

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Цель работы: опытная проверка основного уравнения вращательного движения, оценка точности метода измерения.

Принадлежности: маятник Обербека, секундомер, штангенциркуль, линейка, технические весы, набор гирь и разновесок.

Краткая теория

Если поступательное движение твердого тела массы m со скоростью \bar{v} под действием результирующей силы \bar{F} описывается уравнением 2-го закона Ньютона

$$\bar{F} = m \frac{d\bar{v}}{dt}, \quad (1)$$

то вращение этого тела с угловой скоростью $\bar{\omega}$ под действием силы \bar{F} вокруг неподвижной оси Oz (рис. 1) — уравнением

$$\bar{M}_z = I_z \frac{d\omega}{dt}. \quad (2)$$

Момент силы \bar{F} относительно точки O , лежащей на оси вращения Oz , равен векторному произведению радиус-вектора r_0 на силу \bar{F} :

$$\overline{M}_0 = [\overline{r}_0 \overline{F}]. \quad (3)$$

Величина \overline{M}_z в уравнении (2) представляет собой момент силы \overline{F} относительно оси Oz и равна проекции вектора \overline{M}_0 на эту ось:

$$\overline{M}_z = [\overline{r}_0 \overline{F}]_z. \quad (3a)$$

Величина I_z в уравнении (2) называется моментом инерции тела относительно оси Oz . Она равна сумме произведений масс всех точек тела на квадраты их расстояний от оси:

$$I_z = \sum m_i r_i^2. \quad (4)$$

Из сравнения соотношений (1) и (2) можно увидеть, что момент инерции — аналог массы при поступательном движении — и характеризует меру инертности тела при вращательном движении*.

Уравнение (2) является следствием второго закона Ньютона и поэтому его проверка представляет собой проверку основных положений механики.

Описание установки и вывод рабочей формулы

На оси прибора (рис. 2) укреплен вал радиуса r и крестовина K . Вдоль стержней крестовины могут перемещаться грузики, которые можно закреплять в нужных положениях. На

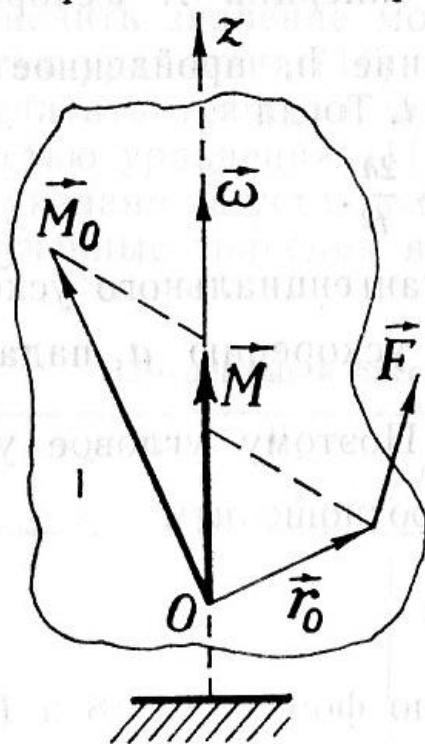


Рис. 1

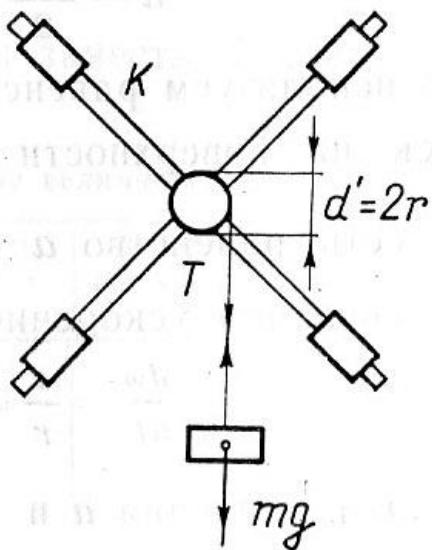


Рис. 2

* В дальнейшем индекс z в обозначениях скалярных величин M_z и I_z будем опускать.

вал намотана нить, к которой прикреплено тело с массой m , приводящее при своем падении вал во вращение.

Падение тела происходит под действием силы, равной разности между силой тяжести mg и силой натяжения нити F_n .

Поэтому уравнение движения тела запишется в виде

$$mg - F_n = ma. \quad (5)$$

Сила, по величине равная F_n , но направленная противоположно, также действует на вал, создавая вращательный момент

$$M = rF_n = rm(g - a), \quad (6)$$

заставляющий вал вращаться с угловым ускорением $\frac{d\omega}{dt}$.

Согласно основному уравнению (2) вращательного движения следует записать:

$$rm(g - a) = I \frac{d\omega}{dt}, \quad (7)$$

где I — момент инерции вращающейся системы.

В уравнении (7) пока не известны ускорение тела a , угловое ускорение вала $\frac{d\omega}{dt}$ и момент инерции I . Ускорение a легко найти, если знать расстояние h , пройденное телом во время падения, и время падения t . Тогда

$$h = \frac{1}{2}at^2 \text{ и } a = \frac{2h}{t^2}.$$

Далее используем равенство тангенциального ускорения $r \frac{d\omega}{dt}$ точек на поверхности вала ускорению a падающего тела, то есть равенство $a = r \frac{d\omega}{dt}$. Поэтому угловое ускорение будет связано с ускорением a соотношением

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{a}{r} = \frac{2h}{rt^2}. \quad (9)$$

Подставив значения a и $\frac{d\omega}{dt}$ по формулам (8 и 9) соответственно в уравнение (7), получим:

$$rm \left(g - \frac{2h}{t^2} \right) = I \cdot \frac{2h}{t^2}. \quad (10)$$

Учитывая, что $r = \frac{d}{2}$, где d — диаметр вала, окончательно имеем:

$$\frac{md}{2} \left(g - \frac{2h}{t^2} \right) = \frac{4h}{d \cdot t^2} \cdot I. \quad (11)$$

Это уравнение и подлежит экспериментальной проверке. Если проверяемый закон справедлив, то значения моментов сил в левой и правой частях уравнения (11) в пределах погрешности измерений должны совпасть.

Порядок выполнения работы

1. Установить грузики у самых концов стержней маятника таким образом, чтобы маятник находился в безразличном состоянии.
 2. Намотать нить на вал и, отпустив груз m , определить по секундомеру время t его падения на всю длину нити.
 3. Проделать опыт несколько раз и определить среднее время падения t .
 4. Измерить линейкой высоту падения h .
 5. Определить массу груза m взвешиванием на технических весах.
 6. Измерить штангенциркулем диаметр вала d .
 7. Вычислить значение момента силы M_1 , определяемого левой частью уравнения (11).
 8. Рассчитать значение момента силы M_2 , определяемого правой частью уравнения (11). Значение момента инерции I маятника указано на установке.
 9. Полученные значения величин занести в табл. 1:

Таблица 1

Измеренные и рассчитанные величины

10. Провести расчет погрешностей измерений. Пусть абсолютная погрешность в вычислении момента силы M первым способом ΔM_1 , а вторым — ΔM_2 , то есть $M = M_1 + \Delta M_1$ и $M = M_2 \pm \Delta M_2$. Значения момента силы можно считать совпадающими в данном эксперименте, если выполняется условие

$$|M_1 - M_2| \leq |\Delta M_1| + |\Delta M_2|. \quad (12)$$

Значения погрешностей $|\Delta M_1|$ и $|\Delta M_2|$ можно определить следующим путем. Прологарифмировав и продифференцировав левую часть уравнения (11), получим значение относительной погрешности:

$$\delta_1 = \frac{\Delta M_1}{M_1} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta d}{d} + 2 \frac{t \Delta h + h \Delta t}{t(g t^2 - 2h)}. \quad (13)$$

Значение абсолютной погрешности будет иметь вид $\Delta M_1 = \delta_1 M_1$. Аналогичным образом имеем

$$\delta_2 = \frac{\Delta M_2}{M_2} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta d}{d} + 2 \frac{\Delta t}{t}; \quad \Delta M_2 = \delta_2 M_2. \quad (14)$$

За погрешности Δd , Δm и Δh принимать погрешности отсчитывания соответствующих средств измерений. В качестве погрешности Δt рассматривать среднюю абсолютную погрешность результата измерения, если ее значение превышает погрешность отсчитывания секундомера.

Указание по технике безопасности

Запрещается при выполнении эксперимента вплотную подходить к врачающемуся маятнику и раскручивать его на большие обороты.

Дополнительное задание

Увеличивая нагрузку на нити, найти минимальное значение массы m_0 , при которой маятник начнет вращаться. Оценить величину момента сил трения.

Провести указанные в п.п. 1—7 измерения для различных значений массы $m > m_0$. Результаты эксперимента представить в виде графика, по вертикальной оси которого отложите величину M_1 , а по горизонтальной оси — угловое ускорение $\frac{d\omega}{dt} = \frac{4h}{d \cdot t^2}$. На основании этого графика определить

момент сил трения $M_{тр}$ и момент инерции системы I . Сравнить значения $M_{тр}$, полученные в обоих случаях. Сопоставить значение момента инерции со значением, приведенным на установке.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте основное уравнение вращательного движения твердого тела.
2. Каков смысл понятий: момент силы относительно точки, момент силы относительно оси, момент инерции?
3. Как можно экспериментально доказать справедливость основного уравнения вращательного движения?
4. Какую величину в эксперименте следует измерять наиболее точно?
5. Какие не учтенные при выводе рабочей формулы (11) факторы влияют на точность эксперимента?

Литература

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. М., Наука, 1974, т. 1, § 30, 33, 35, 36.
2. Киттель Ч., Найт У., Рудерман И. Курс физики. М., Наука, 1971, т. 1, гл. 8, § 8.1.
3. Лабораторные занятия по физике/Под ред. Л. Л. Гольдина. М., Наука, 1983, работа 2.1.