УДК 519.853

# О ВНУТРЕННЕЙ ОЦЕНКЕ ВЫПУКЛОГО ТЕЛА ЛЕБЕГОВЫМ МНОЖЕСТВОМ КВАЗИВЫПУКЛОЙ ФУНКЦИИ

**В. В. Абрамова (Саратов, РФ)**
veronika0322@rambler.ru

Пусть $D$ — заданное выпуклое тело из конечномерного пространства $R^p$, а функция $f(x)$

– строго квазивыпукла на $R^p$;

– непрерывна и непрерывно дифференцируема на $R^p$ и $f'(x) \neq 0_p$ всюду, за исключением точки ее минимума, где она может быть недифференцируемой;

– ее нижние лебеговы множества ограничены.

Задача о вложении в тело $D$ множества $G(x, \alpha) = \{y \in R^p : f(y-x) \leq \leq \alpha\}$ с наибольшим значением $\alpha$ за счет выбора вектора смещения $x$ может быть записана в виде

$$\varphi(x) \equiv \min_{y \in \Omega} f(y - x) \to \max_{x \in R^p}, \tag{1}$$

где $\Omega = \overline{R^p \backslash D}$.

К задаче такого вида сводится, в частности, задача «центрирования области работоспособности» проектирующего технического устройства [1]. Пусть далее $\operatorname{co} A$, $\operatorname{int} A$ — выпуклая оболочка и внутренность множества $A$, $Q(x) = \{y \in \Omega : f(y - x) = \varphi(x)\}$.

Средствами негладкого анализа [2] доказана справедливость следующих фактов:

1) решение задачи (1) существует;

2) функция $\varphi(x)$ квазивогнута на множестве $D + x^*$, где $x^* = = \arg\min_{x \in R^p} f(x)$ и $\varphi(x) \equiv f(x^*)$ для $x \in \Omega + x^*$;

3) для того, чтобы точка $x_0$ была точкой минимума функции $\varphi(x)$ на $R^p$ необходимо и достаточно, чтобы

$$O_p \in co\{f'(y - x_0) : y \in Q(x_0)\};$$

4) если $O_p \in \operatorname{int}\operatorname{co}\{f'(y-x_0) : y \in Q(x_0)\}$, то точка $x_0$ — единственное решение задачи (1);

5) если $D$ — строго выпуклое тело, то задача (1) имеет единственное решение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Брейтон Р. К., Хэтчел Г. Д., Санджованни-Винчентелли А. Л.* Обзор методов оптимального проектирования интегральных схем // ТИИЭР. 1981. Т. 69, №10. С. 180–215.

2. *Демьянов В. Ф., Рубинов А. М.* Основы негладкого анализа и квазидифференциальное исчисление. М. : Наука, 1990.

УДК 517.5

# ОЦЕНКИ БИЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИЙ В ПРОСТРАНСТВЕ ЛОРЕНЦА[1]

**Г. Акишев (Караганда, РК)**
akishev@ksu.kz

Пусть $\mathbb{R}^m$ — $m$-мерное евклидово пространство точек $\bar{x} = (x_1, ..., x_m)$ с вещественными координатами; $I^m = \{\bar{x} \in \mathbb{R}^m;\ 0 \leq x_j \leq 2\pi;\ j = 1, ..., m\}$.

Пространством Лоренца $L_{q,\theta}(I^m)$ называется множество всех измеримых по Лебегу $2\pi$-периодических функций для которых

$$\|f\|_{q,\theta} = \left\{\frac{\theta}{q}\int_0^{2\pi}\left(\int_0^t f^*(\tau)d\tau\right)^\theta t^{\theta(\frac{1}{q}-1)-1}dt\right\}^{\frac{1}{\theta}} < +\infty,$$

$$1 \leq q < +\infty, \quad 1 \leq \theta < +\infty,$$

где $f^*(\tau)$ не возрастающая перестановка функции $|f(\bar{x})|$ (см. [1, с. 216]). В случае $\theta = q$, $L_{q,q}(I^m) = L_q(I^m)$ — пространство Лебега.

Пусть $V_l(f, \bar{x})$ кратные средние Валле – Пуссена функции $f \in L_{p,\theta}(I^m)$ и положим

$$\sigma_0(f, \bar{x}) = V_1(f, \bar{x}), \quad \sigma_s(f, \bar{x}) = V_{2^s}(f, \bar{x}) - V_{2^{s-1}}(f, \bar{x}), \quad s = 1, 2, ...$$

Пусть $1 < p,\ \theta < \infty$, $1 \leq \tau \leq \infty$ и $r > 0$. Рассматривается класс Никольского – Бесова

$$B^r_{p,\theta,\tau} = \left\{f \in L_{p,\theta}(I^m) : \left(\sum_{s \in \mathbb{Z}_+} 2^{sr\theta}\|\sigma_s(f)\|^\tau_{p,\theta}\right)^{\frac{1}{\tau}} \leq 1\right\}.$$

Для функции $f \in L_{p,\theta}(\mathbb{I}^{2m})$ рассмтривается наилучшее билинейное приближение порядка $M \in \mathbb{N}$ (см. [2, 3]):

$$\tau_M(f)_{p,\theta} = \inf_{u_j(\bar{x}), v_j(\bar{y})} \|f(\bar{x}, \bar{y}) - \sum_{j=1}^M u_j(\bar{x})v_j(\bar{y})\|_{p,\theta},$$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке гранта 5129/ГФ4 Министерства образования и науки РК.