УДК 517.984

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ШТУРМА – ЛИУВИЛЛЯ С ОСОБЕННОСТЬЮ ТИПА БЕССЕЛЯ[1]

Н. П. Бондаренко (Саратов, РФ)
BondarenkoNP@info.sgu.ru

Рассмотрим матричное уравнение Штурма – Лиувилля на конечном интервале с особенностью типа Бесселя на одном из концов интервала:

$$\ell(Y) := -Y'' + \left(\frac{\omega}{x^2} + Q(x)\right) Y = \lambda Y, \quad x \in (0, T). \tag{1}$$

Здесь $Y = [y_k(x)]_{k=1}^m$ — вектор-функция, λ — спектральный параметр, $Q(x)$ и ω — $m \times m$ матрицы.

Будем считать, что матрица ω диагональная:

$$\omega = \mathrm{diag}\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\}, \quad \omega_q \in \mathbb{R}, \quad q = \overline{1, m}.$$

В случае если ω — произвольная эрмитова матрица, ее можно привести к диагональному виду при помощи унитарного преобразования. Пусть для определенности $\omega_q = \nu_q^2 - \frac{1}{4}$, $\nu_1 \ge \nu_2 \ge \dots \ge \nu_m > 0$, $\nu_q \notin \mathbb{N}$, $q = \overline{1, m}$, и матричная функция $x^{1-2\nu_1} Q(x)$ интегрируема на $(0, T)$.

Данная работа посвящена обратной спектральной задаче для уравнения (1) с некоторыми краевыми условиями. Обратные задачи для уравнений с особенностьями типа Бесселя в скалярном случае ($m = 1$) изучались в работах [1, 2]. В работе [3] исследована обратная задача рассеяния для некоторых частных случаев матричных операторов Штурма – Лиувилля с особенностью на полуоси.

В данном работе построены две фундаментальные системы решений уравнения (1): решения типа Бесселя с известным поведением при $x \to 0$ и решения типа Бирхгофа с известной асимптотикой при $\rho \to \infty$. Установлена взаимосвязь этих фундаментальных систем решений, играющая ключевую роль при изучении обратной задачи. Исследуется обратная задача, состоящая в восстановлении матричного потенциала $Q(x)$ и коэффициентов краевых условий по матрице Вейля. Доказана теорема единственности решения обратной задачи (подробности см. в [4]). Доказательство основано на развитии идей метода спектральных отображений (см. [5]).

---

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (проект № 1.1436.2014К) и РФФИ (проекты № 15-01-04864, № 16-01-00015).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Юрко В. А.* Обратная задача для дифференциальных уравнений с особенностями // Дифференц. уравнения. 1992. Т. 28. С. 1355–1362.

2. *Freiling G., Yurko V.* Inverse problems for differential operators with singular boundary conditions // Math. Nachr. 2005. Vol. 278, № 12–13. P. 1561–1578.

3. *Агранович З. С., Марченко В. А.* Обратная задача теории рассеяния. Харьков : ХГУ, 1960.

4. *Bondarenko N.* An Inverse Spectral Problem for the Matrix Sturm-Liouville Operator with a Bessel-Type Singularity // International Journal of Differential Equations. 2015. Vol. 2015. Article ID 647396. URL: http://dx.doi.org/10.1155/2015/647396.

5. *Юрко В. А.* Введение в теорию обратных спектральных задач. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007.

ПРИБЛИЖЕНИЕ СУММАМИ СДВИГОВ ОДНОЙ ФУНКЦИИ[1]

П. А. Бородин (Москва)

pborodin@inbox.ru

Доклад посвящен обсуждению различных результатов следующего типа.

Теорема. *Пусть* $1 \le p < \infty$, *и* 2π*-периодическая функция* f *из действительного пространства* $L_p(\mathbb{T})$ *имеет ряд Фурье* $\sum\limits_{n\in\mathbb{Z}} c_n e^{int}$ *с условиями*

1) $c_0 = 0$, $c_n \ne 0$ *для всех* $n \in \mathbb{Z}\setminus\{0\}$*;*

2) $\sum\limits_{n\in\mathbb{Z}} |n||c_n|^2 < \infty$ *при* $1 \le p \le 2$ *или* $\sum\limits_{n\in\mathbb{Z}} |n||c_n|^q < \infty$ *при* $p \ge 2$ $(1/p + 1/q = 1)$.

Тогда суммы сдвигов

$$\sum_{k=1}^{N} f(t + a_k), \quad a_k \in \mathbb{R}, \quad N = 1, 2, \dots, \tag{1}$$

плотны в пространстве $L_p^0(\mathbb{T}) = \big\{g \in L_p(\mathbb{T}) : \int_{\mathbb{T}} g(t)\,dt = 0\big\}$.

Условие 2) в этой теореме нельзя заменить на $|c_n| = O(1/n)$ $(n \to \infty)$: для разности индикаторов

$$f(t) = I_{[-\pi,-\alpha]} - I_{[\alpha,\pi)}$$

суммы сдвигов (1) принимают только целые значения и не плотны в $L_p^0(\mathbb{T})$.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-01-08335).