2) *для некоторого положительного* $p \leqslant 1$ *функция* $u(z)$ *в каждой точке* $\zeta \in G$ *удовлетворяет условию Гёльдера порядка* p *вдоль трёх исходящих из точки* ζ *лучей* t_1, t_2 *и* t_3, *углы между которыми при обходе* ζ *против часовой стрелки меньше* π, *т. е. найдётся такое* $C_\zeta > 0$, *что во всех точках* z, *лежащих на лучах* t_j *достаточно близко к* ζ, *выполнено неравенство* $|u(z) - u(\zeta)| < C_\zeta |z-\zeta|^p$;

3) *функция* $u^2(z)$ *локально суммируема в* G.

Тогда функция $u(z)$ *гармонична в области* G.

Для разных точек $z \in G$ нет никакой связи между наборами узлов, для которых рассматривается разностное отношение $\Delta^* u(z)$, или направлениями исходящих из z лучей, вдоль которых функция удовлетворяет условию Гёльдера. Дать достаточное условие гармоничности при другом расположении четырёх узлов нельзя.

УДК 517.5

О СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ В L РЯДОВ ФУРЬЕ ПО СИНУСАМ С МОНОТОННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

С. А. Теляковский (Москва, РФ)
sergeyAltel@yandex.ru

Показано, что для рядов Фурье по синусам с монотонными коэффициентами точный порядок убывания нормы в L остатка выражается через коэффициенты ряда так же, как и для рядов с выпуклыми коэффициентами. Но числовые множители в оценках при этом различны.

УДК 51-72

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ В ОБЪЕМНОМ СЛУЧАЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИИ В МОДЕЛИ ИДЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Н. А. Трубаев (Москва, РФ)
trubaevn@umail.ru

Доказывается существование представления гармонической функции в объемном случае вида (1), (2) в сферических координатах: r, Ω, β, отличного от известного с использованием функций Лежандра.

$$A\ r^\lambda \sin(\lambda(\Omega + l)) \cos(\kappa\beta)\ , \tag{1}$$

$$B\ r^\lambda \cos(\lambda(\Omega + l)) \cos(\kappa\beta)\ , \tag{2}$$

где A, B, λ, l — константы, $\kappa = 0,\ 1$.

Используя вводимые отображения, сравнивая (1), (2) с представлением (3) произвольной при выполнении условия излучения гармонической функцией $u \in C_2(\Theta) \cap C_1(\overline{\Theta})$ потенциалами простого V и двойного слоя W в пространстве $L_2^{(1)}$, получен вывод о существовании острых кромок замкнутой границы S расчетной области Θ, вблизи которых возможны только аналитические решения задач Дирихле, Неймана и смешанной Дирихле – Неймана [1, 2].

$$\delta u(p) \;=\; -\; W_S(u) \;-\; V_S\left(\frac{\partial u}{\partial n}\right) \,, \tag{3}$$

где $\delta = 2$, если $p \in \Theta \backslash S$, и $\delta = 1$, если $p \in S$, $S \in C_1$.

Определение. $u \in L_2^{(1)}(\Theta)$, при $\int_\Theta (|u|^2 + |\mathrm{grad}\, u|^2)\ d\Theta < \infty$. Определяются два отображения:

β_0-*отображение*: отображение полупространства на бесконечный клин с границей в виде двух пересекающихся полуплоскостей. В каждой плоскости перпендикулярной линии пересечения полуплоскостей β_0-отображение соответствует конформному в плоскости отображению степенной функцией с полюсом в точке пересечения этой плоскости с прямой — пересечением полуплоскостей.

β_1-*отображение*: отображение полупространства на внутренность бесконечного конуса или внешность конуса — пространство с выемкой в виде бесконечного конуса. В каждой плоскости, включающей ось конуса, β_1-отображение соответствует конформному в плоскости отображению степенной функцией с полюсом в вершине конуса с одним показателем степени для всех таких плоскостей.

Показано, что если в предсталении (3) в области Θ с гладкой границей $S \in C_1$ функция $u \in C_m(\Theta) \cap C_k(\overline{\Theta})$, $m \geq 2$, $k \geq 1$, $k \leq m$, то конформное отображение степенной функцией в плоском случае с полюсом в точке границы отображает $k+1$ членов ряда Тейлора разложения функций плотности потенциалов W, V в плотности задающие k членов ряда Кондратьева соответствующего решению для бесконечного клина при нулевых граничных условиях [3; 4, с. 305; 5, с. 122].

В объемном случае, если использовать одно из β-отображений, члены ряда Тейлора функций плотности, отображаются в плотности задающие члены асимптотики решения задачи для клина или конуса при нулевых граничных условиях соответственно.

Результат отображения в плоском и объемном случаях принадлежит $L_2^{(1)}(\Theta \cup \overline{\Theta})$.

Введенные β-отображения позволяют обобщить на объемный случай результаты некоторых классических задач модели идеальной несжимаемой жидкости, ранее полученные в плоском случае с помощью конформных отображений. Например, задачи о падении струи на плоскость [6, 7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сретенский Л. Н.* Теория ньютоновского потенциала. М.; Л. : Гос. изд-во тех.-теорет. лит., 1946.

2. *Трубаев Н. А.* Аппроксимация гармонической функции вблизи угловой точки кусочно гладкой границы и точки смены типа граничных условий // Тр. Матем. центра им. Лобачевского. Казань : Изд-во Казан. матем. о-ва, 2015. Т. 51. С. 431–435.

3. *Кондратьев В. А.* Краевые задачи для элиптических уравнений в областях с коническими и угловыми точками // Тр. Моск. матем. о-ва. 1967. Т. 16, С. 209–292.

4. *Партон В. З., Перлин П. И.* Методы математической теории упругости. М. : Наука, 1981. 688 с.

5. *Лифанов И. К.* Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. М. : ТОО «Янус», 1995. 520 с.

6. *Коппенфельс В., Штальман Ф.* Практика конформных отображений. М. : Изд-во иностр. лит., 1963.

7. *Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.* Проблемы гидродинамики и их математические модели. М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973.

УДК 517.984

О РАВНОМЕРНОЙ СХОДИМОСТИ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕННЫХ РЕШЕНИЙ МНОГОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ МИНИМАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ[1]

И. В. Трухляева (Волгоград, РФ)

irishka2027@mail.ru

Рассмотрим задачу Дирихле для уравнения минимальной поверхности

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{f_{x_i}}{\sqrt{1+|\nabla f|^2}} \right) = 0 \tag{1}$$

в области Ω с краевым условием

$$f|_{\partial\Omega} = \varphi|_{\partial\Omega}, \tag{2}$$

где функция $\varphi \in C(\overline{\Omega})$. Известно, что задача (1)–(2) имеет единственное решение для любой непрерывной функции φ, если граница $\partial\Omega$ имеет неотрицательную среднюю кривизну относительно внешней нормали.

Мы исследуем вопрос о равномерной сходимости полиномиальных приближенных решений уравнения минимальной поверхности, построение которых осуществляется следующим образом. Предположим, что

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-41-02517- р_поволжье_а).