УДК 517.984

ТЕОРЕМА РАВНОСХОДИМОСТИ ДЛЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА С ИНВОЛЮЦИЕЙ[1]

Е. В. Назарова (Москва, РФ), В. А. Халова (Саратов, РФ)

nazarovi@inbox.ru, HalovaVA@info.sgu.ru

В пространстве $L_2[0,1]$ рассматривается интегральный оператор вида

$$Af = \int\limits_0^{1-x} A(1-x,t)f(t)\,dt + \alpha\int\limits_0^{x} A(x,t)f(t)\,dt, \qquad x\in[0,1], \qquad (1)$$

где $\alpha = \mathrm{const}$, $\alpha^2\neq 1$. На ядро $A(x,t)$ наложены следующие ограничения: $A(x,x)=1$, $\left.\dfrac{\partial A(x,t)}{\partial x}\right|_{t=x}=0$.

Исследуется равносходимость разложений Фурье произвольной функции $f(x)\in L[0,1]$ по собственным и присоединенным функциям оператора (1) и линейной комбинации функций $f(x)$ и $f(1-x)$ по обычной тригонометрической системе.

Оператор (1) является представителем класса операторов, допускающих разрывы первого рода ядра на линиях $t=x$ и $t=1-x$. Другим важным достоинством оператора (1) является то, что в условиях получаемой теоремы равносходимости не требуется проверка трудно проверяемых условий регулярности по Биркгофу линейных форм в естественных граничных условиях [1].

Для исследования равносходимости применлся метод, разработанный А. П. Хромовым и базирующийся на методе контурного интегрирования резольвенты по расширяющимся контурам в комплексной плоскости спектрального параметра.

Интегральный оператор (1) является частным случаем оператора, исследуемого в работе [2], на ядро и производные которого наложены ограничения $\left.\dfrac{\partial^j A(x,t)}{\partial x^j}\right|_{t=x}=\delta_{j,n-1}$, $j=0,\ldots,n$, δ_{ij} — символ Кронекера. Все доказательства и рассуждения в работе [2] проведены для случая четного n.

В данной работе теорема равносходимости получена для случая нечетного $n=1$ при $\alpha\neq 0$ (случай $\alpha=0$ рассмотрен в [3]).

Теорема. *Пусть ядро оператора A непрерывно дифференцируемо один раз по x и один раз по t при $0\le t\le x\le 1$, выполняются условия:*

[1]Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 13-01-00238).

а) $\dfrac{\partial}{\partial x} A(x,t)\Big|_{t=x} = 0$*; б)* $A(x,x) \equiv 1$*; в)* $\alpha^2 - 1 \neq 0$*. Тогда для любой* $f(x) \in L[0,1]$ *и любого* $\delta \in (0, 1/2)$ *имеет место соотношение:*

$$\lim_{r\to\infty} \max_{\delta \le x \le 1-\delta} \left| S_r(f,x) - \sigma_{r|\sqrt{\alpha^2-1}|}(\Phi, x) \right| = 0,$$

где $\Phi(x) = \dfrac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2-1}} f(x) - \dfrac{1}{\sqrt{\alpha^2-1}} f(1-x)$, $S_r(f,x)$ *— частичная сумма ряда Фурье функции* $f(x)$ *по собственным и присоединенным функциям оператора* A *для тех характеристических чисел* λ_k*, для которых* $|\lambda_k| < r$, $\sigma_{r|\sqrt{\alpha^2-1}|}(\Phi, x)$ *— частичная сумма тригонометрического ряда Фурье функции* $\Phi(x)$ *для тех номеров* k*, для которых* $\dfrac{1}{\sqrt{\alpha^2-1}} 2k\pi < r$, r *таково, что* $\{\lambda \in C \setminus |\lambda| = r,\ 0 \le \arg\lambda \le 2\pi\} \subset S_{\delta_0}$.

Здесь S_{δ_0} — область, получающаяся после удаления из λ-плоскости нулей некоторых функций вместе с их δ_0-окрестностями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Наймарк М. А.* Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969.
2. *Корнев В. В., Хромов А. П.* О равносходимости разложений по собственным функциям интегральных операторов с ядрами, допускающими разрывы производных на диагоналях // Матем. сб. 2001. Т. 192, № 10. С. 33–50.
3. *Хромов А. П.* Теорема равносходимости для интегрального оператора с переменным верхним пределом интегрирования // Метрическая теория функций и смежные вопросы анализа: сб. статей, посвящ. 70-летию П. Л. Ульянова. М. : Изд-во АФЦ, 1999. С. 255–266.

УДК 517.54

ОБОБЩЕННЫЕ РАЗДЕЛЕННЫЕ РАЗНОСТИ И УНИФОРМИЗАЦИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ТОРОВ[1]

С. Р. Насыров (Казань, РФ)

snasyrov@kpfu.ru

1. Поверхности рода нуль. В [1] нами был предложен приближенный метод нахождения полинома, униформизирующего заданную риманову поверхность S_1 над сферой Римана. Суть его состоит в том, что рассматривается гладкое однопараметрическое семейство $S(t)$, $1 \le t \le 1$, n-листных компактных римановых поверхностей рода нуль, которые имеют над бесконечно удаленной точкой точку ветвления порядка $(n-1)$ такое, что: 1) для поверхности $S(0)$ известен униформизирующий ее полином P_0; 2) $S(1) = S_1$; 3) кратности точек ветвления, расположенных

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-00351).