Замечание. Так как $\operatorname{mes} Q_{i,\frac{1}{n}} = \frac{1}{n^m}$, то

$$\sup_{\substack{f\in\Lambda_E^{0,p}(Q_0),\\ |f|_{0,p,E}\neq 0}} n^{\frac{m}{p}} \phi_E\left(n^{-m}\right) \frac{\tilde{E}_0\left(f, Q_0\right)_{L_p}}{\left\{\sum\limits_{i=1}^{n^m} E_0^p\left(f, Q_{i,\frac{1}{n}}\right)_E\right\}^{\frac{1}{p}}} = 1.$$

Для формулировки следующего утверждения обозначим

$$\|f\|_{\Lambda_\infty^{0,E}(Q_0)} = \sup_{0<\tau\leq 1} \|\Omega_{0,\infty}\left(f,\tau\right)\|_E = \sup_{\pi} \left\| \sum_{\{Q_i\}} E_0\left(f, Q_i\right)_{L_\infty} \chi_{Q_i}(\tau) \right\|_E$$

.

Теорема 2. *Если* $\|f\|_{\Lambda_{L_\infty}^{0,E}(Q_0)} < \infty$, *то*

$$\sup_{\substack{f\in\Lambda_{L_\infty}^{0,E}(Q_0),\\ |f|_{0,\infty,E}\neq 0}} \frac{\tilde{E}_0\left(f, Q_0\right)_E}{\left\| \sum\limits_{i=1}^{n^m} E_0\left(f, Q_{i,\frac{1}{n}}\right)_{L_\infty} \chi_{Q_{i,\frac{1}{n}}}(\tau) \right\|_E} = 1.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Брудный Ю. А.* Пространства, определяемые с помощью локальных приближений // Тр. Моск. матем. о-ва. 1971. Т. 24. С. 69–132.

УДК 517.984

ОБ ОДНОМ СЛУЧАЕ ЯВНОГО РЕШЕНИЯ ТРЕХЭЛЕМЕНТНОЙ ЗАДАЧИ ТИПА КАРЛЕМАНА ДЛЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Н. Р. Перельман (Смоленск, РФ)

nataly@mannet.ru

Пусть T^+ — конечная односвязная область комплексного переменного $z = x + iy$, ограниченная простым замкнутым контуром Ляпунова L.

Среди краевых задач со сдвигом в классах аналитических функций важное место занимает *трехэлементная задача типа Карлемана* (кратко — задача $\boldsymbol{K}_3$): *найти все аналитические в области T^+ функции $F(z)$ класса $A(T^+) \cap H(L)$, удовлетворяющие на $L = \partial T^+$ условию*

$$F^+[\alpha(t)] = A(t)F^+(t) + B(t)\overline{F^+(t)} + h(t), \tag{1}$$

где $A(t), B(t), h(t)$ — заданные на L функции класса $H(L)$, $\alpha(t)$ — прямой или обратный сдвиг контура L, удовлетворяющий условию Карлемана

$$\alpha[\alpha(t)] = t,$$

причем $\alpha'(t) \neq 0$, $\alpha'(t) \in H(L)$.

Несмотря на то, что задаче $\boldsymbol{K}_3$ были посвящено значительное число работ (см., например, [1] и имеющуюся там библиографию), до недавнего времени не были известны методы решения этой задачи в самом сложном так называемом*невырожденном случае*, то есть когда коэффициенты краевого условия (1) удовлетворяют следующим соотношениям:

$$A(t)A[\alpha(t)] + \overline{B(t)}B[\alpha(t)] \equiv 1, \qquad (2)$$

$$A[\alpha(t)]B(t) + \overline{A(t)}B[\alpha(t)] \equiv 0, \qquad (3)$$

$$A[\alpha(t)]h(t) + B[\alpha(t)]\overline{h(t)} + h[\alpha(t)] \equiv 0, \qquad (4)$$

Невырожденному случаю задачи.$\boldsymbol{K}_3$ характерно то, что она в этом случае не *редуцируется* к двухэлементной краевой задаче. Впервые идея общего метода решения задачи $\boldsymbol{K}_3$ в невырожденном случае и при прямом сдвиге контура была сформулирована К. М. Расуловым (см., например, [2]). С использованием данной идеи автором был подробно разработан метод решения задачи $\boldsymbol{K}_3$ в невырожденном случае для обратного сдвига контура.

Основная суть разработанного метода решения задачи $\boldsymbol{K}_3$ в невырожденном случае состоит в построении равносильной (в смысле разрешимости) краевой задаче $\boldsymbol{K}_3$ системы интегральных уравнений типа Фредгольма второго рода. При этом существенным образом используется теория Ф. Д. Гахова краевой задачи Римана (задачи сопряжения) для аналитических функций и метод аналитического продолжения по симметрии относительно окружности.

Поскольку в общем случае система интегральных уравнений типа Фредгольма второго рода не решается в замкнутой форме (в квадратурах), то и задача $\boldsymbol{K}_3$, вообще говоря, также не решается в квадратурах. Поэтому представляет интерес проблема установления частных случаев невырожденной задачи $\boldsymbol{K}_3$, допускающих эффективное решение.

В дальнейшем будем говорить, что *задача* $\boldsymbol{K}_3$ *решается в явном виде*, если ее общее решение удается построить, используя только формулы Ф. Д. Гахова для решения двухэлементной задачи Римана для аналитических функций, а также решая конечное число систем линейных алгебраических уравнений, для которых матрица системы может быть выписана в явном виде (в квадратурах).

Справедливо следующее утверждение.

Теорема. *Пусть* T^+ *— единичный круг. Если в краевом условии* (1) *задачи* $\boldsymbol{K}_3$ *коэффициенты* $A(t), B(t), h(t)$ *являются рациональными функциями, удовлетворяющими условиям* (2)–(4), *функция обратного* *сдвига $\alpha(t)$ является дробно-линейной, то краевая задача $\boldsymbol{K}_3$ решается в явном виде.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Литвинчук Г. С.* Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом. М. : Наука, 1977. 448 с.

2. *Расулов К. М.* Трехэлементная односторонняя краевая задача со сдвигом Карлемана в классах аналитических функций в круге // Изв. СмолГУ. 2008. № 2. С. 94–104.

УДК 517.518.82

О СКОРОСТИ РОСТА МАКСИМАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ПОЛИНОМАХ БЕРНШТЕЙНА, ВЗЯТЫХ ОТ СИММЕТРИЧНОГО МОДУЛЯ НА СИММЕТРИЧНОМ ОТРЕЗКЕ

М. А. Петросова (Москва, РФ)

petrosova05@mail.ru

Теория классических полиномов Бернштейна составляет важный раздел конструктивного анализа (см. [1–4]). Подробный обзор основных результатов, полученных на стандартном отрезке $[0, 1]$, представлен в [5]. Там, в частности, отмечен специальный эффект, связанный с экспоненциальным ростом коэффициентов полиномов Бернштейна при явной алгебраической записи. Этот эффект наглядно проявляется на примере простейших кусочно–линейных функций типа модуля (см. также [6, 7]). Покажем, что при переходе к симметричному отрезку $[-1, 1]$ качественный характер эффекта сохранится, но количественные оценки изменятся.

Для функции $f \in C[-1, 1]$ полиномы Бернштейна определяют формулой

$$B_n(f, x) = 2^{-n} \sum_{k=0}^{n} f\left(\frac{2k}{n} - 1\right) C_n^k \,(1+x)^k \,(1-x)^{n-k}, \quad n \in \mathbb{N}. \tag{1}$$

При выборе

$$f(x) = |x|, \qquad x \in [-1, 1], \tag{2}$$

полиномы (1) подчинены *правилу склеивания* (см. [8]), согласно которому $B_{2m+1}(f, x) = B_{2m}(f, x)$ для любого $m \in \mathbb{N}$. Поэтому в примере (2) достаточно ограничиться изучением полиномов (1) только с четными номерами $n = 2m$. Такие полиномы коротко обозначим

$$B_{2m}(x) = 2^{-2m} \sum_{k=0}^{2m} \left|\frac{k}{m} - 1\right| C_{2m}^k \,(1+x)^k \,(1-x)^{2m-k}, \quad m \in \mathbb{N}. \tag{3}$$