Теорема 1. *Пусть $k \in \{2, \ldots, m-1\}$, а допустимая последовательность $\Lambda = \{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ такова, что*

$$\frac{\lambda_n}{n} \downarrow 0 \quad \text{и} \ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda_n)^k \ln^{m-k-1}(n+1)}{n^{k+1}} < \infty.$$

Тогда класс $P_k\Lambda BV(\mathbb{T}^m)$ вкладывается в класс $CHV(\mathbb{T}^m)$.

В частности, если $\Lambda = \{n \ln^a(n+1)\}$, то включение имеет место при $a < 1 - \frac{m}{k}$. С другой стороны, мы строим следующий

Пример. Пусть $k \in \{2, \ldots, m-1\}$. Если $\Lambda = \{n \ln^a(n+1)\}$, где $a > 1 - \frac{m}{k}$, то класс $P_k\Lambda BV(\mathbb{T}^m)$ не вкладывается в класс $HBV(\mathbb{T}^m)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Саблин А. И.* Λ-вариация и ряды Фурье // Изв. вузов. Матем. 1987. № 10. С. 66–68.

2. *Бахвалов А. Н.* Непрерывность по Λ-вариации функций многих переменных и сходимость кратных рядов Фурье // Матем. сб. 2002. Т. 193, № 12. С. 3–20.

3. *Goginava U., Sahakian A.* On the convergence of multiple Fourier series of functions of bounded partial generalized variation // Anal. Math. 2013. Vol. 39, № 1. P. 45–56.

УДК 517.982.256 + 515.124.4

ЛИПШИЦЕВЫ ВЫБОРКИ ИЗ ОТОБРАЖЕНИЯ ШТЕЙНЕРА[1]

Б. Б. Беднов, К. В. Чеснокова (Москва, РФ)
noriiii@inbox.ru, kchesnokova@gmail.com

Пусть в действительном банаховом пространстве $(X, \|\cdot\|)$ для произвольного набора $\{x_1, \ldots, x_n\}$, $n \geqslant 3$, множество точек Штейнера

$$\operatorname{st}(x_1, \ldots, x_n) = \left\{ s \in X \colon \sum_{k=1}^{n} \|x_k - s\| = \inf_{x \in X} \sum_{k=1}^{n} \|x_k - x\| \right\}$$

непусто (например, X конечномерно или рефлексивно).

Рассмотрим отображение st_n пространства $X \times \cdots \times X$ (n раз) с нормой $\|(x_1, \ldots, x_n)\|_n = \sum_{i=1}^{n} \|x_i\|$, сопоставляющее набору $\{x_1, \ldots, x_n\}$ множество $\operatorname{st}(x_1, \ldots, x_n)$. J.-P. Kahane показал, что в случае евклидовой плоскости X отображение st_n липшицево при $n = 3$, а при $n = 2k+1$, $k \geqslant 2$, — не липшицево [1].

Гиперплоскость L называется *опорной* к единичному шару $B(X)$ пространства X в точке x_0 единичной сферы $S(X)$, если $x_0 \in L$ и

[1]Работа поддержана грантами РФФИ (проекты № 14-01-00510, № 15-01-08335).

$L \cap B(X) \subset S(X)$. Точка $x_0 \in S(X)$ называется *достижимой точкой*, если существует опорная гиперплоскость L к шару $B(X)$ в x_0, для которой выполнено $L \cap B(X) = \{x_0\}$. Точка $x_0 \in S(X)$ называется *точкой гладкости* шара $B(X)$, если существует ровно одна опорная гиперплоскость к шару $B(X)$ в точке x_0. Будем говорить, что банахово пространство *обладает достижимой точкой гладкости*, если единичный шар $B(X)$ имеет точку, являющуюся одновременно достижимой точкой и точкой гладкости.

Теорема 1. *Пусть X — рефлексивное банахово пространство, $\dim X \geq 2$, и сфера $S(X)$ содержит хотя бы одну достижимую точку гладкости. Тогда отображение $\mathrm{st_n}$ не имеет липшицевой выборки ни для какого чётного $n \geq 4$.*

Теорема 2. *Если единичный шар $B(X)$ конечномерного банахова пространства X не является конечным многогранником, то отображение $\mathrm{st_n}$ не имеет липшицевой выборки ни для какого чётного $n \geq 4$.*

По-видимому, в случае, когда $B(X)$ есть конечный многогранник, липшицева выборка из отображения $\mathrm{st_n}$ существует для всякого натурального n, но доказать это пока не удаётся.

Теорема 3. *Пусть X — рефлексивное локально равномерно выпуклое банахово пространство с локально равномерно выпуклым сопряжённым X^*, $\dim X \geq 2$ (в частности, X может быть конечномерным строго выпуклым гладким банаховым пространством). Тогда для всякого нечётного $n \geq 5$ (однозначное) отображение $\mathrm{st_n}$ не является липшицевым.*

Условия на пространство X в этих теоремах существенны: несложно показать, что в произвольном действительном пространстве L_1 для всякого $n \geqslant 3$ существует липшицева выборка из отображения st_n. Также можно показать, что в пространстве $C[Q]$ действительнозначных непрерывных функций на хаусдорфовом компакте Q отображение st_n определено [2] и обладает липшицевой выборкой в случае $n = 3$ [3] и $n = 4$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kahane J.-P.* Best approximation in $L^1(T)$ // Bull. Amer. Math. Soc. 1974. Vol. 80. № 5. P. 788–804.

2. *Беднов Б. Б., Бородин П. А.* Банаховы пространства, реализующие минимальные заполнения // Матем. сб. 2014. Т. 205, вып. 4. С. 3–19.

3. *Беднов Б. Б.* О точках Штейнера в пространстве непрерывных функций // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. 2011. № 6. С. 26–31.