УДК 517.955.8

ОБРАТНАЯ АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Бабич П. В. (Ростов-на-Дону, РФ),
Левенштам В. Б. (Ростов-на-Дону; Владикавказ, РФ)
vleven@math.rsu.ru

Пусть $E_n, n \geq 2$ — n-мерное арифметическое пространство, $x = (x_1, ..., x_n)$, $x_i \in \mathbb{R}$ — произвольная точка в нем. Символом K обозначим куб $\{x \in E_n : 0 < x_i < \pi, i = \overline{1,n}\}$, а символом S — его границу. Пусть Π — открытый $(n+1)$-мерный параллелепипед $\{(x,t) : x \in K, 0 < t < 1\}$. Символом Γ обозначим часть его границы (параболическую границу), состоящую из нижнего основания $\Pi \cap \{t = 0\}$ и боковой части границы $S \times [0,1]$. Рассмотрим параболическую начально-краевую задачу с большим параметром ω:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + f(x) r(t, \omega t), \ \omega \gg 1, \tag{1}$$

$$u|_{\Gamma} = 0, \tag{2}$$

где $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n), \Delta$ — оператор Лапласа, т. е. $\Delta u = \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}$.

Относительно функций $f(x)$ и $r(t,\tau)$, определенных и непрерывных соответственно на множествах $x \in \overline{K}$ и $(t,\tau) \in \mathcal{T} = [0,1] \times [0,\infty)$ сделаем следующие предположения. Функция $r(t,\tau)$ — 2π-периодична по τ; представим ее в виде $r(t,\tau) = r_0(t) + r_1(t,\tau)$, где $r_1(t,\tau)$ имеет нулевое среднее по второй переменной, причем $r_0 \in C^0([0,1]), r_1 \in C^{2,0}(\mathcal{T})$,

$$f \in C^{3n+\alpha}(\overline{K}), \quad \alpha \in (0,1],$$

$$f(x)|_{x \in S} = (\Delta^k) f(x)\big|_{x \in S} = \frac{\partial^{2k} f(x)}{\partial x_i^{2k}}\bigg|_{x_i = 0,\pi} = 0, \quad k = 1, 2, \quad i = \overline{1,n}.$$

Обратная задача состоит в следующем. Требуется определить функцию $r(t,\tau)$ так, что в точке $x = x^{(0)}$, где $f(x^{(0)}) \neq 0$, решение $u_\omega(x,t,r)$ принимает вид

$$u_\omega(x^{(0)}, t, r) = \phi_0(t) + \omega^{-1} \phi_1(t, \omega t) + \nu_\omega(t),$$

где функции $\phi_0 \in C^1([0,1]), \phi_1 \in C^{2,1}(\mathcal{T}), \nu_\omega \in C^1([0,1])$, а так же

$$\phi_0|_{t=0} = \phi_1|_{t=0} = \nu_\omega|_{t=0} = 0,$$

$$\|\nu_\omega\|_{C[0,1]} = O(\omega^{-2}), \ \left\|\frac{d}{dt}\nu_\omega\right\|_{C[0,1]} = O(\omega^{-1}), \quad \omega \to \infty.$$

Теорема 1. *Обратная задача однозначно разрешима.*

В заключение отметим, что аналогичная обратная задача для уравнения теплопроводности, не содержащего асимптотического параметра, ранее исследована в работе [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Денисов А. М.* Асимптотика решений обратных задач для гиперболического уравнения с малым параметром при старшей производной // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2013. Т. 53, № 5. С. 744–752.

УДК 517.51

ОБ ОЦЕНКАХ П. ЖАМЭ ДЛЯ ЛАГРАНЖЕВЫХ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ[1]

Н. В. Байдакова (Екатеринбург, РФ)
baidakova@imm.uran.ru

Пусть Δ является n-симплексом; $W^{m+1}M$ — множество функций, определенных на Δ, имеющих непрерывные частные производные до порядка $m+1$ включительно, причем все производные порядка $m+1$ ограничены по модулю константой M; $f \in W^{m+1}M$; P_m — многочлен степени m по совокупности переменных, интерполирующий значения функции f в равномерных узлах симплекса; H — диаметр симплекса. Пусть

$$\theta = \min_{E_n \subset E_N} \max_{\xi \in \mathbf{R}^n} \min_{e_s \in E_n} \theta_s$$

где θ_s, $0 \le \theta_s \le \pi/2$, — угол между вектором ξ и прямой, параллельной вектору e_s, $E_n = \{e_s\}_{s=1}^n$ — множество n линейно независимых векторов, E_N — множество всех векторов, направленных вдоль сторон симплекса Δ.

В 1976 г. П. Жамэ были получены следующие оценки:

$$\left\|D^k_{\xi_1 \ldots \xi_k}(f - P_m)\right\| \le CM\frac{H^{m+1-k}}{\cos^k\theta}, \quad k = 0, ..., m, \tag{1}$$

где $C > 0$ — некоторая величина, не зависящая от f и Δ, $D^k_{\xi_1 \ldots \xi_k}$ — производная порядка k по направлениям произвольных единичных векторов $\xi_1, \ldots, \xi_k$. В докладе обсуждается геометрическая характеристика

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-00496а).