Кроме того, проводился кластерный анализ данных временных рядов. В качестве расстояния между двумя элементами выбиралось расстояние на основе коэффициента корреляции. Применялись агломеративные и дивизивные методы кластеризации. В ходе этих исследований курсы тех же шести стран попадали в один кластер со швейцарским франком, более того, курсы этих семи стран целиком составляли данный кластер.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Добеши И.* Десять лекций по вейвлетам. Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. 464 с.

2. *Lang W. C.* Orthogonal Wavelets On The Cantor Dyadic Group // Houston J. Math. Anal. 1996. Vol. 27(1). P. 305–312.

3. *Любушин А. А., Яковлев П. В., Родионов Е. А.* Многомерный анализ параметров флуктуаций GPS сигналов до и после мегаземлетрясения 11 марта 2011 г. в Японии // Геофизические исследования. 2015. Т. 16. № 1. С.14–23.

4. *Бурнаев Е. В., Оленев Н. Н.* Меры близости на основе вейвлет коэффициентов для сравнения статистических и расчетных временных рядов // Межвуз. сб. науч. и науч.-метод. тр. за 2005 год (Десятый выпуск). Киров : Изд-во ВятГУ, 2006. С. 41–51.

УДК 517.972:517.98:517.982

ДОМИНАНТНЫЕ ОЦЕНКИ И АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВАРИАЦИОННОГО ФУНКЦИОНАЛА В $W^{1,p}$

И. А. Романенко (Симферополь, РФ)

rom.igor.alex@gmail.com

При исследовании вариационных задач в пространствах Соболева, активно используются так называемые компактные экстремумы и компактно-аналитические (K-аналитические) свойства вариационных функционалов [1, 2]. При этом, применяется метод K-псевдополиномиального представления интегранта вариационного функционала

$$\Phi(y) = \int_a^b f(x, y, y')dx \quad \left(y(\cdot) \in W^{1,p}[a; b]\right).$$

Однако это представление не всегда возможно и, кроме того, приводит к рассмотрению задач лишь на соболевской шкале с натуральным интегральным индексом.

В связи с этим, для вариационных функционалов в пространствах Соболева $W^{1,p}[a, b]$ с интегральным индексом $(1 \leq p < \infty)$ вводится последовательность *доминантных «оценок роста»* градиента соответствующего порядка от интегранта, каждая из которых гарантирует соответствующий уровень *аналитичности* вариационного функционала в

C^1-*гладких* точках пространства Соболева. Таким образом, при менее сильном условии на интегрант, получаем более сильное свойство вариационного функционала в C^1-гладких точках.

Вначале определим простейшую доминантную оценку.

Определение 1. Будем говорить, что борелевская функция $f : \mathbb{R}_x \times \times \mathbb{R}_y \times \mathbb{R}_z \to \mathbb{R}$ удовлетворяет *доминантной оценке порядка p роста по z* (обозначение: $f \in B_p(z)$, $0 < p < \infty$), если для любого компакта $C \subset \mathbb{R}_x \times \mathbb{R}_y$ существуют неотрицательные константы $A_1(C)$ и $A_2(C)$ такие, что для любых $(x, y) \in C$ и $z \in \mathbb{R}_z$, f допускает оценку:

$$\big|f(x, y, z)\big| \le A_1(C) + A_2(C)|z|^p.$$

Справедлива следующая

Теорема 1. *Если интегрант $f \in B_p(z)$ $(1 \le p < \infty)$, то вариационный функционал Эйлера – Лагранжа*

$$\Phi(y) = \int\limits_a^b f(x, y, y')dx, \quad \big(y(\cdot) \in W^{1,p}[a; b]\big)$$

всюду определен в пространстве $W^{1,p}[a; b]$. Кроме того, для любого компакта $C_\Delta \subset W^{1,p}[a; b]$ при $y(\cdot) \in C_\Delta$ справедлива локальная оценка:

$$\big|\Phi(y)\big| \le \alpha(C_\Delta) + \beta(C_\Delta)\|y\|^p_{W^{1,p}},$$

где коэффициенты α и β зависят только от выбора компакта C_Δ; $\alpha, \beta \ge 0$.

Далее введем более сильную доминантную оценку.

Определение 2. Будем говорить, что непрерывная функция $f \in \in B_p(z)$ $(0 < p < \infty)$ удовлетворяет *C-доминантной оценке порядка p роста по z* (обозначение: $f \in CB_p(z)$), если для любого компакта $C \subset \subset \mathbb{R}_x \times \mathbb{R}_y$ и для любых приращений h, k, соответственно, переменных y, z, при $(x, y) \in C$ и $z \in \mathbb{R}_z$ приращение f допускает оценку:

$$\begin{gathered}|\Delta_{yz} f(x, y, z; h, k)| = |f(x, y + h, z + k) - f(x, y, z)| \le \\ \le A_1(C; h, k) + A_2(C; h, k)\,|z|^p,\end{gathered}$$

где коэффициенты A_i $(i = 1, 2)$ — неотрицательные борелевские функции от h, k, удовлетворяющие следующим условиям:

(i) A_i локально по h ограничены равномерно по k;

(ii) $A_i(C; h, k) = o(1)$ при $h, k \to 0$.

Справедлива теорема о непрерывности вариационного функционала.

Теорема 2. *Если интегрант* $f \in CB_p(z)$ $(1 \le p < \infty)$, *то вариационный функционал непрерывен всюду в* $W^{1,p}[a;b]$.

Продолжая процесс усиления доминантных оценок, будем оценивать остаточный член формулы Тейлора первого порядка градиента от интегранта, увеличивая порядок градиента. При этом, дадим общее определние доминантных оценок роста.

Определение 3. Будем говорить, что n раз непрерывно дифференцируемая функция $f \in C^{n-1}B_p(z)$ $(n \in \mathbb{N},\, 0 < p < \infty)$ удовлетворяет *C^n-доминантной оценке порядка p роста по z* (обозначение: $f \in C^n B_p(z)$), если для любого компакта $C \subset \mathbb{R}_x \times \mathbb{R}_y$ и для любых приращений h, k, соответственно, переменных y, z, при $(x,y) \in C$ и $z \in \mathbb{R}_z$, остаточный член формулы Тейлора первого порядка для $\nabla^{n-1}_{yz} f$ допускает оценку:

$$\begin{gathered}\left|\left(\Delta_{yz}\left(\nabla^{n-1}_{yz} f\right) - \nabla_{yz}\left(\nabla^{n-1}_{yz} f\right)\right)(x,y,z)(h,k)\right| = \\ = \left|\,\left[\nabla^{n-1}_{yz} f(x, y+h, z+k) - \nabla^{n-1}_{yz} f(x,y,z)\right] - \right. \\ \left. -\nabla_{yz}\left(\nabla^{n-1}_{yz} f(x,y,z)\right)\cdot(h,k)\right| \le A_1(C;h,k) + A_2(C;h,k)|z|^p,\end{gathered}$$

где коэффициенты A_i $(i = 1,2)$ — неотрицательные борелевские функции от h, k, удовлетворяющие следующим условиям:

(i) A_i локально по h ограничены равномерно по k;

(ii) $A_i(C;h,k) = o(|h| + |k|)$ при $h, k \to 0$.

Также справедлива теорема об n-кратной дифференцируемости вариационного функционала.

Теорема 3. *Если интегрант* $f \in C^n B_p(z)$ $(n \le p < \infty)$, *то вариационный функционал n раз дифференцируем во всех C^1-гладких точках из* $W^{1,p}[a;b]$. *При этом справедливо равенство:*

$$\Phi^{(n)}(y)(h)^n = \int\limits_a^b \left(\frac{\partial}{\partial y} h + \frac{\partial}{\partial z} h'\right)^n f(x,y,y')\,dx.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Orlov I. V.* Compact-analitical properties of variational functionals in Sobolev spaces $W^{1,p}$ // Eurasian Math. J. 2012. Vol. 3, № 2. P. 94–119.

2. *Кузьменко Е. М.* Компактные экстремумы и компактно аналитические свойства вариационных функционалов в шкале пространств Соболева $W^{1,p}$ над многомерной областью : дис. канд. физ.-мат. наук: 01.01.01 "Вещественный, комплексный и функциональный анализ". Симферополь, 2014. 142 с.