СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Федоров В. М.* Некоторые вопросы теории приближений : дисс. канд. физ.-мат. наук. М., МГУ, 1983. 127 с.

2. *Потапов М. К., Бериша М.* Модули гладкости и коэффициенты Фурье периодических функций одного переменного // Publications De L'institut mathemaique. 1979. Nouvelle serie. Т. 26 (40). P. 215–228.

3. *Leindler L.* Uber verschiedene Konvergenzarten trigonomtricher Reihen, III // Acta. Scient. Math. 1966. Vol. 27, № 3–4. P. 205–215.

УДК 517.5

О РАЗНОСТНОМ УРАВНЕНИИ ЛАПЛАСА С ЧЕТЫРЕМЯ УЗЛАМИ

Д. С. Теляковский (Москва, РФ)
dtelyakov@mail.ru

Ослабляются достаточные условия гармоничности функций $u(z) = u(x, y)$, $z \in G$, двух действительных переменных.

Определим расположение узлов разностного уравнения Лапласа. Пусть точки z_1, z_2 и z_3 являются вершинами остроугольного треугольника $\triangle = \triangle_{z_1 z_2 z_3}$, а точка z_0 — точкой пересечения высот этого треугольника. Поскольку треугольник остроугольный, точка z_0 лежит внутри $\triangle$ и углы между каждыми двумя лучами из набора z_0z_1, z_0z_2 и z_1z_3 больше $\pi/2$. Для определённости будем считать, что вершины z_1, z_2 и z_3 занумерованы в порядке обхода $\triangle$ в положительном направлении. Такой набор точек $\{z_1, z_2, z_3\}$ будем называть подходящим (для уравнения Лапласа) набором узлов для точки z_0. Пусть $z_j - z_0 = r_j e^{i\varphi_j}$, $j = 1, 2, 3$ и $u_j = u(z_j)$, $j = 0, 1, 2, 3$.

Рассматривается следующее разностное выражение для уравнения Лапласа в точке z_0 для набора узлов $\{z_1, z_2, z_3\}$:

$$\Delta^* u(z_0) = \Delta^* u(z_0, z_1, z_2, z_3) :=$$
$$:= \frac{u_1 - u_0}{r_1^2} \sin 2(\varphi_2 - \varphi_3) + \frac{u_2 - u_0}{r_2^2} \sin 2(\varphi_3 - \varphi_1) + \frac{u_3 - u_0}{r_3^2} \sin 2(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Будем говорить, что функция $u(z)$ удовлетворяет в точке z_0 обобщённому разностному уравнению Лапласа, если в любой окрестности точки z_0 найдётся подходящий набор узлов $\{z_1, z_2, z_3\}$ для которого величина $\Delta^* u(z_0, z_1, z_2, z_3)$ сколь угодно мала по модулю.

Теорема. *Пусть функция $u(z)$ удовлетворяет в области G следующим условиям:*

1) *в каждой точке области выполнено обобщённое разностное уравнение Лапласа*;

2) для некоторого положительного $p \leqslant 1$ функция $u(z)$ в каждой точке $\zeta \in G$ удовлетворяет условию Гёльдера порядка p вдоль трёх исходящих из точки ζ лучей t_1, t_2 и t_3, углы между которыми при обходе ζ против часовой стрелки меньше π, т. е. найдётся такое $C_\zeta > 0$, что во всех точках z, лежащих на лучах t_j достаточно близко к ζ, выполнено неравенство $|u(z) - u(\zeta)| < C_\zeta |z - \zeta|^p$;

3) функция $u^2(z)$ локально суммируема в G.

Тогда функция $u(z)$ гармонична в области G.

Для разных точек $z \in G$ нет никакой связи между наборами узлов, для которых рассматривается разностное отношение $\Delta^* u(z)$, или направлениями исходящих из z лучей, вдоль которых функция удовлетворяет условию Гёльдера. Дать достаточное условие гармоничности при другом расположении четырёх узлов нельзя.

УДК 517.5

О СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ В L РЯДОВ ФУРЬЕ ПО СИНУСАМ С МОНОТОННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

С. А. Теляковский (Москва, РФ)
sergeyAltel@yandex.ru

Показано, что для рядов Фурье по синусам с монотонными коэффициентами точный порядок убывания нормы в L остатка выражается через коэффициенты ряда так же, как и для рядов с выпуклыми коэффициентами. Но числовые множители в оценках при этом различны.

УДК 51-72

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ В ОБЪЕМНОМ СЛУЧАЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИИ В МОДЕЛИ ИДЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Н. А. Трубаев (Москва, РФ)
trubaevn@umail.ru

Доказывается существование представления гармонической функции в объемном случае вида (1), (2) в сферических координатах: r, Ω, β, отличного от известного с использованием функций Лежандра.

$$A\ \ r^\lambda \sin(\lambda(\Omega + l)) \cos(\kappa\beta)\ \ , \tag{1}$$

$$B\ \ r^\lambda \cos(\lambda(\Omega + l)) \cos(\kappa\beta)\ \ , \tag{2}$$

где A, B, λ, l — константы, $\kappa = 0,\ 1$.