$$- 3\log\frac{1-\Phi^2(f(0))}{1-2\Phi(f(0))\cos\theta+\Phi^2(f(0))}.$$

Равенство достигается в случае тождественного отображения.

Следствие. *Если функция f голоморфная и однолистная в круге U, $f(0)=0$, и точки $e^{\pm i\theta}$, $\theta\in(0,\pi)$, являются неподвижными граничными точками f, то*

$$|S_f(0)|\leq 6(1-|f'(0)|^2)-\frac{3}{2}\log(f'(e^{i\theta})f'(e^{-i\theta})).$$

Равенство достигается в случае тождественного отображения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pommerenke Ch.* Boundary behaviour of conformal maps. Berlin : Springer, 1992. 299 p.

2. *Frolova A. Levenshtein M. Shoikhet D. Vasil'ev A.* Boundary distortion estimates for holomorphic maps // Complex Analysis and Operator Theory. 2014. Vol. 8, iss. 5. P. 1129–1149.

3. *Дубинин В. Н.* Емкости конденсаторов и симметризация в геометрической теории функций комплексного переменного. Владивосток : Дальнаука, 2009. 401 с.

УДК 517.984

АППРОКСИМАЦИЯ КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМИ ФУНКЦИЙ ИЗ ПРОСТРАНСТВ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ ВАРИАЦИЕЙ ЛОКАЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Б. И. Пелешенко, Т. Н. Семиренко
(Днепропетровск, Украина)
dsaupelesh@mail.ru, semirenkot@mail.ru

В работе получено точное неравенство между наилучшим приближением простыми функциями в метриках $L_p(Q_0)$ и $E(Q_0)$ (E — симметричное пространство) функций f из квазилипшицевых пространств $\Lambda_E^{0,p}(Q_0)$ [1], определенных при помощи локальных приближений на подкубах разбиения куба $Q_0\in\mathbb{R}^m$.

Далее буквой $E(Q_0)$ обозначим симметричное пространство функций, определенных на m-измеримом единичном кубе $Q_0 = \{x\in\mathbb{R}^m : 0\leq x_i\leq 1, i=1,...,m\}$ и $\phi_E(\operatorname{mes} U) = \|\chi_U\|_E$, где χ_U — характеристическая функция измеримого по Лебегу множества $U\subseteq Q_0$.

Пусть через π обозначается укладка куба Q_0 конгруэнтными подкубами $\{Q_i\}$, каждые два из которых не имеют общих точек, и со сторонами, параллельными сторонам Q_0. Через $E_0(f,Q_i)_E$ обозначается наилучшее приближение функции $f \in E(Q_i)$ постоянной на подкубе Q_i в метрике пространства E. Для $1 \le p < \infty$ и функции $f \in \in E(Q_0)$ определяется $(0,p)$ — модуль непрерывности [1] $\Omega_{0,p}(f,\tau)_E = = \sup\limits_{\pi} \left\{ \sum\limits_i \operatorname{mes} Q_i \dfrac{E_0^p(f,Q_i)_E}{\phi^p(\operatorname{mes} Q_i)} \right\}^{\frac{1}{p}}$, где верхняя грань взята по всем укладкам π куба Q_0 подкубами $\{Q_i\}$ равного объема, не превышающего τ^m.

Через $\Lambda_E^{0,p}(Q_0)$ обозначается квазилипшицево пространство функций $f \in E(Q_0)$, для которых $|f|_{0,p,E} = \sup\limits_{0<\tau\le 1} \Omega_{0,p}(f,\tau)_E < \infty$.

Пусть $n, k \in \mathbb{N}$, $0 \le k < n^m$, числа $l_i \in \mathbb{N}$, $i = 1,\ldots,n^m$ и такие, что в случае, когда $k > 0$, то $l_i > 1$ для $i = 1,\ldots,k$, а $l_{k+1} = \ldots = l_{n^m} = 1$. Если $k = 0$, то $l_i = 1$, $i = 1,\ldots,n^m$.

Сначала разобъем куб Q_0 на n^m подкубов $\left\{Q_{x_i,\frac{1}{n}}\right\}$ объемами $\frac{1}{n^m}$ и со сторонами параллельными сторонам куба Q_0, а потом каждый из подкубов $Q_{x_i,\frac{1}{n}}$ $(i=1,...,k)$ в случае $k>0$ разобъем на $R_i = l_i^m$ $(i=1,...,k)$ подкубов меньшего объема $\left\{Q_{x_{i,j},\frac{1}{nl_i}}\right\}_{j=1}^{R_i}$.

Обозначим $\tilde{E}_0\left(f,Q_0\right)_{L_p} = \inf\limits_{g\in P_0} \|f-g\|_{L_p(Q_0)}$, где нижняя грань взята в случае $k>0$ по множеству P_0 простых функций

$$g(x) = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{R_i} c_{ij}\chi_{Q_{ij}}(x) + \sum_{i=k+1}^{n^m} d_i\chi_{Q_i}(x)$$

и когда $k=0$

$$g(x) = \sum_{i=1}^{n^m} d_i\chi_{Q_i}(x).$$

Теорема 1. *Пусть $1 \le p < \infty$ и симметричное пространство E такое, что $E(Q_0) \subset L_p(Q_0)$ (и $\|f\|_{L_p(U)} \le \dfrac{(\operatorname{mes} U)^{\frac{1}{p}}}{\phi_E(\operatorname{mes} U)} \|f\|_{E(U)}$ для любого измеримого по Лебегу множества $U \subseteq Q_0$), тогда*

$$\sup_{\substack{f\in\Lambda_E^{0,p}(Q_0),\\ |f|_{0,p,E}\neq 0}} \frac{\tilde{E}_0\left(f,Q_0\right)_{L_p}\phi_E\left(\operatorname{mes} Q_{i,\frac{1}{n}}\right)}{\left\{\sum\limits_{i=1}^{n^m} E_0^p\left(f,Q_{i,\frac{1}{n}}\right)_E\right\}^{\frac{1}{p}}\left(\operatorname{mes} Q_{i,\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{p}}} = 1.$$

Замечание. Так как $\operatorname{mes} Q_{i,\frac{1}{n}} = \frac{1}{n^m}$, то

$$\sup_{\substack{f\in\Lambda_E^{0,p}(Q_0),\\ |f|_{0,p,E}\neq 0}} n^{\frac{m}{p}}\phi_E\left(n^{-m}\right)\frac{\tilde{E}_0\left(f,Q_0\right)_{L_p}}{\left\{\sum\limits_{i=1}^{n^m} E_0^p\left(f,Q_{i,\frac{1}{n}}\right)_E\right\}^{\frac{1}{p}}} = 1.$$

Для формулировки следующего утверждения обозначим

$$\|f\|_{\Lambda_\infty^{0,E}(Q_0)} = \sup_{0<\tau\leq 1}\|\Omega_{0,\infty}\left(f,\tau\right)\|_E = \sup_\pi\left\|\sum_{\{Q_i\}} E_0\left(f,Q_i\right)_{L_\infty}\chi_{Q_i}(\tau)\right\|_E$$

.

Теорема 2. *Если* $\|f\|_{\Lambda_{L_\infty}^{0,E}(Q_0)} < \infty$, *то*

$$\sup_{\substack{f\in\Lambda_{L_\infty}^{0,E}(Q_0),\\ |f|_{0,\infty,E}\neq 0}}\frac{\tilde{E}_0\left(f,Q_0\right)_E}{\left\|\sum\limits_{i=1}^{n^m} E_0\left(f,Q_{i,\frac{1}{n}}\right)_{L_\infty}\chi_{Q_{i,\frac{1}{n}}}(\tau)\right\|_E} = 1.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Брудный Ю. А.* Пространства, определяемые с помощью локальных приближений // Тр. Моск. матем. о-ва. 1971. Т. 24. С. 69–132.

УДК 517.984

ОБ ОДНОМ СЛУЧАЕ ЯВНОГО РЕШЕНИЯ ТРЕХЭЛЕМЕНТНОЙ ЗАДАЧИ ТИПА КАРЛЕМАНА ДЛЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Н. Р. Перельман (Смоленск, РФ)
nataly@mannet.ru

Пусть T^+ — конечная односвязная область комплексного переменного $z = x + iy$, ограниченная простым замкнутым контуром Ляпунова L.

Среди краевых задач со сдвигом в классах аналитических функций важное место занимает *трехэлементная задача типа Карлемана* (кратко — задача $\boldsymbol{K}_3$): *найти все аналитические в области* T^+ *функции* $F(z)$ *класса* $A(T^+)\cap H(L)$, *удовлетворяющие на* $L = \partial T^+$ *условию*

$$F^+[\alpha(t)] = A(t)F^+(t) + B(t)\overline{F^+(t)} + h(t), \tag{1}$$

где $A(t), B(t), h(t)$ *— заданные на* L *функции класса* $H(L)$, $\alpha(t)$ *— прямой или обратный сдвиг контура* L, *удовлетворяющий условию Карлемана*

$$\alpha[\alpha(t)] = t,$$