

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

механико-математический факультет



Рабочая программа дисциплины (модуля)

Аппроксимация и оптимизация

Направление подготовки магистратуры

01.04.02 – ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Профиль подготовки магистратуры

Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Квалификация (степень) выпускника
(*Магистр*)

Форма обучения
очная

Саратов
2016

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) «Аппроксимация и оптимизация» являются:

- ознакомление обучающихся с понятиями, фактами и методами, составляющими теоретические основы конструктивной теории приближения функций и ознакомление с кругом прикладных оптимизационных задач, в которых изученные методы аппроксимации находят свое применение;
- получение обучающимися знаний по теории аппроксимации и теории оптимизации, необходимых для понимания его приложений к математическим и прикладным дисциплинам (таким как вычислительные аспекты теории приближений, прикладной функциональный анализ, вычислительная математика);
- ознакомление обучающихся с математическим аппаратом теории приближения функций и выработка способности его использования в профессиональной и исследовательской деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры.

Дисциплина «Аппроксимация и оптимизация» относится к вариативной части блока 1 Дисциплины ООП (Б1.В.ДВ.5).

Для освоения дисциплины «Аппроксимация и оптимизация» необходимы знания, умения и навыки, полученные при изучении таких дисциплин ООП, как современные проблемы прикладной математики и информатики, непрерывные математические модели.

Освоение дисциплины «Аппроксимация и оптимизация» способствует изучению таких дисциплин ООП, как вычислительные аспекты теории приближений, актуарная математика, математические модели принятия решений.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля).

В результате освоения дисциплины «Аппроксимация и оптимизация» у обучающегося частично формируются следующие компетенции:

- способность использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики (ОПК-4);
- способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива (ПК-1).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- **Знать:** основы конструктивной теории приближения функций, методы теории интерполяции, элементы теории сплайнов, теории всплесков, основные понятия и результаты выпуклого анализа.

- **Уметь:** использовать прямые и обратные теоремы теории приближений для описания различных классов функций, решать задачи выпуклой оптимизации при помощи составления двойственных задач.

- **Владеть:** представлениями о приложениях различных методов конструктивной теории приближений и выпуклой оптимизации к решению ряда практических задач.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов, в том числе: аудиторных – 42 часа, самостоятельной работы студента – 66 часов.

Дисциплина преподается в 1-м семестре.

Формы текущего контроля успеваемости: решение задач, устный блиц-опрос, контрольная работа, итоговый опрос.

Формы промежуточной аттестации: зачет в 1-м семестре.

Календарно-тематический план изучения дисциплины:

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				лекции	практические	СРС	КСР	
1	Конструктивная теория приближений	1	1-6	6	6	22	0	Решение задач, блиц-опрос, домашнее задание
2	Выпуклая оптимизация	1	7-12	6	6	22	0	Решение задач, блиц-опрос, домашнее задание
3	Современные методы аппроксимации	1	13-18	6	6	22	6	Решение задач, домашнее задание, контрольная работа,

								итоговый опрос
	ИТОГО			18	18	66	6	Зачет

Содержание дисциплины (развернутая программа курса)

Раздел 1. Конструктивная теория приближений.

1.1. Аналитическая теория полугрупп (сильно непрерывные равномерно ограниченные полугруппы операторов в банаховом пространстве, инфинитезимальный (порождающий) оператор полугруппы, теорема Хилле – Йосида, теорема о представлении для полугрупп, теорема единственности).

1.2. Периодические группы операторов и наилучшее приближение (модуль гладкости, величина наилучшего приближения, тригонометрические вектор-функции, тригонометрические вектор-полиномы, оценка нормы линейной суммы тригонометрического вектор-полинома, неравенство Бернштейна, неравенство Чебышева, теорема Джексона, теорема Бернштейна).

Раздел 2. Выпуклая оптимизация.

2.1. Задача минимизации и двойственная задача.

2.2. Устойчивость задачи минимизации.

2.3. Характеризация решений.

Раздел 3. Современные методы аппроксимации.

3.1. Сплайн-аппроксимация (интерполяционные сплайны, сглаживающие сплайны, существование и единственность сплайн-функций, характеристика сплайн-функций, численное построение сплайн-функций).

3.2. Всплески (кратно-масштабный анализ, масштабирующее уравнение во временной и частотной области, основная теорема кратномасштабного анализа, приближение функций всплесками, аффинные системы функций).

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля).

Лекции, разбор конкретных ситуаций, обсуждение возможностей практического применения получаемых знаний и навыков, мозговой штурм, мастер-класс. Реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, работа над проектами) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Эффективность применения интерактивных форм обучения обеспечивается реализацией следующих условий:

- создание диалогического пространства в организации учебного процесса;
- использование принципов социально – психологического обучения в учебной и внеучебной деятельности;

- мониторинг личностных особенностей и профессиональной направленности студентов;
- формирование психологической готовности преподавателей к использованию интерактивных форм обучения, направленных на развитие внутренней активности студентов;

Использование интерактивных форм и методов обучения направлено на достижение ряда важнейших образовательных целей:

- стимулирование мотивации и интереса в области анализа сложных систем и обработки данных и в общеобразовательном, общекультурном и профессиональном плане;
- повышение уровня активности и самостоятельности обучаемых;
- развитие навыков анализа, критичности мышления, взаимодействия, коммуникации;
- саморазвитие и развитие обучаемых благодаря активизации мыслительной деятельности и диалогическому взаимодействию с преподавателем и другими участниками образовательного процесса.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30 % аудиторных занятий

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ

При обучении лиц с ограниченными возможностями используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

-для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих

все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

При изучении дисциплины «Аппроксимация и оптимизация» предусмотрены следующие виды самостоятельной работы обучающихся:

- разбор теоретического материала по конспектам лекций и пособиям;
- самостоятельное изучение указанных теоретических вопросов;
- решение задач по темам практических занятий

План самостоятельной работы по курсу «Аппроксимация и оптимизация».

План самостоятельной работы по курсу «Аппроксимация и оптимизация»

написан в форме вопросов промежуточной аттестации.

1. Полугруппы и группы операторов в банаховом пространстве.
2. Унитарные группы операторов.
3. Изометрические полугруппы операторов.
4. Сильно непрерывные равномерно ограниченные полугруппы операторов.
5. Теорема об оценке роста нормы операторов полугруппы.
6. Теорема Стоуна.
7. Инфинитезимальный (порождающий) оператор полугруппы.
8. Теорема Хилле – Йосида.
9. Задача минимизации и ее возмущение.
10. Двойственная задача.
11. Условия устойчивости задачи минимизации.
12. Интерполяционные сплайны.
13. Сглаживающие сплайны.
14. Всплеск Хаара.
15. Всплески Баттла – Лемарье.
16. Всплески Стромберга.
17. Всплеск Уиттекера – Котельникова – Шеннона.

Вопросы для самоконтроля знаний при подготовке студентов к занятиям, самостоятельному изучению курса, к промежуточной аттестации

1. Свойства порождающего оператора полугруппы.
2. Теорема Хилле – Йосида.
3. Теорема о представлении для полугрупп.
4. Теорема единственности для полугрупп.
5. Периодические группы операторов.
6. Тригонометрические вектор-функции.
7. Полнота системы тригонометрических вектор-функций.
8. Тригонометрические вектор-полиномы.
9. Теорема об оценке линейной суммы тригонометрического вектор-полинома.
10. Неравенство Бернштейна.
11. Неравенство Чебышева.
12. Замкнутость пространства тригонометрических вектор-полиномов.
13. Теорема Джексона.
14. Теорема Бернштейна.
15. Теорема об o - и порядковых соотношениях.
16. Задача минимизации.
17. Возмущение задачи минимизации.
18. Двойственная задача.
19. Характеризация решения задачи минимизации.
20. Устойчивость задачи минимизации.

21. Существование и единственность интерполяционного сплайна.
22. Существование и единственность сглаживающего сплайна.
23. Кратномасштабный анализ.
24. Масштабирующая функция. Масштабирующее уравнение.
25. Основная теорема кратномасштабного анализа.
26. Приближение всплесками.
27. Аффинные системы функций и их свойства.

Типы заданий для практических занятий:

- выполнить программную реализацию алгоритма сплайн-аппроксимации;
- выполнить программную реализацию алгоритма вейвлет-аппроксимации;
- составить двойственную задачу для данной задачи минимизации.

Примерные задания для контрольной работы:

1. Среди кривых, проходящих через две заданные точки А и В найти такую, для которой площадь поверхности вращения дуги АВ является наименьшей.
2. Найти экстремали задачи $J(x) = \int_0^T (x^2 + \dot{x}^2) dt \rightarrow \inf$, $x(0) = x_0, x(T) = x_1$.
3. Найти экстремали задачи $J(x) = \int_0^1 \dot{x}^3 dt \rightarrow \inf$, $x(0) = 0, x(1) = 1$.

Текущий контроль осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов по результатам выполнения самостоятельных и контрольных работ. Основными формами текущего контроля являются:

- обсуждение вынесенных в план самостоятельной работы вопросов и задач;
- решение на практических занятиях задач и их обсуждение;
- контрольная работа;
- блиц-опрос;
- итоговый опрос.

Вопросы к зачету

1. Свойства порождающего оператора полугруппы.
2. Теорема Хилле – Йосида.
3. Теорема о представлении для полугрупп.
4. Теорема единственности для полугрупп.
5. Периодические группы операторов.
6. Тригонометрические вектор-функции.
7. Полнота системы тригонометрических вектор-функций.
8. Тригонометрические вектор-полиномы.

9. Теорема об оценке линейной суммы тригонометрического вектор-полинома.
10. Неравенство Бернштейна.
11. Неравенство Чебышева.
12. Замкнутость пространства тригонометрических вектор-полиномов.
13. Теорема Джексона.
14. Теорема Бернштейна.
15. Теорема об o - и порядковых соотношениях.
16. Задача минимизации.
17. Возмущение задачи минимизации.
18. Двойственная задача.
19. Характеризация решения задачи минимизации.
20. Устойчивость задачи минимизации.
21. Существование и единственность интерполяционного сплайна.
22. Существование и единственность сглаживающего сплайна.
23. Кратномасштабный анализ.
24. Масштабирующая функция. Масштабирующее уравнение.
25. Основная теорема кратномасштабного анализа.
26. Приближение всплесками.
27. Аффинные системы функций и их свойства.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	10	0	20	30	0	0	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента

_____ 1 _____ семестр
номер семестра

Лекции

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 10.

Критерии оценки:

- менее 50% от числа занятий в семестре – 0 баллов,
- от 50% до 74% – 5 баллов,

- не менее 75% – 10 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 20.

Критерий оценки:

при освоении студентом практической части дисциплины на «отлично» – 20 баллов, «хорошо» – 15 баллов, «удовлетворительно» – 10 баллов; «неудовлетворительно» – 0 баллов.

Самостоятельная работа

Выполнение домашних заданий; количество баллов – от 0 до 30.

Критерий оценки:

- при полностью правильном и своевременном выполнении студентом домашних заданий – 30 баллов;
- при частично правильном (правильно выполненных заданий – не менее 70%) – 20 баллов;
- при нерегулярном (правильно выполненных заданий - 30% - 70%) – 10 баллов;
- при невыполнении заданий (выполнено менее 30%) – 0 баллов.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Не предусмотрено.

Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации: зачет; количество баллов – от 0 до 40.

Зачет проводится в устной форме в виде ответов на вопросы билета и трех дополнительных вопросов из перечня вопросов к промежуточной аттестации. Билет содержит два вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации.

Критерий оценки ответа на каждый вопрос при проведении промежуточной аттестации:

- на вопрос дан правильный, полный, развернутый ответ (допускаются незначительные погрешности) – 8 баллов;

- на вопрос дан правильный, но неполный ответ (например, при доказательстве теоремы, изложении метода отсутствуют отдельные логические шаги; допущена ошибка при вычислении; имеются другие неточности) – 6-7 баллов;
- на вопрос дан краткий ответ, содержащий только верно сформулированные факты – 5 баллов;
- в остальных случаях – 0 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «Аппроксимация и оптимизация» составляет 100 баллов.

Таблица 2. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Аппроксимация и оптимизация» в оценку (зачет):

Итоговая сумма баллов	Оценка по дисциплине
0 – 49	незачтено
50 – 100	зачтено

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля).

а) основная литература:

1) В.М. Алексеев, Э.М. Галлеев, В.М. Тихомиров, Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи. Москва: Физматлит, 2008. 255с.

2) А.Ф. Измаилов, М.В. Солодов, Численные методы оптимизации. Москва: Физматлит, 2008. 320с.

ЕСТЬ ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ:

3) Мастяева, И. Н. Методы оптимизации. Линейные и нелинейные методы и модели в экономике [Электронный ресурс] : учебное пособие / Мастяева И. Н. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 424 с. - ISBN 978-5-374-00410-6 : Б. ц.

Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.

4) Аттетков, Александр Владимирович. Методы оптимизации [Текст] : Учебное пособие / Александр Владимирович Аттетков, Владимир Степанович Зарубин, Анатолий Николаевич Канатников. - Москва : Издательский Центр РИОР ; Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2013. - 270 с. - ISBN 978-5-369-01037-2 : Б. ц. (ЭБС ИНФРА-М)

б) дополнительная литература:

- 1) Сухарев А.Г. , А.В. Тимохов, В.В. Федоров, Курс методов оптимизации. Москва: Физматлит, 2005. 367с. 2
- 2) Новиков И.Я., В.Ю. Протасов, М.А. Скопина, Теория всплесков. Москва: Физматлит, 2005. 612с.
- 3) В.М. Гончаренко, В.Ю. Попова (под ред.), Методы оптимальных решений в экономике и финансах. Москва: Кнорус, 2013. 398с
- 4) Н. Ю. Трошина Н.Ю., Элементы теории оптимального управления. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2007. 113с. в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

А.С.С.

1. <http://library.sgu.ru>

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Доска, мел. Самостоятельная работа студентов также включает применение ИКТ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 – ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА и профилю подготовки «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности».

Автор: профессор кафедры ТФиСА П. А. Терехин.

П.А.Терехин

Программа разработана в 2014 году (одобрена на заседании кафедры теории функций и приближений от «29» августа 2014 года, протокол № 1).

Программа актуализирована в 2016 году на заседании кафедры теории функций и стохастического анализа, протокол № 2 от 6 сентября 2016 г.

Зав. кафедрой ТФиСА

Сидоров

С. П. Сидоров

Декан механико-математического ф-та

Захаров

А. М. Захаров