рованными полюсами. Производящие функции этих операторов обобщают производящую функцию классических многочленов Бернштейна. Им же было отмечено, что с помощью тех же производящих функций можно построить также их q-аналоги (операторы Лупаса, точнее, их модификации). Нами было отмечено [1], что использование q-производных (вместо обычных) позволяет изучать и аппрокимативные свойства операторов Лупаса. Кроме того, этими же методами построены обладающие хорошими аппроксимативными свойствами обобщения операторов Баскакова, включающие их известные q-аналоги.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dikmen A. B. Lukashov A. L.* Generating functions method for classical positive operators, their q-analogues and generalizations // Positivity. (Online first; DOI: 10.1007/s11117-015-0362-4).

УДК 517.984

НЕРАВЕНСТВО ПУАНКАРЕ НА ТРИАНГУЛЯЦИЯХ ОБЛАСТЕЙ[1]

Р. П. Докучаев (Волгоград, РФ)

dokuch90@mail.ru

При решении уравнения минимальной поверхности итерационным методом, основанном на градиентном спуске для функционала площади, возникает вопрос о скорости сходимости данного способа. Оказывается, что скорость сходимости численного метода опирается на аналог неравенства Пуанкаре на триангуляциях, а именно на константу в неравенстве.

В данной работе мы займемся вопросом нахождения константы в аналоге неравенства Пуанкаре для триангуляций некоторых частных случаев для дальнейшего возможного отыскивания константы неравенства для триангуляции общего вида.

Рассмотрим область $\Omega_1 = \{(x, y) : a \leq x \leq b, \phi(x) \leq y \leq \psi(x)\}$, где $a = x_0 < x_1 < ... < x_n = b$ — разбиение отрезка $[a; b]$, а $\psi(x)$ и $\phi(x)$ — некоторые липшицевы функции, заданные на отрезке $[a; b]$, т. е. $|\frac{\psi(x_{i+1})-\psi(x_i)}{x_{i+1}-x_i}| \leq L_1$ и $|\frac{\phi(x_{i+1})-\phi(x_i)}{x_{i+1}-x_i}| \leq L_2$, $(L_1, L_2) - const$. Положим $f_\tau(x) = \tau\psi(x) + (1-\tau)\phi(x)$ и разобьем отрезок [0;1] точками $0 = \tau_0 < < \tau_1 < ... < \tau_m = 1$. Рассмотрим сетку в данной области, задаваемую системой точек $A_{ij}(x_i, y_j) = (x_i, f_{\tau_j}(x_i)), i = \overline{0, n}, j = \overline{0, m}$.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 08-01-00375).

Разбивая одной из диагоналей все трапеции $A_{ij}A_{i+1j}A_{ij+1}A_{i+1j+1}$, где $i = \overline{0, n-1}, j = \overline{0, m-1}$, получим триангуляцию области. Тогда пусть u_{ij}-значение в точке A_{ij}, причем необязательно нулевое.

Теорема 1. *Тогда в области Ω_1 справедливо неравенство*

$$\sum_{k=0}^{n}\sum_{l=0}^{m} u_{kl}^2 \leq C\left(\sum_{k=0}^{n}\sum_{\alpha=0}^{m-1}\left(a_{k\alpha}^2 + b_{k\alpha}^2\right) + \sum_{k=0}^{n}\sum_{\alpha=0}^{m-1}\left(\frac{u_{\beta+1j} - u_{\beta j}}{x_{\beta+1} - x_{\beta}}\right)^2\right),$$

где

$$C = \max\left(\max\left(\psi(x_j) - \phi(x_j)\right)^2; (b-a)^2 \max\left(2; 2\max^2(L_1, L_2) + 1\right)\right),$$

a_{ij}, b_{ij} — частные производные кусочно-гладкой функции в треугольнике T_{ij}.

Допустим область Ω_2 в полярных координатах имеет следующий вид $\Omega_2 = \{(r, \phi) : a \leq r \leq b, \alpha \leq \phi \leq \beta\}$. Пусть $a = r_0 < r_1 < ... < r_n = b$, $\alpha = \phi_0 < \phi_1 < ... < \phi_m = \beta$ и пусть во всех точках $A_{ij} = A_{ij}(r_i; \phi_j)$ задано некоторое значение u_{ij}, причем $u_{0j} = u_{nj} = u_{i0} = u_{im} = 0$. Триангуляция области получается путем построения одной из диагоналей во всех трапециях $A_{ij}A_{i+1j}A_{ij+1}A_{i+1j+1}$.

Теорема 2. *Тогда в области Ω_2 справедливо неравенство*

$$\sum_{k=0}^{n}\sum_{l=0}^{m} u_{kl}^2 \leq C\sum_{j=0}^{m}\sum_{k=1}^{n}\left(a_{kj}^2 + b_{kj}^2\right),$$

где $C = (b-a)^2$, a_{ij}, b_{ij} — частные производные кусочно-гладкой функции в треугольнике T_{ij}.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Галимов Н. К.* Об одном приближенном способе построения точечного каркаса минимальных поверхностей // Энергетика Татарстана. 2006. № 4(8). С. 69–76.

2. *Михайленко В. Е.* Конструирование форм современных архитектурных сооружений. Киев : Будівельник, 1978. 160 с.