Будем выбирать теперь кусочно непрерывные функции $g(s)$ так, чтобы $0 \leqslant g(s) \leqslant \rho^*$ при $s \leqslant 0$ и $g(s) \not\equiv \rho^*$ при $s \leqslant 0$. Определяя соответствующие функции $f(s)$ по формуле (9), получим бесконечно много различных решений вида (7), (8) для задачи Коши с начальным условием (6).

Этот теоретический эффект неединственности допускает экспериментальную проверку на практике. При имитационном компьютерном моделировании однополосного дорожного движения с фундаментальной диаграммой Нагеля – Шрекенберга (см. [6, 7]) на однородных режимах, близких к значению ρ^*, наблюдается эффект неустойчивости. Однородный транспортный поток с такой переходной плотностью существует лишь конечное время, после чего однородность потока нарушается, и в нем появляются прямые и обратные волны, согласованные с теоретическим описанием (7)–(9).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гасников А. В. и др.* Введение в математическое моделирование транспортных потоков. Изд. 2-е, испр. и доп. М. : МЦНМО, 2013. 427 с.

2. *Олейник О. А.* Разрывные решения нелинейных дифференциальных уравнений // УМН. 1957. Т. 12, № 3. С. 3–73.

3. *Горицкий А. Ю., Кружков С. Н., Чечкин Г. А.* Уравнения с частными производными первого порядка. М. : Мех-мат МГУ, 1999. 96 с.

4. *Эванс Л. К.* Уравнения с частными производными. Новосибирск : Тамара Рожковская, 2003. 576 с.

5. *Nagel K., Schreckenberg M.* A cellular automaton model for freeway traffic // Journal de Physique I France. 1992. Vol. 2, № 12. P. 2221–2229.

6. *Подорога А. В., Тихонов И. В.* Квазилинейное уравнение дорожного движения и компьютерное моделирование // Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования. Герценовские чтения – 2015 : материалы науч. конф. СПб. : Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2015. С. 209–213.

7. *Подорога А. В.* Моделирование идеального транспортного потока на кольцевой автодороге // Системы компьютерной математики и их приложения : материалы XVI Междунар. науч. конф., посвящ. 75-летию проф. В. П. Дьяконова. Смоленск : Изд-во СмолГУ, 2015. Вып. 16. С. 35–38.

УДК 517.977

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ВКЛЮЧЕНИЯ С НЕОГРАНИЧЕННОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ И НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ[1]

Е. С. Половинкин (Москва, РФ)

polovinkin@mail.mipt.ru

В докладе будут рассмотрены различные условия на дифференциальное включение со значениями в сепарабельном банаховом пространстве

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-01-00295а).

и с неограниченной правой частью, при которых существуют решения (траектории) задачи Коши для такого дифференциального включения. Будут рассмотрены некоторые свойства траекторий дифференциального включения с неограниченной измеримо-псевдолипшицевой правой частью. Опираясь за полученные свойства, будет исследована задача на минимум функционала по множеству траекторий дифференциального включения, заданных на отрезке, со свободным правым концом. Для такой задачи будут представлены необходимые условия оптимальности в форме дифференциального включения Эйлера – Лагранжа.

Для случая, когда траектории дифференциального включения с неограниченной измеримо-псевдолипшицевой правой частью принимают значения в евклидовом конечномерном пространстве, будут представлены необходимые условия оптимальности для задачи минимизации функционала на множестве траекторий, заданных на отрезке с закрепленными левым и правым концами, а также для задачи быстродействия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Половинкин Е. С.* Многозначный анализ и дифференциальные включения. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. 524 с.

2. *Половинкин Е. С.* Дифференциальные включения с неограниченной правой частью и необходимые условия оптимальности // Оптимальное управление : сб. статей к 105-летию со дня рожд. акад. Л. С. Понтрягина. Тр. МИАН. Т. 291. М. : МАИК, 2015. С. 249–265.

УДК 517.518

АНАЛОГ ТЕОРЕМЫ ХАРТМАНА – ВИНТНЕРА ДЛЯ СУММ РЯДОВ ПО СИНУСАМ С КВАЗИМОНОТОННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ [1]

А. Ю. Попов, А. П. Солодов (Москва, РФ)

Напомним несколько утверждений относительно рядов

$$\sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin kx, \quad \boldsymbol{b} = \{b_k\}_{k\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}, \quad \lim_{k\to\infty} b_k = 0. \tag{1}$$

Сумму ряда (1) (если он сходится в точке $x \in \mathbb{R}$) обозначим $g(\boldsymbol{b}, x)$. Если $\sum\limits_{k=1}^{\infty} k|b_k| < +\infty$, то $g(\boldsymbol{b}, \cdot) \in C^1(\mathbb{R})$ и

$$g'(\boldsymbol{b}, 0) = \lim_{x\to 0} \frac{g(\boldsymbol{b}, x)}{x} = \sum_{k=1}^{\infty} k b_k.$$

[1]Работа второго автора выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-00417).