

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

механико-математический факультет



**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

**Вычислительные аспекты теории приближений**

Направление подготовки магистратуры

01.04.02 – ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Профиль подготовки магистратуры

Математическое и информационное обеспечение экономической  
деятельности

Квалификация (степень) выпускника  
(*Магистр*)

Форма обучения  
очная

Саратов  
2016

### **1. Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины (модуля) «Вычислительные аспекты теории приближений» являются:

- ознакомление обучающихся с понятиями, фактами и методами, составляющими теоретические основы теории приближений, и ознакомление с кругом прикладных задач, в которых теоретические результаты находят свое применение;
- получение обучающимися знаний по функциональному анализу и теории функций, необходимых для понимания его приложений к математическим и прикладным дисциплинам (таким как теория оптимизации, математические модели принятия решений, аппроксимация и оптимизация, вычислительная математика);
- ознакомление обучающихся с математическим аппаратом численных методов теории приближений и выработка способности его использования в профессиональной и исследовательской деятельности.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры.**

Дисциплина «Вычислительные аспекты теории приближений» относится к вариативной части блока 1 Дисциплины ООП (Б1.В.ОД.2).

Для освоения дисциплины «Вычислительные аспекты теории приближений» необходимы знания, умения и навыки, полученные при изучении таких дисциплин ООП, как теория оптимизации, непрерывные математические модели.

Освоение дисциплины «Вычислительные аспекты теории приближений» способствует изучению таких дисциплин ООП, как актуарная математика, математические модели принятия решений, математические модели в теории страхования.

### **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля).**

В результате освоения дисциплины «Вычислительные аспекты теории приближений» у обучающегося частично формируются следующие компетенции:

- способность самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе, в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять свое научное мировоззрение (ОПК-3);
- способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива (ПК-1).

Выпускник, освоивший программу магистратуры по направлению «Прикладная математика и информатика», профиль «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности» должен обладать специализированными профессиональными компетенциями (СПК):

- Способностью использовать современные пакеты прикладных программы для решения прикладных задач (СПК-1)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

•**Знать:** элементы классической теории функций и функционального анализа, основы теории операторов, геометрии нормированных пространств, а также ряд современных областей теории функций и функционального анализа таких, как теория сплайнов.

•**Уметь:** моделировать приближающие агрегаты для описания поведения функций, решения дифференциальных и интегральных уравнений, пользоваться изученными теоретическими результатами для решения практических задач прикладного функционального анализа.

•**Владеть:** представлениями о приложениях различных методов теории приближений к решению ряда практических задач.

#### 4. Структура и содержание дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа, в том числе: аудиторных – 35 часов, самостоятельной работы студента – 37 часов.

Дисциплина преподается в 2-м семестре.

Формы текущего контроля успеваемости: решение задач, устный блиц-опрос, итоговый опрос.

Формы промежуточной аттестации: зачет во 2-м семестре.

#### Календарно-тематический план изучения дисциплины:

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)  Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				лекции	практические	СРС	КСР	
1	Общая теория наилучших приближений	2	1-6	4	5	12	1	Блиц-опрос, домашнее задание

2	Прямые и обратные теоремы приближения периодических функций и функций на отрезке	2	7-12	6	3	10	1	Решение задач, блиц-опрос, домашнее задание
3	Интерполяция и сплайны	2	13-18	6	8	15	1	Решение задач, домашнее задание, итоговый опрос
	<b>ИТОГО</b>			<b>16</b>	<b>16</b>	<b>37</b>	<b>3</b>	<b>Зачет</b>

### Содержание дисциплины (развернутая программа курса)

#### Раздел 1. Общая теория наилучших приближений.

1.1. Наилучшее приближение множеством и подпространством, их свойства. Единственность наилучшего приближения в строго нормируемом пространстве. Теорема Бернштейна об элементе с заданной последовательностью наилучших приближений.

1.2. Чебышевское подпространство, теорема Хаара. Чебышевский альтернанс, теоремы Валле-Пуссена и Чебышева. Многочлены Чебышева.

1.3. Приближение периодических функций.

Раздел 2. Прямые и обратные теоремы приближения периодических функций и функций на отрезке.

2.1. Свойства  $k$ -х разностей. Модуль непрерывности первого и высших порядков, его свойства.

2.2. Ядра Джексона-Стечкина, их свойства. Прямая теорема приближения для непрерывных и непрерывно-дифференцируемых функций.

Прямая теорема приближения для функций на отрезке.

2.3. Неравенство Бернштейна для тригонометрических полиномов. Обратные теоремы приближения для непрерывных и дифференцируемых функций.

2.4. Приближение линейными средними рядов Фурье (средние Фейера и Абеля-Пуассона).

#### Раздел 3. Интерполяция и сплайны.

3.1. Интерполяционный процесс. Функции и константы Лебега. Минимальный порядок роста констант Лебега.

3.2. Интерполяционные процессы по корням ортогональных многочленов. Оценка погрешности интерполяции.

3.3. Полиномиальные сплайны. Интерполирование сплайнами. Существование сплайнов с заданными нулями. В-сплайны.

## **5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля).**

Лекции, разбор конкретных ситуаций, обсуждение возможностей практического применения получаемых знаний и навыков, мозговой штурм, мастер-класс. Реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, работа над проектами) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Эффективность применения интерактивных форм обучения обеспечивается реализацией следующих условий:

- создание диалогического пространства в организации учебного процесса;
- использование принципов социально – психологического обучения в учебной и внеучебной деятельности;
- мониторинг личностных особенностей и профессиональной направленности студентов;
- формирование психологической готовности преподавателей к использованию интерактивных форм обучения, направленных на развитие внутренней активности студентов;

Использование интерактивных форм и методов обучения направлено на достижение ряда важнейших образовательных целей:

- стимулирование мотивации и интереса в области анализа сложных систем и обработки данных и в общеобразовательном, общекультурном и профессиональном плане;
- повышение уровня активности и самостоятельности обучаемых;
- развитие навыков анализа, критичности мышления, взаимодействия, коммуникации;
- саморазвитие и развитие обучаемых благодаря активизации мыслительной деятельности и диалогическому взаимодействию с преподавателем и другими участниками образовательного процесса.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом

в учебном процессе они должны составлять не менее 30 % аудиторных занятий

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

### **Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ**

При обучении лиц с ограниченными возможностями используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

*-для слабовидящих:*

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

*- для глухих и слабослышащих:*

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

*- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих* все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

При изучении дисциплины «Вычислительные аспекты теории приближений» предусмотрены следующие виды самостоятельной работы обучающихся:

- разбор теоретического материала по конспектам лекций и пособиям;
- самостоятельное изучение указанных теоретических вопросов;
- решение задач по темам практических занятий.

### ***План самостоятельной работы***

План самостоятельной работы написан в форме вопросов промежуточной аттестации.

1. Приближение подпространством и его основные свойства.
2. Существование наилучшего приближения.
3. Теорема С.Н.Берштейна о существовании элемента с заданной последовательностью наилучших приближений.
4. Чебышевские подпространства, их критерий. Примеры.
5. Теорема А.Хаара.
6. Теорема Ш. де ла Валле-Пуссена об оценке снизу наилучшего приближения.
7. Теорема Чебышева об альтернансе.
8. Многочлен, наименее уклоняющийся от нуля на отрезке.
9. Модуль непрерывности, его критерий (теорема С.М.Никольского).
10. Свойства разностей натурального порядка.
11. Модули гладкости, их порядок убывания.
12. Прямая теорема приближения Д.Джексона-С.Б.Стечкина.
13. Неравенство С.Н.Бернштейна для тригонометрических полиномов.
14. Обратные теоремы приближения периодических функций.
15. Связь констант (функций Лебега) и сходимости интерполяционных процессов.
16. Оценка снизу констант Лебега интерполяционных процессов.

17. Многочлен с узлами в корнях полиномов Чебышева.
18. Построение сплайнов с заданными свойствами.
19. В-сплайны.

***Вопросы для самоконтроля знаний при подготовке студентов к занятиям, самостоятельному изучению курса, к промежуточной аттестации***

1. Наилучшее приближение в нормированном пространстве
2. Наилучшее приближение в гильбертовом пространстве.
3. Существование наилучшего приближения.
4. Единственность наилучшего приближения.
5. Примеры чебышевских систем.
6. Чебышевский альтернанс, примеры.
7. Многочлены Чебышева, их корни.
8. Критерии экстремальных многочленов для периодических функций.
9. Модуль непрерывности.
10. Свойства модуля гладкости.
11. Приближение функций классов Липшица и функций с производной класса Липшица.
12. Конструктивное описание классов Липшица периодических функций.
13. Средний Фейера как аппарат приближения периодических функций.
14. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Эрмита, их построение.
15. Сплайны и их построение.
16. Интерполяция сплайнами.

***Типы заданий для практических занятий:***

- Найти экстремумы функции и посчитать ее равномерную норму;
- найти интегральную норму функции точно или приближенным методом;
- построить приближающие полиномы данного вида для периодической функции или функции, заданной на отрезке;
- с помощью прямых и обратных теорем теории приближения оценить модуль непрерывности или наилучшее приближение заданной функции;
- построить интерполяционный многочлен Лагранжа или Эрмита для данной функции;
- построить сплайн с заданными свойствами.

Текущий контроль осуществляется в ходе учебного процесса и



консультирования студентов по результатам выполнения самостоятельных работ. Основными формами текущего контроля являются:

- обсуждение вынесенных в план самостоятельной работы вопросов и задач;
- решение на практических занятиях задач и их обсуждение;
- блиц-опрос;
- итоговый опрос.

### Вопросы к зачету

1. Наилучшее приближение в нормированной пространстве
2. Наилучшее приближение в гильбертовом пространстве.
3. Существование наилучшего приближения.
4. Единственность наилучшего приближения.
5. Примеры чебышевских систем.
6. Чебышевский альтернанс, примеры.
7. Многочлены Чебышева, их корни.
8. Критерии экстремальных многочленов для периодических функций.
9. Модуль непрерывности.
10. Свойства модуля гладкости.
11. Приближение функций классов Липшица и функций с производной класса Липшица.
12. Конструктивное описание классов Липшица периодических функций.
13. Средний Фейера как аппарат приближения периодических функций.
14. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Эрмита, их построение.
15. Сплаины и их построение.
16. Интерполяция сплайнами.

### 7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
2	10	0	20	30	0	0	40	100

## **Программа оценивания учебной деятельности студента**

\_\_\_\_\_2\_\_\_\_\_ семестр  
номер семестра

### **Лекции**

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 10.

Критерии оценки:

- менее 50% от числа занятий в семестре – 0 баллов,
- от 50% до 74% – 5баллов,
- не менее 75% – 10 баллов.

### **Лабораторные занятия**

Не предусмотрены.

### **Практические занятия**

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 20.

Критерий оценки:

при освоении студентом практической части дисциплины на «отлично» – 20 баллов, «хорошо» – 15 баллов, «удовлетворительно» – 10 баллов; «неудовлетворительно» – 0 баллов.

### **Самостоятельная работа**

Выполнение домашних заданий; количество баллов – от 0 до 30.

Критерий оценки:

- при полностью правильном и своевременном выполнении студентом домашних заданий – 30 баллов;
- при частично правильном (правильно выполненных заданий – не менее 70%) – 20 баллов;
- при нерегулярном (правильно выполненных заданий - 30% - 70%) – 10 баллов;
- при невыполнении заданий (выполнено менее 30%) – 0 баллов.

### **Автоматизированное тестирование**

Не предусмотрено.

### **Другие виды учебной деятельности**

Не предусмотрено.

### **Промежуточная аттестация**

Форма промежуточной аттестации: зачет, количество баллов – от 0 до 40.

Зачет проводится в устной форме в виде ответов на вопросы билета и трех дополнительных вопросов из перечня вопросов к промежуточной аттестации. Билет содержит два вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации.

Критерий оценки ответа на каждый вопрос при проведении промежуточной аттестации:

- на вопрос дан правильный, полный, развернутый ответ (допускаются незначительные погрешности) – 8 баллов;
- на вопрос дан правильный, но неполный ответ (например, при доказательстве теоремы, изложении метода отсутствуют отдельные логические шаги; допущена ошибка при вычислении; имеются другие неточности) – 6-7 баллов;
- на вопрос дан краткий ответ, содержащий только верно сформулированные факты – 5 баллов;
- в остальных случаях – 0 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 2 семестр по дисциплине «Вычислительные аспекты теории приближений» составляет 100 баллов.

Таблица 2. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов «Вычислительные аспекты теории приближений» в оценку (зачет):

60-100 баллов	«зачтено»
0-59 баллов	«не зачтено»

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля).**

### **а) основная литература:**

1. А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин, Элементы теории функций и функционального анализа. Москва: Физматлит, 2006. 570с.
2. С.П. Кшевецкий, Численные методы и введение в функциональный анализ. Калининград: Изд-во Рос. гос. ун-та им. И. Канта, 2007. 209с.

### **б) дополнительная литература:**

1. И.К. Даугавет. Введение в теорию приближения функций. Ленинград: Изд-во ЛГУ, 1977. 184с.
2. В.К. Дзядык. Введение в теорию равномерного приближения функций Полиномами. Москва: Наука, 1977. 512 с.

3. Л.В. Канторович, Г.П. Акилов, Функциональный анализ. Санкт-Петербург: Невский Диалект, 2004. 813с. ✓

*Сидоров*

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. <http://library.sgu.ru>

### 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Доска, мел. Самостоятельная работа студентов также включает применение ИКТ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 – ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА и профилю подготовки «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности».

Автор: доцент кафедры ТФиСА С. В. Тышкевич.

*Тышкевич*

Программа разработана в 2014 году (одобрена на заседании кафедры теории функций и приближений от «29» августа 2014 года, протокол № 1).

Программа актуализирована в 2016 году на заседании кафедры теории функций и стохастического анализа, протокол № 2 от 6 сентября 2016 г.

Зав. кафедрой ТФиСА

*Сидоров*

С.П.Сидоров

Декан механико-математического ф-та

*Захаров*

А. М. Захаров