СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Резников Г. Д., Жихарь А. С.* Численно-аналитический подход к моделированию переноса частиц в фильтрующем слое // Матем. моделирование, 1995. Т. 7, № 6. С. 118–125.

2. *Колесников А. В.* Математическое моделирование фильтрации жидкости в неоднородных и периодических пористых телах методом однородно-анизотропного эквивалентирования: автореферат дис. ... кандидата технических наук: 05.13.18 / Северо-Кавказский федеральный университет. Ставрополь, 2014.

УДК 517.984

# СЛУЧАЙНО БЕЗУСЛОВНЫЕ БАЗИСЫ В ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ[1]

**С. В. Асташкин (Самара, РФ)**

astash@samsu.ru

Ряд $\sum\limits_{i=1}^{\infty} x_i$ в банаховом пространстве $X$ называется безусловно сходящимся, если для каждого выбора знаков $\varepsilon_i = \pm 1$, $i = 1, 2, \dots$, ряд $\sum\limits_{i=1}^{\infty} \varepsilon_i x_i$ сходится в $X$. Более слабым является требование сходимости при *почти каждом* выборе знаков $(\varepsilon_i)_{i=1}^{\infty} \in \{1, -1\}^{\mathbb{N}}$ (относительно произведения считающих мер на двухточечном множестве $\{1, -1\}$). В этом случае говорят, что ряд $\sum\limits_{i=1}^{\infty} x_i$ *случайно безусловно сходится.*

Биортогональная система $(x_i, x_i^*)$, где $x_i \in X$, $x_i^* \in X^*$, называется системой *случайной безусловной сходимости* (или RUC системой) в $X$, если для произвольного $x$ из замкнутой линейной оболочки $[x_i]$ ряд $\sum\limits_{i=1}^{\infty} x_i^*(x) x_i$ случайно безусловно сходится, или, то же самое, ряд $\sum\limits_{i=1}^{\infty} x_i^*(x) r_i(t) x_i$ сходится в $X$ для почти всех $t \in [0, 1]$. Здесь $r_i$ — функции Радемахера, т.е. $r_i(t) = \operatorname{sign}(\sin 2^i \pi t)$, $i \in \mathbb{N}$, $t \in [0, 1]$. Последнее условие эквивалентно тому, что существует константа $K > 0$, для которой

$$\int\limits_0^1 \Big\| \sum_{i=1}^{n} c_i r_i(t) x_i \Big\|_X dt \le K \Big\| \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \Big\|_X,$$

где $n = 1, 2, \dots$ и вещественные числа $c_1, c_2, \dots, c_n$ произвольны [1, следствие 1.1].

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ.

Заметим, что проблема существования фундаментальных RUC систем (или RUC базисов) в функциональных пространствах является интересной и далеко не тривиальной. Приведем лишь два факта: классическая тригонометрическая система является (условным) RUC-базисом в пространстве $L^p[0,1]$ для $2 < p < \infty$, но не для $1 < p < 2$ [1, замечание V]; пространство $L^1[0,1]$ не имеет фундаментальной RUC системы [1, следствие 2.2].

В лекции будут рассмотрены вопросы, связанные с существованием и поведением RUC-базисов в симметричных пространствах, а также пространствах Чезаро. В частности, будут обсуждаться результаты, полученные недавно автором совместно с G. Curbera и К. Е. Тихомировым. Приведем один из них (см. [2]), где через $\mathrm{Exp}\, L^\alpha$, $\alpha > 0$, обозначается пространство Орлича, построенное по функции Орлича, эквивалентной функции $\exp(t^\alpha) - 1$, а через $(\mathrm{Exp}\, L^\alpha)^0$ — замыкание $L_\infty$ в $\mathrm{Exp}\, L^\alpha$.

**Теорема.** *Пусть $X$ — сепарабельное симметричное пространство на $[0,1]$, $\alpha > 0$, $\beta = 2\alpha/(\alpha+2)$. Следующие условия эквивалентны:*

*1) всякая последовательность функций $\{f_i\}$ такая, что*

$$\sup_{i=1,2,\dots} \|f_i\|_{Exp\ L^\alpha} < \infty$$

*и*

$$\Big\| \sum_{i=1}^{\infty} c_i f_i \Big\|_{L^2} \geq c \|(c_i)\|_{\ell^2} \ \text{ для всех } \ (c_i) \in \ell^2,$$

*является RUC системой в $X$;*

*2) всякая ортонормированная система $\{f_i\}$ такая, что*

$$\sup_{i=1,2,\dots} \|f_i\|_{Exp\ L^\alpha} < \infty,$$

*является RUC системой в $X$;*

*3) имеют место непрерывные вложения $(Exp\ L^\beta)^0 \subset X \subset L^2$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Billard P., Kwapién S., Pełczyński A., Samuel Ch.* Biorthogonal systems of random unconditional convergence in Banach spaces// Texas Functional Analysis Seminar 1985–1986. Longhorn Notes. 1986. P. 13–35.

2. *Astashkin S. V., Curbera G. P., Tikhomirov K. E.* On the existence of RUC systems in rearrangement invariant spaces // Math. Nachr. 1–12(2015). DOI 10.1002mana.201400189.