^{\infty} a_m \right).$$

Теорема 3. *Пусть* $1 < p < \infty$ *и положительная убывающая последовательность* $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ *удовлетворяет условиям* $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty} \in \Delta_2$ *и* $\{n^{1/p}\varphi_n\}_{n=1}^{\infty} \in B$. *Если* $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \in GM$, *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $f(x) = \sum\limits_{i=1}^{\infty} a_i \cos ix$, *то следующие пять утверждений равносильны:*

$$E_n(f)_p = O(\varphi_n), \quad n \in \mathbb{N},$$

$$\sum_{k=n}^{\infty} a_k^p k^{p-2} = O(\varphi_n^p), \quad n \in \mathbb{N},$$

$$a_n = O(n^{1/p-1}\varphi_n), \quad n \in \mathbb{N},$$

$$\sum_{k=n}^{\infty} a_k = O(n^{1/p}\varphi_n), \quad n \in \mathbb{N},$$

$$E_n(f)_{V_p} = O(n^{1/p}\varphi_n), \quad n \in \mathbb{N}.$$

Теорема 4. *Если выполнены условия теоремы 3, то следующие пять утверждений равносильны:*

$$E_n(f)_p \asymp \varphi_n, \quad n \in \mathbb{N},$$

$$\sum_{k=n}^{\infty} a_k^p k^{p-2} \asymp \varphi_n^p, \quad n \in \mathbb{N},$$

$$a_n \asymp n^{1/p-1} \varphi_n, \quad n \in \mathbb{N},$$

$$\sum_{k=n}^{\infty} a_k \asymp n^{1/p} \varphi_n, \quad n \in \mathbb{N},$$

$$E_n(f)_{V_p} \asymp n^{1/p} \varphi_n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Теоремы 3 и 4 обобщают некоторые результаты А. А. Конюшкова [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Терехин А. П.* Приближение функций ограниченной p-вариации // Изв. вузов. Матем. 1965. № 2. С. 171–187.

2. *Tikhonov S.* Trigonometric series with general monotone coefficients // J. Math. Anal. Appl. 2007. Vol. 326, № 2. P. 721–735.

3. *Конюшков А. А.* Наилучшие приближения тригонометрическими полиномами и коэффициенты Фурье // Матем. сб. 1958. Т. 44(86), № 1. С. 53–84.

УДК 517.984

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ МИНИМИЗАЦИИ МАКСИМУМА АФФИННО-КВАДРАТИЧНЫХ ФУНКЦИЙ[1]

И. Ю. Выгодчикова (Саратов, РФ)
VigodchikovaIY@info.sgu.ru, irinavigod@yandex.ru

1. Введение. В анализе динамических рядов встречаются случаи, когда уровень одного динамического ряда (обладающего доминантным признаком с точки зрения рассматриваемого показателя) превышает уровень другого в каждый момент наблюдения (показатели численности городского и сельского населения, оптовая и розничная цена товара, объём энергопотребления в одной квартире и во всём доме и проч.). Возникает вопрос об оценке динамики развития доминантного признака. Ответить на этот вопрос и получить ряд новых показателей для анализа подобных рядов позволяет инструмент, сводящийся к модели аппроксимации двузначного динамического ряда, представленной задачей негладкого анализа.

2. Постановка задачи. Пусть n — целое неотрицательное число, обозначающее степень алгебраического полинома $p_n(A,t) = a_0 + a_1 t + \ldots + a_n t^n$ с вектором коэффициентов $A = (a_0, a_1, \ldots, a_n) \in R^{n+1}$.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 13-01-00175, № 16-06-00582).