

ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ НА ТОРЕ

В. С. Мокейчев, А. М. Сидоров (Казань, РФ)

Valery.Mokeychev@kpfu.ru, Anatoly.Sidorov@kpfu.ru

Пусть $\varphi = \{\varphi_k, k \in T\}$, где T счётное множество, — система элементов, имеющая в некотором гильбертовом пространстве H биортогональную систему $\varphi^* = \{\varphi_k^*, k \in T\}$.

В [1–3] построено полное топологическое векторное пространство D'_φ , в котором сходятся ряды $\sum_{k \in T} a_k \varphi_k$, где все a_k либо числа, либо векторы одной конечной размерности, либо матрицы одной конечной размерности. Элементы D'_φ называются φ -распределениями.

Для $u \in D'_\varphi$ числа $u_k = \overline{u(\varphi_k^*)}$, $k \in T$, называются коэффициентами Фурье по системе φ -распределения u . Было показано, что D'_φ — наибольшее пространство объектов, разложенных в ряд Фурье по системе φ .

Если $\varphi = \{(2\pi)^{-\frac{n}{2}} \exp(ik \bullet x), k = (k_1, \dots, k_n) \in Z^n\}$, где $ik \bullet x = ik_1 x_1 + \dots + ik_n x_n$, $x \in R^n$, то φ -распределения называются 2π -периодическими распределениями на 2π -торе. Пространство всех таких распределений обозначим через $D'_\varphi(2\pi)$.

Пусть X — полное топологическое векторное пространство, $S(x, ik)$ — матрицы одной конечной размерности, элементы которых измеримые функции, $k \in Z^n$, $x \in R^n$. Пусть $D(A)$ — множество всех $u = \sum_{k \in Z^n} u_k \exp(ik \bullet x) \in D'_\varphi(2\pi)$, для которых сходятся в X ряды $\sum_{k \in Z^n} S(x, ik) u_k \exp(ik \bullet x) =: Au$.

Оператор $A : D(A) \rightarrow X$ называется псевдодифференциальным оператором, а уравнение $Au = f$, $f \in X$ — псевдодифференциальным уравнением на 2π -торе. В работе рассмотрена разрешимость этого уравнения для $X = L^2(\Omega)$, $\Omega = (-\pi, \pi)^n$ и некоторых других пространств X .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мокейчев В. С., Мокейчев А. В. Новый подход к теории линейных задач для систем дифференциальных уравнений в частных производных. 1// Изв. вузов. Матем. 1999. № 1. С. 25–35.
2. Мокейчев В. С. О разложении в ряды по заданной системе элементов // Исследования по прикладной математике. Казань : Изд-во КГУ, 2011. Вып. 27. С. 144–152.
3. Mokeychev V. S., Sidorov A. M. On an expansion in the series by given system of elements // Исследования по прикладной математике и информатике. Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2004. Вып. 25. С. 163–167.