мой жидкости, ранее полученные в плоском случае с помощью конформных отображений. Например, задачи о падении струи на плоскость [6, 7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сретенский Л. Н.* Теория ньютоновского потенциала. М.; Л. : Гос. изд-во тех.-теорет. лит., 1946.

2. *Трубаев Н. А.* Аппроксимация гармонической функции вблизи угловой точки кусочно гладкой границы и точки смены типа граничных условий // Тр. Матем. центра им. Лобачевского. Казань : Изд-во Казан. матем. о-ва, 2015. Т. 51. С. 431–435.

3. *Кондратьев В. А.* Краевые задачи для элиптических уравнений в областях с коническими и угловыми точками // Тр. Моск. матем. о-ва. 1967. Т. 16, С. 209–292.

4. *Партон В. З., Перлин П. И.* Методы математической теории упругости. М. : Наука, 1981. 688 с.

5. *Лифанов И. К.* Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. М. : ТОО «Янус», 1995. 520 с.

6. *Коппенфельс В., Штальман Ф.* Практика конформных отображений. М. : Изд-во иностр. лит., 1963.

7. *Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.* Проблемы гидродинамики и их математические модели. М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973.

УДК 517.984

О РАВНОМЕРНОЙ СХОДИМОСТИ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕННЫХ РЕШЕНИЙ МНОГОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ МИНИМАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ[1]

И. В. Трухляева (Волгоград, РФ)
irishka2027@mail.ru

Рассмотрим задачу Дирихле для уравнения минимальной поверхности

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{f_{x_i}}{\sqrt{1 + |\nabla f|^2}} \right) = 0 \tag{1}$$

в области Ω с краевым условием

$$f|_{\partial\Omega} = \varphi|_{\partial\Omega}, \tag{2}$$

где функция $\varphi \in C(\overline{\Omega})$. Известно, что задача (1)–(2) имеет единственное решение для любой непрерывной функции φ, если граница $\partial\Omega$ имеет неотрицательную среднюю кривизну относительно внешней нормали.

Мы исследуем вопрос о равномерной сходимости полиномиальных приближенных решений уравнения минимальной поверхности, построение которых осуществляется следующим образом. Предположим, что

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-41-02517- р_поволжье_а).

$\Omega \subset \mathbf{R}^n$ – ограниченная выпуклая область такая, что для некоторого многочлена $\psi(x_1, \ldots, x_n)$, степени не более N_0 по каждой переменной, выполнено $\psi(x_1, \ldots, x_n) = 0$ при $(x_1, \ldots, x_n) \in \partial\Omega$ и $\psi(x_1, \ldots, x_n) > 0$ для $(x_1, \ldots, x_n) \in \Omega$. Для натурального N обозначим через L_N множество всех многочленов вида

$$v_N(x_1, \ldots, x_n) = \psi(x_1, \ldots, x_n) \sum_{h_1=1}^{N} \ldots \sum_{h_n=1}^{N} c_{h_1,\ldots,h_n} x_1^{h_1}, \ldots, x_n^{h_n}.$$

Ясно, что $v_N(x_1, \ldots, x_n) = 0$ для $(x_1, \ldots, x_n) \in \partial\Omega$.

Функцию $f_N^* = \varphi + v_N^*$, $v_N^* \in L_N$, будем называть полиномиальным приближенным решением краевой задачи (1)–(2), если для любого многочлена $v_N \in L_N$ выполнено равенство

$$\int\limits_{\Omega} \frac{\langle \nabla\varphi + \nabla v_N^*, \nabla v_N \rangle}{\sqrt{1 + |\nabla\varphi + \nabla v_N^*|^2}}\, dx = 0. \tag{3}$$

Теорема. *Пусть f — решение задачи (1)–(2), $f, \varphi \in C^k(\bar{\Omega})$. Предположим, что область Ω имеет C^2 — гладкую границу. Тогда последовательность f_N равномерно сходится к решению f при $N \to \infty$.*

Условие сходимости формулируется через следующую характеристику области $\Omega \subset R^n$

$$\lambda_N = \inf_P \frac{\left(|\nabla P|^2 dx\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\Omega} \sup\limits_{\Omega} |\nabla P|},$$

точная нижняя грань берется по всем многочленам $P(x_1, \ldots, x_n)$ степени не более чем N по каждой переменной. Отметим, что подобные величины часто встречаются в вопросах сходимости приближенных решений различных краевых задач (см.[1]).

Нами установлено следующее неравенство (см.[2]). Если для области Ω выполнено $\triangle(\Omega) > 0$, то верно неравенство

$$\lambda_N \geq \frac{1}{2^{n+1} N^n} \frac{\sqrt{\omega}_n}{2^{\frac{n}{2}} \sqrt[4]{n}^n} \frac{\Delta^{\frac{n}{2}}(\Omega)}{\sqrt{|\Omega|}}, \tag{4}$$

где ω_n — объем единичного шара в R^n. Отметим, что для области $\Omega \subset R^n$ с гладкой границей величина $\Delta(\Omega) > 0$ и поэтому

$$\lambda_N = O\left(\frac{1}{N_n}\right)$$

при $N \to \infty$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Михлин И. А.* Вариационные методы в математической физике. М. : Наука, 1970. 512 с.

2. *Трухляева И. В.* Оценка некоторой полиномиальной характеристики многомерной области // Дни геометрии в Новосибирске – 2015 : тез. Междунар. конф. Новосибирск : Ин-т матем. им. С. Л. Соболева СО РАН, 2015. С. 61–62.

УДК 517.977

СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО ОБХОДА ЦЕЛЕЙ[1]

Е. А. Трушкова (Москва, РФ)
katerinatr@mail.ru

Среди всевозможных задач управления движением механических систем, летательных аппаратов (в частности, беспилотных), роботов-манипуляторов и т. д. есть широкий класс задач обхода заданных целей. Так, можно сформулировать задачу оптимального (по квадратичному критерию) обхода заданных пространственных целей в фиксированные моменты времени с одинаковыми скоростями прохода целей для линейной стационарной управляемой динамической системы вида

$$\begin{aligned} &\dot{x}(t) = A_1 x(t) + A_2 v(t), \quad t \in [t_0, t_1], \quad t_0 < t_1, \\ &\dot{v}(t) = B_1 x(t) + B_2 v(t) + C u(t), \end{aligned} \tag{1}$$

Математически эта задача представляет собой задачу оптимального управления системой (1), где состояние динамической системы описывается вектором $x(t) = (x_1(t), \ldots, x_n(t))^T \in W_2^1[t_0, t_1]$, скорость — вектором $v(t) = (v_1(t), \ldots, v_n(t))^T \in W_2^1[t_0, t_1]$, управление — вектором $u(t) = (u_1(t), \ldots, u_q(t))^T \in L_2[t_0, t_1]$, с неразделенными многоточечными промежуточными условиями

$$\begin{gathered} x(t_0) = x_0, \quad x(\alpha_i) = x_i, \quad v(\alpha_{i-1}) = v(\alpha_i), \\ i \in \overline{1, m}, \quad t_0 = \alpha_0 < \alpha_1 < \ldots < \alpha_{m-1} < \alpha_m = t_1. \end{gathered} \tag{2}$$

на минимум квадратичного критерия

$$J = \int\limits_{t_0}^{t_1} (u(t), u(t))\, dt \to \min. \tag{3}$$

[1]Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-07-00925а).