

$$1 + a\mu(0) + \frac{\mu(0)}{l(0)} \int_0^a \frac{l(x) - l(0)}{1 + bl(0)} dx \neq 0.$$

Задача Гурса эквивалента операторному уравнению со сжимающим оператором.

Для частного случая поставленной задачи получен явный вид решения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голубева Н. Д., Пулькина Л. С. Нелокальная задача с интегральными условиями // Матем. заметки. 1996. Т. 59, вып. 3. С. 456–458.

2. Нахушев А. М. Нагруженные уравнения и их приложения // Дифференц. уравнения. 1983. Т. 19, № 1. С. 89–94.

3. Самарский А. А. О некоторых проблемах современной теории дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. 1980. Т. 16, № 11. С. 1925–1935.

УДК 517.984

### СХОДИМОСТЬ СРЕДНИХ РИССА ДЛЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА С ИНВОЛЮЦИЕЙ, ИМЕЮЩЕЙ РАЗРЫВ

А. В. Голубь (Саратов, РФ)

GolubAV@list.ru

Рассматривается интегральный оператор

$$Af(x) = \int_0^{\theta(x)} A(\theta(x), t) f(t) dt,$$

где  $\theta(x) = \frac{1}{2} - x$  при  $x \in [0, \frac{1}{2}]$  и  $\theta(x) = \frac{3}{2} - x$  при  $x \in (\frac{1}{2}, 1]$ . Функция  $A(x, t)$  обладает свойствами:  $A(x, t) = 0$  при  $t > x$  и  $A(x, x - 0) \equiv 1$ . Кроме того, положив  $\tilde{A}(x, t) = A(\theta(x), t)$  при  $t \leq \theta(x)$ ,  $\tilde{A}(x, t) = 0$  при  $t > \theta(x)$  и обозначив

$$B_{ij}(x, t) = \tilde{A}\left(\frac{i-1}{2} + x, \frac{j-1}{2} + t\right), \quad i, j = 1, 2, \quad x, t \in \left[0, \frac{1}{2}\right],$$

требуем, чтобы

$$\frac{\partial^{k+l}}{\partial x^k \partial t^l} B_{ij}(x, t) \quad (k + l \leq 2)$$

были непрерывны всюду, кроме, быть может, линии  $t + x = \frac{1}{2}$  и

$$\frac{\partial}{\partial x} B_{ij}(x, t) \Big|_{t=\frac{1}{2}-x\pm 0}, \quad \frac{\partial}{\partial x} B_{ij}(x, \gamma), \quad \gamma = 0, \frac{1}{2}$$

были непрерывно дифференцируемы.

Функция  $g(\lambda, r)$  удовлетворяет следующим условиям:

- 1)  $g(\lambda, r)$  непрерывна по  $\lambda$  в круге  $|\lambda| \leq r$  и аналитична по  $\lambda$  в круге  $|\lambda| < r$  при любом  $r > 0$ ;
- 2) существует постоянная  $C > 0$  такая, что  $|g(\lambda, r)| \leq C$  при всех  $r > 0$  и  $|\lambda| \leq r$ ;
- 3)  $g(\lambda, r) \rightarrow 1$  при  $r \rightarrow \infty$  и фиксированном  $\lambda$ ;
- 4)

$$g(re^{i\varphi}, r) = O\left(\left|\varphi \pm \frac{\pi}{2}\right|^\gamma\right), \gamma \geq 1.$$

Через  $R_\lambda = (E - \lambda A)^{-1}A$  обозначим резольвету Фредгольма. Тогда справедлива следующая теорема.

**Теорема.** Пусть  $A^{-1}$  существует и  $f(x) \in C[0, \frac{1}{2}] \cap V[0, \frac{1}{2}]$  при  $x \in [0, \frac{1}{2}]$ ,  $f(x) \in C[\frac{1}{2}, 1] \cap V[\frac{1}{2}, 1]$  при  $x \in [\frac{1}{2}, 1]$ ,  $f(\frac{1}{2} - 0) = f(0) - f(1) = 0$ . Тогда

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left( \sum_{k=1}^2 \max_{\frac{k-1}{2} \leq x \leq \frac{k}{2}} \left| f(x) + \frac{1}{2\pi i} \int_{|\lambda|=r} g(\lambda, r) R_\lambda f(x) d\lambda \right| \right) = 0.$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голубь А. В., Хромов А. П. Теорема равномерности разложений по собственным функциям интегральных операторов с инволюцией, допускающей разрывы // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Матем. Мех. Информ. 2007. Т. 7, вып. 2, ч. 1. С. 5–10.

УДК 517.97:517.956.2

## ОПТИМИЗАЦИЯ В НЕКОТОРЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ<sup>1</sup>

В. Ю. Гончаров (Москва, РФ)

fulu.happy@gmail.com

Задачи оптимизации функционалов, зависящих от собственных значений систем, описываемых эллиптическими дифференциальными уравнениями в частных производных, встречаются в различных приложениях [1, 2]. Множество таких задач часто возникает в оптимальном проектировании элементов конструкций. Например, для того чтобы расширить безрезонансный интервал частот некоторой конструкции, достаточно максимизировать ее фундаментальную частоту или разницу между соответствующими соседними частотами. Кроме того, часто возникают ситуации, в которых задача оптимального проектирования конструкции

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-01-00827).