

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

ИЗМЕРЕНИЕ МОДУЛЕЙ УПРУГОСТИ

Цель работы: изучение упругих свойств твердых тел, измерение модулей упругих деформаций, оценка точности метода измерения.

Краткая теория

Под абсолютно твердым телом понимается тело, частицы которого не меняют своего взаимного расположения под действием внешних сил. Однако в природе таких тел не существует, так как любое тело под влиянием внешних сил деформируется, то есть меняет свою форму или объем. Любая деформация твердого тела сопровождается возникновением в нем сил упругости или внутренних напряжений.

При равновесии кристаллической решетки силы притяжения и силы отталкивания между ионами и атомами, образующими решетку, компенсируются. При сжатии кристалла, например, с ионной решеткой уменьшается расстояние между соседними ионами, поэтому сила отталкивания становится больше силы притяжения, в результате чего появляется суммарная сила отталкивания, противодействующая сжатию. Через любую площадку внутри тела передаются равные и противоположные силы. Предел отношения этих сил на бесконечно малой площадке к величине площадки называется напряжением в данной точке тела.

Степень деформации зависит не только от значения вызывающей ее силы, но и от площади поверхности или попечного сечения, к которому эта сила приложена, а также от первоначальных размеров тела; поэтому удобнее рассматривать относительную деформацию и вызывающее ее усилие.

Под относительной деформацией понимают отношение абсолютного значения деформации Δx к первоначальному размеру тела x . Усилием P называется отношение деформирующей силы F к площади S поверхности или сечения тела. Усилие равно по величине и противоположно по направлению напряжению, возникающему в теле при деформации под действием данного усилия.

Рассмотрим изменение относительной деформации $\frac{\Delta x}{x}$

(в дальнейшем будем называть ее просто деформацией) с изменением усилия P . Пока усилие невелико, существует пропорциональность между значениями усилия и деформацией, а также и значением внутренних напряжений в теле. С пре-

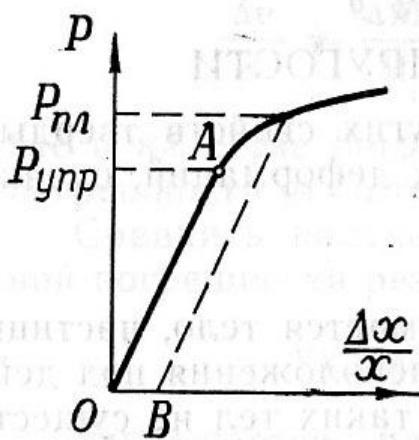


Рис. 1

крашением действия внешней силы деформация в теле исчезает. Эта стадия носит название упругой деформации и графически изображается наклонной прямой OA (рис. 1).

При дальнейшем возрастании деформирующей силы прямолинейная зависимость нарушается и деформация тела растет быстрее. В этом случае при прекращении действия силы деформация не исчезает. Эта стадия носит название пластической деформации. Отрезком OB на оси $\frac{\Delta x}{x}$ (рис. 1) показана так называемая остаточная деформация, то есть та деформация, которая остается в теле после прекращения действия силы (в случае, изображенном на рис. 1, усилие достигло значения $P_{пл}$). Если при появлении пластической деформации продолжить увеличение действующих сил, можно достичь третьей стадии, при которой наступает разрушение тела. В этом случае внутреннее напряжение переходит предел прочности тела.

Наиболее прост для рассмотрения случай упругих деформаций, подчиняющихся закону Гука и его следствиям.

ЗАКОН ГУКА. Степень упругой деформации пропорциональна значению деформирующей силы, то есть усилию, $\frac{\Delta x}{x} = cP$, где $\frac{\Delta x}{x}$ — упругая деформация; P — деформирующее усилие; c — постоянная, зависящая от свойств тела и от вида деформации.

Следствие 1. Изменение знака деформирующей силы вызывает изменение только знака упругой деформации, в то время как абсолютная величина деформации остается прежней.

Следствие 2. При действии нескольких деформирующих сил различного знака общая упругая деформация равна алгебраической сумме всех деформаций.

Существует несколько видов деформаций: растяжение, сжатие, изгиб, кручение, сдвиг. Деформации растяжения, сжатия и сдвига являются простыми, все остальные деформации можно рассматривать как сумму этих простых деформаций. Закон Гука справедлив для всех видов упругих деформаций.

В теории упругости деформации различного рода принято количественно определять коэффициентами и модулями.

Коэффициентом деформации называется величина, численно равная значению упругой деформации, вызываемой в теле усилием, равным единице.

Модулем деформации называется величина, численно равная усилию, вызывающему упругую деформацию, равную единице (в действительности такая деформация для большинства тел невозможна).

Модуль деформации можно численно определить как тангенс угла наклона прямолинейного участка графика (рис. 1) к оси деформации, а коэффициент — как котангенс того же угла. Рассмотрим некоторые виды упругих деформаций более подробно.

Деформация растяжения. Деформация растяжения возникает, например, если верхний конец проволоки закреплен, а к нижнему ее концу подведен груз, под действием которого проволока удлиняется на величину Δl . По закону Гука

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha \frac{F}{S}, \quad \text{откуда} \quad \alpha = \frac{\Delta l}{l} \cdot \frac{S}{F}$$

или

$$E = \frac{1}{\alpha} = \frac{l}{S} \cdot \frac{F}{\Delta l}. \quad (1)$$

Здесь α — коэффициент упругости тела при растяжении; F — деформирующая сила, то есть вес груза; S — площадь поперечного сечения проволоки; l — первоначальная длина проволоки; Δl — абсолютное удлинение проволоки; E — модуль упругой деформации (модуль Юнга).

Из равенства (1) следует физический смысл модуля Юнга: модуль Юнга численно равен усилию, под действием которого длина тела увеличилась бы в два раза (если бы это было возможно). Одновременно с увеличением длины тела происходит уменьшение его диаметра d : $\frac{\Delta d}{d} = \beta \frac{F}{S}$. Здесь β — коэффициент поперечного сжатия. Отношение коэффициента поперечного сжатия к коэффициенту упругости при растяжении носит название коэффициента Пуассона $\mu = \frac{\beta}{\alpha}$.

Деформация сдвига. Рассмотрим тело $ABDC$ (рис. 2), закрепленное на плоскости. Пусть на каждую единицу площади поверхности тела по касательной к поверхности действует сила P_t . Под действием этой силы слои тела сдвигаются

друг относительно друга, причем величина сдвига тем больше, чем дальше отстоит слой от закрепленной поверхности тела. В результате каждая перпендикулярная поверхности прямая повернется на некоторый угол ψ (угол сдвига). При малых деформациях угол сдвига определяется отношением $\psi = \frac{BB'}{BD}$, то есть угол ψ характеризует относительную деформацию.

Закон Гука для деформации сдвига запишется в виде $\psi = \sigma P_t$, где σ — коэффициент сдвига.

Модуль сдвига N найдем из соотношения

$$N = \frac{P_t}{\psi}. \quad (2)$$

Физический смысл модуля сдвига: модуль сдвига численно равен касательному усилию, вызывающему такую деформацию сдвига, при которой любая прямая, проведенная в теле перпендикулярно поверхности, к которой приложена сила, поворачивается на угол, равный единице.

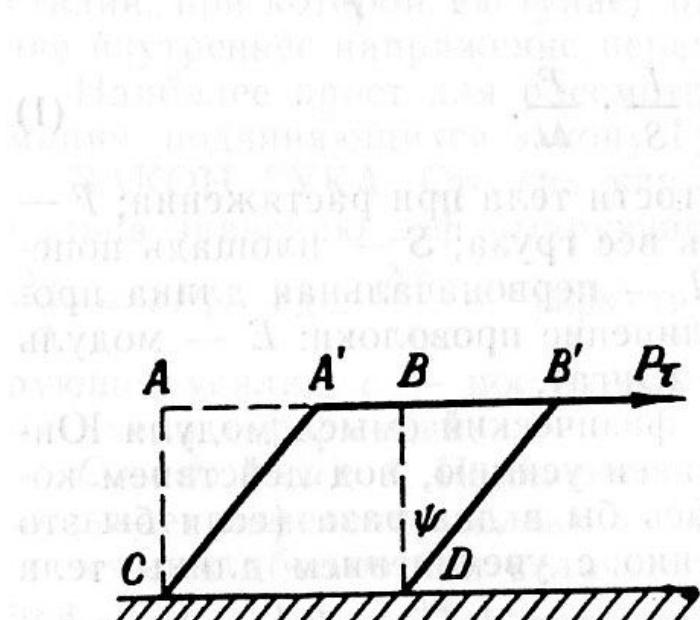


Рис. 2

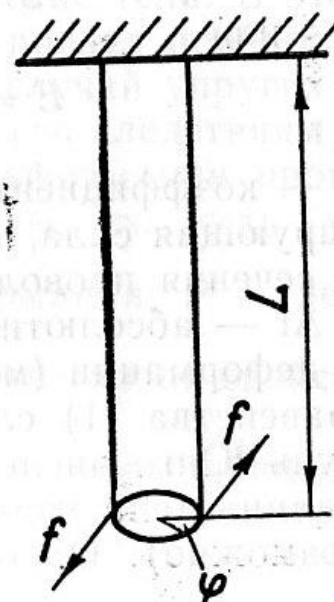


Рис. 3.

Деформация кручения. Если закрепить неподвижно верхнее сечение некоторого стержня, а к нижнему приложить пару сил f в плоскости сечения, то любой радиус нижнего сечения повернется на некоторый угол ϕ — угол закручивания (рис. 3). Относительная деформация определится как угол закручивания, отнесенный к единице длины стержня $\frac{\phi}{L}$.

В пределах упругой деформации по закону Гука будет выполняться соотношение

$$\frac{\varphi}{L} = cM, \quad (3)$$

где M — закручивающий момент, c — коэффициент кручения. Модуль кручения будет численно равен моменту сил, вызывающему поворот радиуса нижнего сечения на единичный угол при длине стержня, равной единице.

Деформация изгиба. Деформацию изгиба можно рассмотреть на примере горизонтального стержня, один конец которого закреплен неподвижно, а к другому приложена некоторая деформирующая сила. Деформацию изгиба определяют стрелой прогиба λ , то есть тем расстоянием, на которое опускается точка приложения равнодействующей всех изгибающих сил, действующих на стержень. Деформацию изгиба можно рассмотреть как совокупность деформаций растяжения (для верхних слоев стержня) и сжатия (для его нижних слоев). Возможны и другие случаи деформации изгиба: стержень закреплен на концах, а сила приложена к его середине; стержень свободно лежит на опорах, сила приложена к середине. При количественном рассмотрении оба эти случая могут быть сведены к первому.

Упругие постоянные некоторых твердых тел

Вещество	Модуль Юнга		Модуль сдвига	
	$E \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	$E \cdot 10^{-3}$, кгс/мм ²	$N \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	$N \cdot 10^{-3}$, кгс/мм ²
Алюминий	62—74	6,3—7,5	22—26	2,3—2,7
Сталь	196—218	20—22	78—82	8,0—8,3
Латунь	78—98	8—10	26—36	2,7—3,7
Медь	98—127	10—13	38—47	3,9—4,8

Упражнение 1. Определение модуля Юнга из растяжения.

Принадлежности: установка, катетометр, микрометр, метровая металлическая линейка.

Описание установки

Прибор смонтирован на вертикальной штанге, висящей на стене, к которой прикреплены два кронштейна A и B (рис. 4).

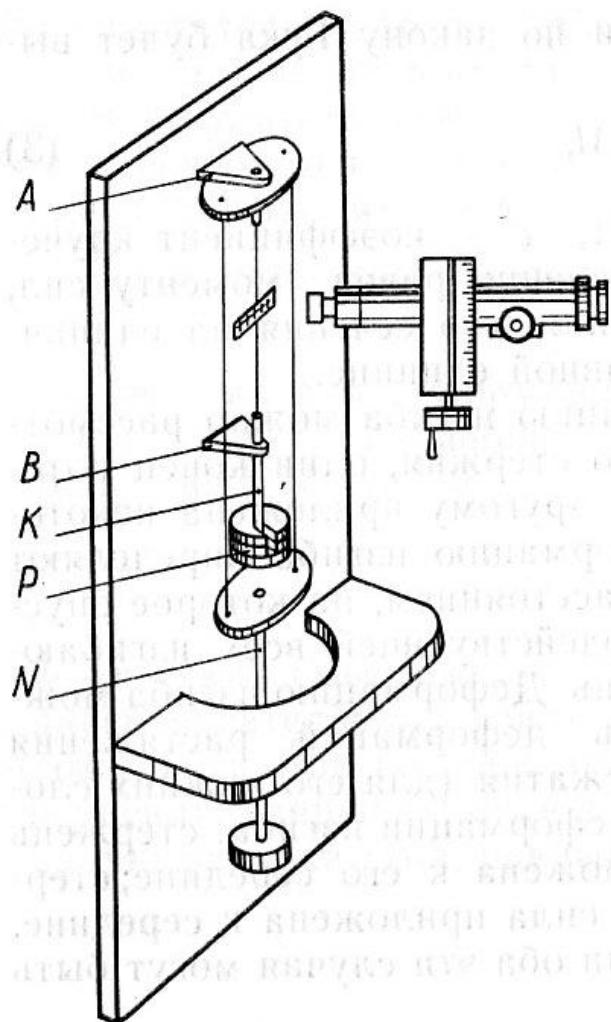


Рис. 4

Эти кронштейны расположены один над другим и служат для укрепления проволоки из исследуемого материала. При нагрузке, осуществляющейся грузами P , проволока удлиняется и указатель, прикрепленный к нижней части проволоки, перемещается вниз. Для точных измерений весьма небольших удлинений испытуемой проволоки служит так называемый измерительный микроскоп (катетометр). Сущность его устройства заключается в том, что этот микроскоп в фокальной плоскости окуляра имеет шкалу, разбитую на деления. На испытуемой проволоке имеется указатель, представляющий собой пластинку, причем на передней стороне этой пластины имеется очень тонкий штрих, который и служит указателем нижнего конца испытуемой проволоки. На этом штрихе фиксируют горизонтальные отметки шкалы измерительного микроскопа.

ется очень тонкий штрих, который и служит указателем нижнего конца испытуемой проволоки. На этом штрихе фиксируют горизонтальные отметки шкалы измерительного микроскопа.

Порядок выполнения работы

1. Измерить металлической линейкой длину проволоки от нижнего края верхнего цилиндра до черты указателя.

2. Измерить микрометром диаметр проволоки. Измерение следует провести не меньше, чем в 3-х местах. Вычислить среднее значение диаметра и площадь сечения проволоки.

3. Результаты измерений поместить в табл. 1:

Таблица 1

Номер опыта	d , мм	\bar{d} , мм	\bar{d} , м	$S = \frac{\pi \bar{d}^2}{4}$, м ²	l , м	l/S , м ⁻¹

4. Поместить все грузы на нижний стержень N . Это達ется для того, чтобы исключить погрешность, вносимую прогибом кронштейна A .

5. Переложить с нижнего на верхний стержень K два груза общим весом около 2 кг. Эта нагрузка необходима для выпрямления проволоки и не принимается в расчет при измерении модуля упругости.

6. Установить указатель с горизонтальной чертой против объектива катетометра и навести катетометр так, чтобы черта указателя была ясно видна. Вращая окуляр катетометра, совместить метку окуляра с чертой указателя.

7. Измерить с точностью до 0,01 мм цену деления окулярного микрометра при помощи нониуса и шкалы на стойке катетометра. Пусть первый отсчет равен A . Подняв или опустив катетометр, сместить метку окуляра на 10 делений по отношению к черте указателя и снять отсчет B . Тогда цена одного деления шкалы окуляра определяется из соотношения $n = \frac{A - B}{10}$.

8. Совместить метку окуляра с чертой указателя, затем переложить с нижнего стержня на верхний один груз и отсчитать, на сколько делений опустилась черта указателя. Масса груза обозначена на его корпусе.

9. Переложить с нижнего на верхний стержень поочередно остальные грузы и измерить общее абсолютное удлинение проволоки, вызываемое каждый раз суммарным грузом.

10. Построить график зависимости удлинения Δl от нагрузки F и по графику убедиться, что деформация в исследуемой области является упругой.

11. Результаты прямых измерений и вычислений занести в табл. 2:

Таблица 2

Номер опыта	F , кгс	F , Н	Δl , дел.	n , мм	Δl , м	$F/\Delta l$, Н/м ²	E , Н/м ²	\bar{E} , Н/м ²	$ \Delta E $, Н/м ²	$ \bar{E} $, Н/м ²
1	10	98	10	100	0,001	98000	98000	98000	0	98000
2	20	196	10	100	0,002	98000	98000	98000	0	98000
3	30	294	10	100	0,003	98000	98000	98000	0	98000
4	40	392	10	100	0,004	98000	98000	98000	0	98000
5	50	490	10	100	0,005	98000	98000	98000	0	98000
6	60	588	10	100	0,006	98000	98000	98000	0	98000
7	70	686	10	100	0,007	98000	98000	98000	0	98000
8	80	784	10	100	0,008	98000	98000	98000	0	98000
9	90	882	10	100	0,009	98000	98000	98000	0	98000
10	100	980	10	100	0,01	98000	98000	98000	0	98000

12. Полученное значение модуля Юнга сравнить с известным табличным значением модуля для данного материала и объяснить причины возможных расхождений.

Указание по технике безопасности

Во избежание падения грузов при навешивании прорези грузов следует ориентировать в разных направлениях.

Контрольные вопросы

1. Что происходит с кристаллической структурой твердого тела при упругой и пластической деформациях?
2. Назовите виды деформации.
3. Приведите диаграмму деформации тела для случая растяжения и сформулируйте закон Гука для этого случая.
4. Каков физический смысл модуля Юнга?
5. Объясните устройства катетометра.
6. Как нужно размещать грузы во время работы?
7. Как проверить, что все измерения проведены в области упругой деформации?

Литература

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Механика. М., Наука, 1974, т. 1, § 73—74, 77.
2. Стрелков С. П. Механика. М., Наука, 1975, § 81—83.