

$$\|\nu_\omega\|_{C[0,1]} = O(\omega^{-2}), \quad \left\| \frac{d}{dt} \nu_\omega \right\|_{C[0,1]} = O(\omega^{-1}), \quad \omega \rightarrow \infty.$$

**Теорема 1.** *Обратная задача однозначно разрешима.*

В заключение отметим, что аналогичная обратная задача для уравнения теплопроводности, не содержащего асимптотического параметра, ранее исследована в работе [1].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Денисов А. М. Асимптотика решений обратных задач для гиперболического уравнения с малым параметром при старшей производной // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2013. Т. 53, № 5. С. 744–752.

УДК 517.51

## ОБ ОЦЕНКАХ П. ЖАМЭ ДЛЯ ЛАГРАНЖЕВЫХ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ<sup>1</sup> Н. В. Байдакова (Екатеринбург, РФ) baidakova@imm.uran.ru

Пусть  $\Delta$  является  $n$ -симплексом;  $W^{m+1}M$  — множество функций, определенных на  $\Delta$ , имеющих непрерывные частные производные до порядка  $m+1$  включительно, причем все производные порядка  $m+1$  ограничены по модулю константой  $M$ ;  $f \in W^{m+1}M$ ;  $P_m$  — многочлен степени  $m$  по совокупности переменных, интерполирующий значения функции  $f$  в равномерных узлах симплекса;  $H$  — диаметр симплекса. Пусть

$$\theta = \min_{E_n \subset E_N} \max_{\xi \in \mathbf{R}^n} \min_{e_s \in E_n} \theta_s$$

где  $\theta_s$ ,  $0 \leq \theta_s \leq \pi/2$ , — угол между вектором  $\xi$  и прямой, параллельной вектору  $e_s$ ,  $E_n = \{e_s\}_{s=1}^n$  — множество  $n$  линейно независимых векторов,  $E_N$  — множество всех векторов, направленных вдоль сторон симплекса  $\Delta$ .

В 1976 г. П. Жамэ были получены следующие оценки:

$$\|D_{\xi_1 \dots \xi_k}^k (f - P_m)\| \leq CM \frac{H^{m+1-k}}{\cos^k \theta}, \quad k = 0, \dots, m, \quad (1)$$

где  $C > 0$  — некоторая величина, не зависящая от  $f$  и  $\Delta$ ,  $D_{\xi_1 \dots \xi_k}^k$  — производная порядка  $k$  по направлениям произвольных единичных векторов  $\xi_1, \dots, \xi_k$ . В докладе обсуждается геометрическая характеристика

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-00496а).

симплекса, эквивалентная  $\cos \theta$  и более простая с вычислительной точки зрения.

Пусть  $a_0, a_1, \dots, a_n$  — вершины симплекса  $\Delta$ , причем  $C_1(n)H \leq |a_0 a_1| \leq C_2(n)H$  для некоторых положительных величин  $C_1(n)$  и  $C_2(n)$ , которые могут зависеть только от  $n$ ;  $\Delta_k$  —  $k$ -симплекс с вершинами  $a_0, a_1, \dots, a_k$  ( $k = 2, \dots, n$ ). Через  $\sin \beta_k$  обозначим наибольший из синусов углов между ребрами  $a_k a_s$  ( $s = 0, \dots, k-1$ ) и плоскостью размерности  $k-1$ , в которой лежит симплекс  $\Delta_{k-1}$ . Положим

$$\sin \beta = \min_{k=2, \dots, n} \sin \beta_k.$$

**Теорема.** *Существуют такие положительные величины  $\tilde{C}_1(n)$  и  $\tilde{C}_2(n)$ , для которых выполняется неравенство*

$$\tilde{C}_1(n) \cos \theta \leq \sin \beta \leq \tilde{C}_2(n) \cos \theta.$$

В докладе также обсуждаются случаи неумлучшаемости оценок (1).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Jamet P. A.* Estimation de l'erreur pour des éléments finis droits presque dégénérés // RAIRO Anal. Numér. 1976. Vol. 10. P. 43–60.

УДК 517.972

## СИММЕТРИЧЕСКИЙ КОМПАКТНЫЙ СУБДИФФЕРЕНЦИАЛ ОСНОВНОГО ВАРИАЦИОННОГО ФУНКЦИОНАЛА

**И. В. Баран (Симферополь, РФ)**

matemain@mail.ru

Субдифференциалы, как важнейший инструмент негладкого анализа, достаточно давно получили признание в математике. Некоторое время назад И. В. Орловым было введено понятие компактного субдифференциала, основанного на понятии  $K$ -предела системы множеств различных отношений (см. [1–4]). Данная теория нашла серьезные приложения в теории векторного интегрирования [4] и в вариационном исчислении [3].

В работе [1] на основе понятия компактного субдифференциала построено субдифференциальное исчисление, вплоть до формулы Тейлора. Разработан аппарат исследования одномерных экстремальных вариационных задач с субгладким интегрантом. Сейчас активно ведутся дальнейшие исследования.