Тогда найдутся точка $x_0 \in \mathbb{T} \setminus E$ и строго возрастающая последовательность номеров $\{N_k\}$, такие что для частичных сумм ряда (2) *выполняются неравенства*

$$|S_{N_K}(x_0)| \geq 1.$$

С помощью леммы 1 доказывается

Теорема 1. *Пусть E_k — счетные замкнутые множества, $E_k \subset \mathbb{T}$, $k = 1, 2, \ldots$. Тогда множество*

$$E_1 \times \mathbb{T}^{1,\infty} \cup_{k=2}^{\infty} \mathbb{T}^{k-1} \times E_k \times \mathbb{T}^{k,\infty}$$

является множеством единственности для счетнократных тригонометрических рядов вида (1) *для сходимости по прямоугольникам.*

Здесь для удобства считаем, что $\mathbb{T}^k$ — k-мерный тор первых k переменных $x_1, x_2, ..., x_k$, а $\mathbb{T}^{k,\infty}$ — бесконечномерный тор переменных $x_{k+1}, x_{k+2}, \ldots$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jessen B. The theory of integration in a space of infinite number of dimensions // Acta math. 1934. Vol. 63. P. 249–323.

2. Холщевникова Н. Н. Единственность для тригонометрических рядов по возрастающему числу переменных // Тр. ИММ УрО РАН. 2005. Т. 11, № 2. С. 175–181.

3. Холщевникова Н. Н. Множества единственности для тригонометрических рядов бесконечного числа переменных // Фундамент. физико-матем. проблемы и моделир. технико-технол. систем. 2006. Вып. 9. С. 30–31.

УДК 517.984

О РЕШЕНИИ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

А. А. Хромов (Саратов, РФ)

KhromovAP@info.sgu.ru

Рассматривается краевая задача:

$$k(x)u''(x) + k'(x)u'(x) - q(x)u(x) = f(x), \quad x \in [0, l],$$

$$u(0) = u(l) = 0.$$

Предполагается, что $k(x)$, $q(x)$ — известные функции, $k(x) \in AC[0, l]$, $k'(x) \in L_2[0, l]$, $q(x) \in C[0, l]$, $u(x) \in C^2[0, l]$.

Требуется найти среднеквадратичное приближение к $f(x)$, если точное решение $u(x)$ нам неизвестно, а вместо него дана функция $u_\delta(x)$: $\|u_\delta - u\|_{L_2} \leq \delta$.

К такой постановке приводит, например, задача об определении плотности тепловых источников в тонком стержне длины l, в котором установилась стационарная температура с нулевыми значениями на концах, по известной температуре, если она задана ее среднеквадратичным δ-приближением [1].

В [2] в случае, когда $u_\delta(x)$ — приближение к $u(x)$ в равномерной метрике, а $k(x) \in C^1[0,l]$, построен метод регуляризации, позволяющий найти равномерные приближения к $f(x)$.

Этот метод основан на двух семействах операторов T_α и $T_\alpha^{(2)}$, построенных на базе операторов Стеклова и позволяющих при $\alpha \to 0$ получать устойчивые приближения к $u(x)$ и $u'(x)$. Согласно [2]

$$T_\alpha u = \begin{cases} DS_{\alpha 2}^2 u \equiv T_{\alpha 2} u, & x \in [0, l/2], \\ DS_{\alpha 1}^2 u \equiv T_{\alpha 1} u, & x \in [l/2, l], \end{cases}$$

$$T_\alpha^{(2)} u = \begin{cases} T_{\alpha 2}^2 u, & x \in [0, l/2], \\ T_{\alpha 1}^2 u, & x \in [l/2, l], \end{cases}$$

где $S_{\alpha 1} u = \frac{1}{\alpha} \int\limits_{x-\alpha}^{x} u(t)\, dt$, $S_{\alpha 2} u = \frac{1}{\alpha} \int\limits_{x}^{x+\alpha} u(t)\, dt$, D — оператор дифференцирования, $\alpha \le 1/8$.

T_α и $T_\alpha^{(2)}$ представляют собой интегральные операторы с разрывной областью значений. Конкретный вид их приведен в [2].

Для решения задачи, поставленной в [2], там строится последовательность функций

$$f_\delta^\alpha(x) = k(x) T_\alpha^{(2)} u_\delta + k'(x) T_\alpha u_\delta - q(x) u_\delta,$$

а затем указывается зависимость $\alpha = \alpha(\delta)$, которая обеспечивает равномерную сходимость $f_\delta^{\alpha(\delta)}(x)$ к $f(x)$.

Здесь мы используем ту же формулу, только теперь согласование $\alpha = \alpha(\delta)$ определяется на основании следующей леммы.

Лемма. *Справедливы оценки:*

$$\|T_\alpha\|_{L_2 \to L_2} \le \sqrt{2l}\,\alpha^{-3/2}, \quad \|T_\alpha^{(2)}\|_{L_2 \to L_2} \le 2\sqrt{\frac{2l}{3}}\alpha^{-5/2}.$$

Отсюда следует

Теорема. *Для сходимости $\|f_\delta^\alpha(x) - f(x)\|_{L_2} \to 0$ при $\alpha \to 0$, $\delta \to \to 0$ достаточно выполнения согласования $\alpha = \alpha(\delta)$, удовлетворяющего условиям: $\alpha(\delta) \to 0$ и $\delta(\alpha(\delta))^{-5/2} \to 0$ при $\delta \to 0$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Денисов А. М.* Ввведение в теорию обратных задач. М. : Изд-во Моск. ун-та, 1994. 206 с.

2. *Хромов А. А., Хромова Г. В.* Решение задачи об определении плотности тепловых источников // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2015. Т. 15, вып. 3. С. 309–314.

УДК 517.984

О ФОРМАЛЬНОМ РЕШЕНИИ ПО МЕТОДУ ФУРЬЕ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С СУММИРУЕМЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ[1]

А. П. Хромов (Саратов, РФ)
KhromovAP@info.sgu.ru

Рассмотрим волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - q(x)u(x,t), \quad x \in [0,1], \quad t \in (-\infty, \infty), \tag{1}$$

при условиях:

$$u(0,t) = u(1,t) = 0, \tag{2}$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad u'_t(x,0) = 0. \tag{3}$$

Предполагаем, что комплексная $q(x) \in L[0,1]$. Условие $u'_t(x,0) = 0$ берется для простоты.

В $[1,2]$ был предложен резольвентный подход в методе Фурье, базирующийся на применении метода Коши – Пуанкаре контурного интегрирования резольвенты оператора, порождаемого соответсвующей спектральной задачей, для получения классического решения задачи (1)–(3) при минимальных требованиях гладкости $\varphi(x)$. Теперь у нас $\varphi(x)$ удовлетворяет более слабым требованиям. Кроме того, теперь потенциал $q(x) \in L[0,1]$. Приводимые ниже результаты усиливают соответвующие результаты для случая $q(x) \in C[0,1]$ в [3].

Как и в $[1,2]$ ряд формального решения задачи (1)–(3) берем в виде:

$$u(x,t) = -\frac{1}{2\pi i}\left(\int\limits_{|\lambda|=r} + \sum_{n\ge n_0}\int\limits_{\gamma_n}\right)(R_\lambda\varphi)\cos\rho t\, d\lambda, \tag{4}$$

где $R_\lambda = (L-\lambda E)^{-1}$ — резольвента оператора L (E — единичный оператор, λ — спектральный параметр), $Ly = -y''(x) + q(x)y(x)$ при условиях

[1]Работа выполнена в рамках проектной части госзадания Минобрнауки РФ (проект № 1.1520.2014К).