СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Noble M.* Coefficient properties of Fourier series with a gap condition // Math. Ann. 1958. Vol. 128. P. 55–62.

2. *Kennedy P.* Fourier series with gap // Quart. Journ. Math. 1956. Vol. 7. P. 224–230.

3. *Боянич Р., Томич М.* Об абсолютной сходимости рядов Фурье с малыми пропусками // Матем. сб. 1966. Т. 70(112), № 3. С. 297–309

4. *Хасанов Ю. Х.* Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций // Матем. заметки. 2013. Т. 94, № 5. С. 745–756.

5. *Хасанов Ю. Х.* Об абсолютной суммируемости рядов Фурье почти-периодических функций // Anal. Math. 2013. Vol. 39. P. 259–270.

УДК 517.5

О МНОЖЕСТВАХ ЕДИНСТВЕННОСТИ ДЛЯ СЧЕТНОКРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДОВ

Н. Н. Холщевникова (Москва, РФ)

Kholshchevnikova@gmail.com

Для счетнократных тригонометрических рядов исследуются множества единственности, в случае сходимости этих рядов по прямоугольникам.

Системой Йессена или счетнократной тригонометрической системой называется система функций счетного множества переменных

$$\prod_{r=1}^{p} e^{2\pi i n_r x_r} = \theta_{n_1,\dots,n_p}(x), \quad p \in \mathbb{N}, \quad n_r \in \mathbb{Z},$$

где $x = (x_1, x_2, ..., x_n, ...)$, $x_n \in \mathbb{R}$.

Функции системы можно считать определенными на бесконечномерном торе, рассматриваемом как декартово произведение счетного множества одномерных торов $\mathbb{T} = \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$:

$$\mathbb{T}^\infty = \{x = (x_1, ..., x_n, ...) : 0 \le x_n < 1, n \in \mathbb{N}\}.$$

На торе $\mathbb{T}^\infty$ определяется мера Лебега, как на пространстве-произведении пространств $\mathbb{T}$ с одномерной мерой Лебега. Система Йессена является полной ортонормированной системой на $\mathbb{T}^\infty$. Впервые систематически изучается эта система в работе Йессена [1].

Обозначим через $\mathbb{Z}^{<\infty}$ множество бесконечномерных векторов $n = (n_1, ..., n_p, ...)$ с целочисленными координатами $n_p \in \mathbb{Z}$ $(p \in \mathbb{N})$, лишь конечное число которых отлично от нуля.

Рассмотрим счетнократные тригонометрические ряды:

$$\sum_{n\in\mathbb{Z}^{<\infty}} a_n e^{2\pi inx}, \quad \text{где} \quad x\in\mathbb{T}^\infty, \quad nx=\sum_{k=1}^{\infty} n_k x_k, \quad a_n\in\mathbb{C}. \tag{1}$$

Если для $n\in\mathbb{Z}^{<\infty}$ координаты n_k равны нулю для $k>p$, то для коэффициентов a_n будем пользоваться также обозначением $a_n=a_{n_1,\dots,n_p}$.

Ряд (1) будем также обозначать

$$\sum_{p,n_1,\dots,n_p} a_{n_1,\dots,n_p} e^{2\pi i(n_1x_1+\ldots+n_px_p)}.$$

Прямоугольные частичные суммы этого ряда имеют вид

$$S_{p,N_1,\dots,N_p}(x)=\sum_{n_1=-N_1}^{N_1}\ldots\sum_{n_p=-N_p}^{N_p} a_{n_1,\dots,n_p} e^{2\pi i(n_1x_1+\ldots+n_px_p)}, \quad p,N_1,\dots,N_p\in\mathbb{N},$$

$x\in\mathbb{T}^\infty$.

Ряд (1) называется сходящимся по прямоугольникам в точке $x\in\mathbb{T}^\infty$ к числу s , если для любого $\varepsilon>0$ существует номер P такой, что для всякого $p\ge P$ найдется такое натуральное N, что для всех $N_1,\dots,N_p\ge$ $\ge N$ выполняется неравенство

$$|S_{p,N_1,\dots,N_p}(x)-s|<\varepsilon.$$

Множество $E\subset\mathbb{T}^\infty$ называется множеством единственности для рядов вида (1), кратко U-множеством, если из сходимости ряда (1) к нулю на множестве $\mathbb{T}^\infty\setminus E$ следует, что все коэффициенты этого ряда равны нулю.

В [2] доказано, что пустое множество является множеством единственности для счетнократных тригонометрических рядов. Обобщение этого результата было получено в [3].

Доказательство этих результатов опирается на некоторые свойства одномерных тригонометрических рядов.

Лемма 1. *Пусть*

$$\sum_{n\in\mathbb{Z}} a_n e^{2\pi inx}, \qquad \text{где } x\in\mathbb{T},\ a_n\in\mathbb{C}, a_{-n}=\overline{a}_n(n\in\mathbb{Z}), \tag{2}$$

тригонометрический ряд, в котором

$$|a_0|\ge 1, \tag{3}$$

а E — счетное замкнутое подмножество $\mathbb{T}$.

Тогда найдутся точка $x_0 \in \mathbb{T} \setminus E$ и строго возрастающая последовательность номеров $\{N_k\}$, такие что для частичных сумм ряда (2) *выполняются неравенства*

$$|S_{N_K}(x_0)| \geq 1.$$

С помощью леммы 1 доказывается

Теорема 1. *Пусть E_k — счетные замкнутые множества, $E_k \subset \mathbb{T}$, $k = 1, 2, ...$ Тогда множество*

$$E_1 \times \mathbb{T}^{1,\infty} \cup_{k=2}^{\infty} \mathbb{T}^{k-1} \times E_k \times \mathbb{T}^{k,\infty}$$

является множеством единственности для счетнократных тригонометрических рядов вида (1) *для сходимости по прямоугольникам.*

Здесь для удобства считаем, что $\mathbb{T}^k$ — k-мерный тор первых k переменных $x_1, x_2, ..., x_k$, а $\mathbb{T}^{k,\infty}$ — бесконечномерный тор переменных $x_{k+1}, x_{k+2}, ...$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jessen B. The theory of integration in a space of infinite number of dimensions // Acta math. 1934. Vol. 63. P. 249–323.

2. Холщевникова Н. Н. Единственность для тригонометрических рядов по возрастающему числу переменных // Тр. ИММ УрО РАН. 2005. Т. 11, № 2. С. 175–181.

3. Холщевникова Н. Н. Множества единственности для тригонометрических рядов бесконечного числа переменных // Фундамент. физико-матем. проблемы и моделир. технико-технол. систем. 2006. Вып. 9. С. 30–31.

УДК 517.984

О РЕШЕНИИ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

А. А. Хромов (Саратов, РФ)
KhromovAP@info.sgu.ru

Рассматривается краевая задача:

$$k(x)u''(x) + k'(x)u'(x) - q(x)u(x) = f(x), \quad x \in [0, l],$$

$$u(0) = u(l) = 0.$$

Предполагается, что $k(x)$, $q(x)$ — известные функции, $k(x) \in AC[0, l]$, $k'(x) \in L_2[0, l]$, $q(x) \in C[0, l]$, $u(x) \in C^2[0, l]$.

Требуется найти среднеквадратичное приближение к $f(x)$, если точное решение $u(x)$ нам неизвестно, а вместо него дана функция $u_\delta(x)$: $\|u_\delta - u\|_{L_2} \leq \delta$.