Отметим, что решению интерполяционных задач в различных классах аналитических функций посвящено множество работ отечественных и зарубежных ученых: А. Г. Нафталевича, Х. Шапиро и А. Шилдса, С. А. Виноградова и В. П. Хавина, М. М. Джрбашяна, Н. А. Широкова, А. М. Коточигова, К. Сейпа, А. Хартмана, В. А. Беднаж и Ф. А. Шамояна и др. Фундаментальный результат в этой области принадлежит Л. Карлесону [5]. Изменение класса функций, в котором решается задача интерполяции, ведет к изменению в методах ее решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Джрбашян М. М.* К проблеме представимости аналитических функций // Сообщ. ИММ АН Арм. ССР. 1948. Т. 2. С. 3–40.

2. *Неванлинна Р.* Однозначные аналитические функции М.; Л. : ГИТТЛ, 1941. 388 с.

3. *Родикова Е.Г.* Об оценках коэффициентов разложения некоторых классов аналитических в круге функций // Комплексный анализ и приложения : материалы VI Петрозавод. междунар. конф. Петрозаводск : ПетрГУ, 2012. С. 64–69.

4. *Шамоян Ф. А.* Параметрическое представление и описание корневых множеств весовых классов голоморфных в круге функций // Сиб. матем. журн. 1999. Т. 40. № 6. С. 1422–1440.

5. *Carleson L.* An interpolation problem for bounded analytic functions // Amer. J. Math. 1958. Vol. 80. C. 921–930.

УДК 517.518+519.235

# О ПРИМЕНЕНИЯХ ВЕЙВЛЕТОВ К АНАЛИЗУ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

**Е. А. Родионов (Москва, РФ)**
evgeny_980@list.ru

В докладе будет расказано о применениях вейвлетов Добеши [1] и параметрических вейвлетов Лэнга [2] к анализу геофизических и финансовых временных рядов. Диадические вейвлеты Лэнга определяются с помощью функций Уолша, а в соответствующем дискретном преобразовании используются арифметические операции по модулю 2.

Будут рассматриваться сигналы GPS от 1203 стационарных станций, расположенных на Японских островах за период с 30.01.2011 по 26.03.2011 г. Этот период включает более 40 суток до мега-землетрясения 11 марта 2011 года и 16 суток после него. Временные ряды имеют три компоненты, шаг по времени составляет 30 минут. Исследуются статистические свойства шума этих сигналов до и после сейсмической катастрофы. Из временных рядов удаляется линейный тренд и осуществляется переход к приращениям. Для данных до и после землетрясения проводится многомерный статистический анализ трех характеристик шума:

максимального нормированного значения корреляционной матрицы и двух индексов гладкости. Индексы гладкости вычисляюся из условия минимума энтропии распределения квадратов вейвлет-коэффициентов при применения к сигналам GPS дискретных вейвлет-преобразований Добеши и Лэнга. Строятся карты указанных свойств на регулярной сетке по информации от 10 ближайших к узлу станций. Наконец, для каждой компоненты сигналов вычисляется максимальное нормированное собственное значение $\mu$ корреляционной матрицы главных компонент свойств шума в скользящем пространственном окне. Результаты вычислений показывают, что до землетрясения зона, включающая его эпицентр является зоной максимальных значений $\mu$, тогда как после сейсмического события эта зона становится зоной слабой корреляции. Это подтверждает гипотезу о повышенной корреляции свойств геофизических шумов в зонах, где возможны крупные землетрясения. Эта часть доклада отражает результаты работы [3].

Кроме того, в докладе будет рассказано о применении ортогональных всплесков Лэнга к анализу финансовых временных рядов. Рассматриваются валютные курсы 29 стран относительно американского доллара за период с 26.02.91 по 31.12.98. Вводятся две меры близости между временными рядами $x$ и $y$:

$$D_1(x,y) = -\ln\left|\sum_{j,k} \widetilde{d}^{(x)}_{j,k}\widetilde{d}^{(y)}_{j,k}\right|,$$

$$D_2(x,y) = 1 - \left|\sum_{j,k} \widetilde{d}^{(x)}_{j,k}\widetilde{d}^{(y)}_{j,k}\right|,$$

где

$$\widetilde{d}^{(z)}_{j,k} = \frac{d^{(z)}_{j,k}2^j}{\sqrt{\sum_{j,k}\left(d^{(z)}_{j,k}2^j\right)^2}},$$

а $d^{(z)}_{j,k}$ — детализирующие всплесковые коэффициенты для ряда $z$, из которого удален линейный тренд.

На сетке с шагом 0.1 для параметра диадического преобразования с всплеском Лэнга вычисляются меры близости между курсом швейцарского франка и курсами остальных валют. Наиболее близкими к швейцарскому франку относительно выбранных мер близости оказались валюты шести стран: Нидерландов, Германии, Австрии, Бельгии, Франции и Дании. Это подтверждается данными, полученными в результате применения к этим данным той же методики с вейвлетами Добеши (см. [4]).

Кроме того, проводился кластерный анализ данных временных рядов. В качестве расстояния между двумя элементами выбиралось расстояние на основе коэффициента корреляции. Применялись агломеративные и дивизивные методы кластеризации. В ходе этих исследований курсы тех же шести стран попадали в один кластер со швейцарским франком, более того, курсы этих семи стран целиком составляли данный кластер.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Добеши И.* Десять лекций по вейвлетам. Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. 464 с.

2. *Lang W. C.* Orthogonal Wavelets On The Cantor Dyadic Group // Houston J. Math. Anal. 1996. Vol. 27(1). P. 305–312.

3. *Любушин А. А., Яковлев П. В., Родионов Е. А.* Многомерный анализ параметров флуктуаций GPS сигналов до и после мегаземлетрясения 11 марта 2011 г. в Японии // Геофизические исследования. 2015. Т. 16. № 1. С.14–23.

4. *Бурнаев Е. В., Оленев Н. Н.* Меры близости на основе вейвлет коэффициентов для сравнения статистических и расчетных временных рядов // Межвуз. сб. науч. и науч.-метод. тр. за 2005 год (Десятый выпуск). Киров : Изд-во ВятГУ, 2006. С. 41–51.

УДК 517.972:517.98:517.982

# ДОМИНАНТНЫЕ ОЦЕНКИ И АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВАРИАЦИОННОГО ФУНКЦИОНАЛА В $W^{1,p}$

**И. А. Романенко (Симферополь, РФ)**
rom.igor.alex@gmail.com

При исследовании вариационных задач в пространствах Соболева, активно используются так называемые компактные экстремумы и компактно-аналитические ($K$-аналитические) свойства вариационных функционалов [1, 2]. При этом, применяется метод $K$-псевдополиномиального представления интегранта вариационного функционала

$$\Phi(y) = \int_a^b f(x, y, y')dx \quad \left(y(\cdot) \in W^{1,p}[a; b]\right).$$

Однако это представление не всегда возможно и, кроме того, приводит к рассмотрению задач лишь на соболевской шкале с натуральным интегральным индексом.

В связи с этим, для вариационных функционалов в пространствах Соболева $W^{1,p}[a, b]$ с интегральным индексом $(1 \leq p < \infty)$ вводится последовательность *доминантных «оценок роста»* градиента соответствующего порядка от интегранта, каждая из которых гарантирует соответствующий уровень *аналитичности* вариационного функционала в