2. *Volchcov V. V.* Integral geometry and convolution equations. Dordrecht. Boston. London: Kluwer Academic Publishers, 2003. 454 p.

3. *Аграновский М. Л.* Преобразование Фурье на $SL_2(\mathbb{R})$ и т еоремы типа Морера // ДАН СССР. 1978. Т. 243, № 6. С. 1353–1356.

4. *Волчков В. В.* Об одной проблеме Зальцмана и ее обобщениях // Матем. заметки. 1993. Т. 53, № 2. С. 30–36.

5. *Silenko V. E.* A new Morera-type theorem on a unit disk // Ukrainian Math. J. 2001. Т. 53. № 2. P. 317–322.

УДК 517.518.862

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОЛИНОМЫ С ФИКСИРОВАННЫМИ СТАРШИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ, НАИМЕНЕЕ УКЛОНЯЮЩИЕСЯ ОТ НУЛЯ В ИНТЕГРАЛЬНОЙ НОРМЕ[1]

И. Е. Симонов (Екатеринбург, РФ)
Simonov.Ivan@urfu.ru

Пусть A_0, B_0, A_1, B_1, $\ldots$, A_s, B_s — фиксированные вещественные числа. Рассмотрим множество $\mathcal{T}_n^s$ тригонометрических полиномов

$$f_n(t) = \mathrm{Re}\,\left(C_0 e^{int} + \cdots + C_{n-s} e^{i(n-s)t} + \cdots\right),\quad C_k = A_k - iB_k$$

с фиксированными коэффициентами при $s+1$ старших гармониках. Требуется найти такой полином $f^*_{n,s} \in \mathcal{T}_n{}^s$, что

$$\|f^*_{n,s}\|_1 = \min_{f\in\mathcal{T}_n{}^s} \|f\|,$$

где

$$\|f\| = \int_0^{2\pi} |f(t)|dt.$$

Полином $f^*_{n,s}$ называют полиномом, наименее уклоняющимся от нуля в интегральной норме. С. Н. Бернштейн [1] выписал тригонометрический полином, наименее уклоняющийся от нуля в интегральной норме, при $s = 0$, а именно

$$f^*_{n,0}(t) = A_0 \cos nt + B_0 \sin nt.$$

Аналогичная задача для алгебраических многочленов, наименее уклоняющихся от нуля в интегральной норме, с фиксированными старшими коэффициентами изучена достаточно полно. А. Н. Коркин и

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке постановления № 211 Правительства Российской Федерации, контракт № 02.A03.21.0006 и РФФИ (проект № 15-01-02705)

Е. И. Золотарев [2] нашли алгебраический многочлен, наименее уклоняющийся от нуля в интегральной форме со старшим коэффициентом равным единице. Решение задачи для алгебраических многочленов с двумя фиксированными коэффициентами впервые получил Я. Л. Геронимус [3], а затем независимо от него и другим методом Э. М. Галеев. Многочлены с тремя фиксированными коэффициентами появились в работах Ф. Пейерсторфера. Им получен критерий [4], позволяющий в некоторых случаях выписывать алгебраические многочлены, наименее уклоняющиеся от нуля, с заданными старшими коэффициентами. В работах В. Э. Гейта [5, 6] в явном виде выписаны многочлены, наименее уклоняющиеся от нуля, с тремя, четырьмя и пятью фиксированными коэффициентами, а также сформулирован общий метод, позволяющий находить алгебраические многочлены, наименее уклоняющиеся от нуля в интегральной норме, с произвольным числом заданных коэффициентов.

В докладе будет представлен новый метод нахождения тригонометрических полиномов, наименее уклоняющиеся от нуля в интегральной норме, с фиксированными коэффициентами при двух и трех старших гармониках.

Теорема. *Тригонометрический полином, наименее уклоняющийся от нуля в интегральной норме, с фиксированными коэффициентами при двух старших гармониках равен*

$$f^*_{n,1}(t) = \begin{cases} \mathrm{Re}\left(C_0 e^{int} + C_1 e^{i(n-1)t} + \dfrac{C_1^2}{4C_0} e^{i(n-2)t}\right), & |C_1| \le 2|C_0|, \\ \mathrm{Re}\left(C_0 e^{int} + C_1 e^{i(n-1)t} + \dfrac{\overline{C}_0 C_1}{\overline{C}_1} e^{i(n-2)t}\right), & |C_1| > 2|C_0|. \end{cases}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бернштейн С. Н.* Sur la déformation des surfaces // Math. Ann. 1905. Vol. 60. P. 434–436

2. *Коркин А. Н., Золотарев Е. И.* Sur un certain minimum // Коркин А. Н. Сочинения. Т. 1. СПб.: С.-Петерб. ун-т, 1911. С. 329–349.

3. *Геронимус Я. Л.* Sur quelques propriétés extrémales de polynomes dont les coefficients premiers sont donnés // Сообщ. Харьк. матем. о-ва. Сер. 4. 1935. Т. 12. С. 49–58.

4. *Пейерсторфер Ф.* Trigonometric Polynomial Approximation in the L^1-Norm // Math. Z. 1979. Vol. 169. P. 261–269.

5. *Гейт В. Э.* О полиномах, наименее уклоняющихся от нуля в метрике $L[-1,1]$ (третье сообщение) // Сиб. журн. вычисл. матем. РАН. Сиб. отд-ние. Новосибирск, 2003. Т. 6, № 1. С. 37–57.

6. *Гейт В. Э.* О полиномах, наименее уклоняющихся от нуля в метрике $L[-1,1]$, с пятью предписанными коэффициентами // Сиб. журн. вычисл. матем. РАН. Сиб. отд-ние. Новосибирск, 2009. Т. 12, № 1. С. 37–57.

7. *Чебышев П. Л.* Théorie des mécanismes connes sous le norm de parallélogrammes // Mémoires présentés a l'Acad. Imp. des Sci. de St.-Pétersbourg pae divers savants. 1854. B. 7. P. 539–568

УДК 517.54

ПЛОСКИЕ ОДНОЛИСТНЫЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ ОТОБРАЖЕНИЯ[1]

В. В. Старков (Петрозаводск, РФ)
VstarV@list.ru

Теория таких отображений стала активно развиваться с 80-х годов прошлого века после решения проблемы Бибербаха об оценке коэффициентов в классе S голоморфных и однолистных в круге $\Delta = \{z : |z| < 1\}$ функций $f(z) = z + \sum\limits_{i=1}^{\infty} c_n z^n$. При изучении однолистных гармонических в Δ функций f по аналогии с S обычно тоже вводят нормировку в нуле: $f(0) = 0, f_z(0) = 1$. Каждую комплекснозначную гармоническую в односвязной области функцию f можно представить в виде $f = h + \bar{g}$, где f и g — голоморфные функции в этой области.

Из-за широты класса S_H однолистных гармонических функций (по сравнению с S) информацию о функциях из S_H получать сложнее, свойства классов S и S_H существенно различны. Этим, в частности, объясняется отсутствие до 2014 г. критерия однолистности [1] для гармонических функций; сейчас этот критерий активно используется у нас и за рубежом.

В докладе в основном будут представлены результаты, связанные с новым критерием однолистности [2]:

Теорема. *Пусть f гармоническая в выпуклой области D и $\Omega = f(D)$. Функция f однолистна в D, если, и только если, существует такая комплекснозначная функция $\phi = \phi(w, \overline{w}) \in C^1(\Omega)$, что для любого $\epsilon \in \partial\Delta$ существует вещественное $\gamma = \gamma(\epsilon)$, удовлетворяющее неравенству*

$$\mathrm{Re}\big\{e^{i\gamma}\big(\partial\phi(f(z), \overline{f(z)}) + \epsilon\overline{\partial}\phi(f(z), \overline{f(z)})\big)\big\} > 0 \quad \forall z \in D,$$

где $\partial = \frac{\partial}{\partial z}$ *и* $\overline{\partial} = \frac{\partial}{\partial \overline{z}}$.

Самостоятельный интерес для приложений представляет собой следующая лемма, доказанная в [1] и уточненная в [2]

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 14-01-92692, № 14-01-00510).