$$+\frac{1}{1-e^{\lambda}}\int_0^1 x(1-t)e^{\lambda(x+1-t)}F(t,\lambda;f)\,dt;$$

а при $\operatorname{Re}\lambda \geq 0$

$$z_1(x,\lambda;f) = \int_0^1 G(x,t,\lambda)F(t,\lambda;f)\,dt = \int_x^1 (t-x)e^{\lambda(x-t)}F(t,\lambda;f)\,dt+$$

$$+\int_0^1 (x-1)te^{\lambda(x-t)}F(t,\lambda;f)\,dt+$$

$$+\frac{1}{1-e^{-\lambda}}\int_0^1 x(t-1)e^{\lambda(x-1-t)}F(t,\lambda;f)\,dt;$$

$$z_1(x,\lambda;f) = \lambda z_0(x,\lambda;f) + f_0(x).$$

Дальнейшее доказательство проводится с использованием приведенных в лемме 1 формул аналогично доказательству соответствующей теоремы о разложении в [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Наймарк М. А.* Линейные дифференциальные операторы. М. : Наука, 1969.
2. *Хромов А. П.* Разложение по собственным функциям одной краевой задачи третьего порядка // Исследования по теории операторов. Уфа, 1988. С. 182–193.
3. *Вагабов А. И., Абуд А. Х.* Четырехкратная разлолжимость в ряды Фурье по корневым элементам дифференциального пучка с четырехкратной характеристикой // Вестник Дагест. гос. ун-та. 2015. Т. 30, вып. 1. С. 34–39.
4. *Рыхлов В. С.* Разложение по собственным функциям квадратичных сильно нерегулярных пучков дифференциальных операторов второго порядка // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2013. Т. 13, вып. 1, ч. 1. С. 21–26.

УДК 517.518

ОЦЕНКИ КОНСТАНТЫ ЧИГЕРА ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ВЫПУКЛЫХ ТЕЛ[1]

К. С. Рютин (Москва, РФ)

kriutin@yahoo.com

Пусть σ, V — площадь поверхности и объём выпуклого тела в $\mathbb{R}^n$, а B_p^n — открытый шар в $\mathbb{R}^n$ с метрикой l_p, $1 \leq p \leq \infty$. Известна следующая задача : найти множество $\mathcal{C}$ в заданном открытом $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ с минимальным отношением σ/V, называемым константой Чигера $h(\Omega)$. Данная величина была введена Чигером [1] для оценки минимального

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-00332).

собственного значения оператора Лапласа в области Ω. Интересные приложения неравенства Чигера содержатся в [2, 3], а обзор результатов по этой проблематике есть, скажем, в [4].

Областей для которых известно множество Чигера крайне мало. Известно, что для экстремального множества в регулярной точке $\partial\mathcal{C}$ средняя кривизна постоянна. Для выпуклого Ω экстремаль существует, единственна и выпукла [5], а граница имеет как минимум класс $C^{1,1}$. Более того, для $x \in \partial\Omega$ C^1-гладкость $\partial\Omega$ в некоторой окрестности x влечёт C^1-гладкость $\mathcal{C}$. Естественная задача — изучить множества Чигера случайных многогранников и l_p^n-шаров.

Для l_p^n-шаров, при $n = 2$ выполнено

Если $1 \le p < 2$ *и* $p^* < p \le \infty$, *то* $\mathcal{C}$ *— собственное подмножество* B_p^2 *(его граница состоит из дуг границы* B_2^p*, а в окрестности 4х максимумов кривизны* ∂B_p^2 *граница заменяется на дуги окружностей). Если* $2 \le p \le p^*$, *то* $\mathcal{C} = B_p^2$, *где* p^* *— решение уравнения*

$$(p-1)2^{(1/p-1/2)}\frac{\Gamma^2(1+1/p)}{\Gamma(1+2/p)} = \int_0^1 \sqrt{1+(1-x^p)^{(2/p-2)}x^{2p-2}}\,dx.$$

А при $n > 2$ справедливо

$$h(B_p^n) \ge c_p n^{1/2+1/p},$$

где $c_p > 0$.

Для оценки сверху (вероятно) необходимо уметь строить собственные функции лапласиана в B_p^n специального вида. В докладе речь пойдёт про оценки константы Чигера случайных многогранников и некоторые другие вопросы, связанные с множествами и функционалом Чигера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cheeger J.* A lower bound for the smallest eigenvalue of the Laplacian // Problems in analysis. 1970. P. 195–199.

2. *Kindler G., Rao A., O'Donnell R., Wigderson A.* Spherical cubes: Optimal foams from computational hardness amplification // Commun. of the ACM. 2012. Vol. 55, № 10. P. 90–97.

3. *Alon N., Klartag B.* Economical toric spines via Cheeger's inequality // J. Topol. Anal. 2009. Vol. 1, № 2. P. 101–111.

4. *Parini E.* An introduction to the Cheeger problem // Surv. in Math. and Appl. 2011. Vol. 6. P. 9–22.

5. *Alter F., Caselles V.* Uniqueness of the Cheeger set of a convex body // Nonlin. analysis. 2009. Vol. 70. P. 32–44.