

n.2  
n.5  
n.9

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»  
Механико-математический факультет



УТВЕРЖДАЮ

*Игорь* 2016 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
«Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки бакалавриата  
38.03.05 Бизнес-информатика

Профиль подготовки бакалавриата  
Управление бизнес-процессами

Квалификация (степень) выпускника  
Бакалавр

Форма обучения  
Очная

Саратов,  
2016

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»  
Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ

“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Рабочая программа дисциплины**  
«Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки бакалавриата  
38.03.05 Бизнес-информатика

Профиль подготовки бакалавриата  
Управление бизнес-процессами

Квалификация (степень) выпускника  
Бакалавр

Форма обучения  
Очная

Саратов,  
2016

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью преподавания этого курса является знакомство с вероятностью как объективной характеристикой явлений и процессов в окружающем мире носящих случайный характер, изучение теоретико-вероятностных и статистических закономерностей, а также изучение методов построения теоретико-вероятностных и статистических моделей случайных процессов.

Курс лекций должен помогать развитию теоретико-вероятностной интуиции у студентов, умению строить математические модели реальных случайных явлений и дать необходимые знания для изучения дисциплин профиля теория вероятностей и математическая статистика.

## 2. Место дисциплины в структуре бакалавриата

Данная дисциплина относится к базовой части Б.1.Б.11 учебного плана ООП бакалавра. Дисциплина связана с предметами «Математика», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» базовой части Б.1.Б.

При изучении курса ТВ и МС студенту требуются следующие знания, умения и готовности, приобретенные в процессе освоения указанных предметов: знание основных понятий и теорем, умение дифференцировать и интегрировать, выполнять операции с матрицами, комплексными числами, использовать усвоенные методы анализа и решения поставленной задачи при построении математической модели стохастических экспериментов.

Система знаний, приобретенная в процессе изучения ТВ и МС, необходима студенту как предшествующая при изучении дисциплин «Теория систем и системный анализ», «Моделирование бизнес-процессов», «Математическое моделирование экономических процессов».

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения данной дисциплины формируются следующие общепрофессиональные компетенции (ОПК):

ОПК-1 способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.

Также формируются общекультурные компетенции (ОК):

ОК-7 способность к самоорганизации и самообразованию;

и профессиональные компетенции (ПК):

ПК-17 способность использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования;

ПК-18 способность использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:**

- 1) определение и основные свойства вероятности;
- 2) случайные величины, способы их описания и числовые характеристики;

- 3) предельные теоремы теории вероятностей (законы больших чисел, центральная предельная теорема);
- 4) цепи Маркова и их использование в моделировании социально-экономических процессов;
- 5) статистические методы обработки экспериментальных данных.

**Уметь:**

- 1) находить классические и геометрические вероятности в типичных моделях;
- 2) использовать при решении практических задач понятия условной вероятности и независимости событий;
- 3) находить законы распределения вероятностей для функций от известных случайных величин;
- 4) находить числовые характеристики случайных величин;
- 5) применять предельные теоремы для решения некоторых вероятностных задач;
- 6) применять цепи Маркова при моделировании социально-экономических процессов, находить вероятности перехода за несколько шагов и предельные вероятности;
- 7) находить выборочные характеристики, строить гистограмму и полигон частот;
- 8) находить точечные оценки параметров распределений методами моментов и максимального правдоподобия;
- 9) находить доверительные интервалы параметров распределений;
- 10) использовать методы проверки статистических гипотез в социально-экономических исследованиях.

**Владеть:** Теоретико-вероятностными методами: методикой изучения стохастических ситуаций, основными методами изучения зависимости стохастических явлений, методами сбора и обработки экспериментальных данных, методами выбора теоретических моделей, методами статистического анализа параметров выбранной модели, методами проверки статистических гипотез.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 часа.

Дисциплина читается в **3-ем и 4-том семестрах**, предусмотрено три контрольных работы, в 3-ем семестре предусмотрен зачет, в 4-том – экзамен.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Лабораторные	Практические	КСР	СРС	
1	Вероятностное пространство.		1,2,3,4,5,6	6		6	1	10	Устный опрос, контроль домашнего задания
2	Случайные величины		7,8,9,10,11,12	6		6		10	Устный опрос, контроль домашнего задания
3	Числовые характеристики случайных величин.		13,14,15,16, 17, 18	6		6	1	14	Устный опрос, контроль домашнего задания Контрольная работа
	Итого:	3 сем	18 нед	18		18	2	34	Зачет
4	Двумерные случайные векторы		1,2	4		4		7	Устный опрос, контроль домашнего задания

									задания
5	Предельные теоремы.		3,4	4		4		7	Устный опрос, контроль домашнего задания
6	Эмпирические характеристики случайных величин		5,6,7	6		4		7	Устный опрос, контроль домашнего задания Контрольная работа
7	Точечная теория оценивания		8,9,10	6		2		7	Устный опрос, контроль домашнего задания
8	Интервальное оценивание		11,12	4		6	1	7	Устный опрос, контроль домашнего задания Контрольная работа
9	Проверка статистических гипотез		13,14,15,16	8		12	1	7	Устный опрос, контроль домашнего задания Контрольная работа
	Итого:	4 сем	16 нед	32		32	2	42	Экзамен (72 часа)
	Итого:	3 и 4 сем	34 нед	50		50	4	76	

## **Раздел 1. Вероятностное пространство**

### *Тема 1.1. Вероятность событий и ее свойства*

Операции над событиями. Классическое и статистическое определения вероятности. Аксиомы вероятности. Свойства вероятности. Вероятностное пространство. Геометрические вероятности.

### *Тема 1.2. Независимость событий*

Условная вероятность и ее свойства. Теорема умножения. Независимость событий. Независимость в совокупности и попарная независимость. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

*Тема 1.3. Последовательность независимых испытаний. Испытания Бернулли. Формула Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Применение приближенных формул.*

## **Раздел 2. Случайные величины**

### *Тема 2.1. Функция распределения случайной величины*

Определение случайной величины. Примеры случайных величин. Распределение случайной величины. Функция распределения, ее свойства.

### *Тема 2.2. Дискретные случайные величины*

Дискретные распределения. Таблицы распределения. Примеры дискретных распределений. Распределения Бернулли и Пуассона.

### *Тема 2.3. Абсолютно-непрерывные случайные величины*

Абсолютно-непрерывные распределения. Плотность распределения, ее свойства. Примеры абсолютно-непрерывных распределений. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальное распределение и его особая роль в теории вероятностей.

### *Тема 2.4. Функция от случайных величин*

Закон распределения вероятностей для функций от известных случайных величин. Функции от дискретных случайных величин. Функция распределения и плотность функции от абсолютно-непрерывной случайной величины.

## **Раздел 3. Числовые характеристики случайных величин**

### *Тема 3.1. Математическое ожидание*

Определение математического ожидания. Свойства математического ожидания. Вычисление математического ожидания для дискретных и абсолютно-непрерывных случайных величин. Математическое ожидание основных распределений.

### *Тема 3.2. Дисперсия и моменты*

Определение дисперсии, ее свойства. Вычисление дисперсии для дискретных и абсолютно-непрерывных случайных величин. Дисперсия основных распределений. Моменты высших порядков.

## **Раздел 4. Двумерные случайные векторы**

### *Тема 4.1. Дискретный и абсолютно-непрерывный случайные векторы*

Определение двумерного случайного вектора. Функция распределения двумерного случайного вектора и ее свойства. Определение дискретного двумерного случайного вектора. Определение абсолютно-непрерывного двумерного случайного вектора. Двумерная плотность распределения и ее свойства. Двумерное равномерное и нормальное распределения.

### *Тема 4.2. Зависимость и независимость двух случайных величин*

Определение независимости случайных величин. Критерии независимости двух случайных величин. Дополнительные свойства математического ожидания.

### *Тема 4.3. Ковариация и коэффициент корреляции*

Определение ковариации случайных величин и ее свойства. Определение коэффициента корреляции и его свойства. Ковариационная матрица. Дополнительные свойства дисперсии.

## **Раздел 5. Предельные теоремы**

### *Тема 5.1. Закон больших чисел*

Основные типы сходимости случайных величин. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел и его следствия.

### *Тема 4.2. Характеристические функции*

Определение характеристической функции. Свойства характеристической функции. Характеристической функции основных распределений.

### *Тема 4.3. Центральная предельная теорема*

Распределение суммы независимых случайных величин. Центральная предельная теорема. Теорема Муавра-Лапласа.

## **Раздел 6. Эмпирические характеристики случайных величин**

### *Тема 6.1. Выборка, ее графическое представление*

Выборка и вариационный ряд. Группировка данных. Графическое представление выборки с помощью гистограммы и полигона частот.

### *Тема 6.2. Числовые выборочные характеристики*

Эмпирическое среднее и его свойства. Эмпирическое среднее и его свойства. Эмпирическая дисперсия и ее свойства. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.

### *Тема 6.3. Основные распределения математической статистики*

Многомерное нормальное распределение. Распределение  $\chi^2$ . Распределение Стьюдента. Распределение Колмогорова. Теорема о распределении выборочных характеристик из нормальной совокупности.

## **Раздел 7. Точечная теория оценивания**

### *Тема 7.1. Оценки и их свойства*

Оценки. Несмещенные и состоятельные оценки. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки. Критерий эффективности оценки.

### *Тема 7.2. Методы построения оценок*

Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Уравнение правдоподобия. Метод наименьших квадратов.

## **Раздел 8. Интервальное оценивание**

### *Тема 8.1. Доверительные интервалы*

Точность и достоверность оценивания. Общий метод построения доверительных интервалов.

### *Тема 8.2. Примеры доверительных интервалов*

Доверительные интервалы для параметров нормального закона, для вероятностей в биномиальном законе, для разности средних двух нормальных совокупностей.

### **Раздел 9. Проверка статистических гипотез**

#### *Тема 9.1. Статистические гипотезы*

Простые и сложные гипотезы. Основная и альтернативные гипотезы. Статистические критерии. Ошибки 1-го и 2-го рода. Мощность критерия.

#### *Тема 9.2. Критерии согласия*

Теорема Пирсона. Критерий  $\chi^2$ . Критерий Колмогорова. Критерий Смирнова. Критерий знаков.

### **Темы практических занятий**

#### Раздел 1.

- 1) Классическое определение вероятности.
- 1) Геометрические вероятности.
- 2) Формулы умножения и сложения вероятностей.
- 3) Формула полной вероятности. Формула Байеса.
- 4) Биномиальное распределение, применение асимптотических формул.

#### Раздел 2.

- 1) Функция распределения случайной величины.
- 2) Дискретные случайные величины.
- 3) Абсолютно-непрерывные случайные величины.
- 4) Функции от случайных величин

#### Раздел 3.

- 1) Математическое ожидание дискретных случайных величин.
- 2) Математическое ожидание абсолютно-непрерывных случайных величин.
- 3) Дисперсия и моменты высших порядков дискретных случайных величин.
- 4) Дисперсия и моменты высших порядков абсолютно-непрерывных случайных величин

#### Раздел 4.

- 1) Дискретный и абсолютно-непрерывный двумерные случайные векторы. Функция распределения двумерного вектора.
- 2) Зависимость и независимость случайных величин.
- 3) Ковариация и коэффициент корреляции.

#### Раздел 5.

- 1) Закон больших чисел.
- 2) Характеристические функции.
- 3) Применения центральной предельной теоремы.
- 4) Применения теоремы Муавра-Лапласа.

#### Раздел 6.

- 1) Выборка и вариационный ряд. Группировка данных.
- 2) Построение гистограммы и полигона частот.
- 3) Вычисление эмпирического среднего и эмпирической дисперсии.
- 4) Эмпирическая функция распределения.
- 5) Основные распределения математической статистики.

#### Раздел 7.

- 1) Точечные оценки и их свойства.
- 2) Построение оценок методами моментов и максимального правдоподобия.
- 3) Метод наименьших квадратов.

#### Раздел 8.

- 1) Доверительное оценивание.

- 2) Построение доверительных интервалов для параметров нормальной совокупности.
  - 3) Построение доверительных интервалов для вероятности в биномиальном законе.
- Раздел 9.
- 1) Статистические критерии.
  - 2) Проверка гипотез с помощью критерия  $\chi^2$ .
  - 3) Проверка гипотез с помощью критериев Колмогорова и знаков.

### Примеры задач для практических занятий

№ раздела	Название раздела	Примеры задач
1	Вероятностное пространство.	<p>1. Буквенный замок содержит на общей оси 5 дисков, каждый из которых разделен на 6 секторов с различными нанесенными на них буквами. Замок открывается только в том случае, если каждый диск занимает одно определенное положение относительно корпуса замка. Определить вероятность открытия замка, если установлена произвольная комбинация букв.</p> <p>2. Из полной колоды карт (52 листа) вынимаются сразу четыре карты. Найти вероятность того, что все эти четыре карты будут разных мастей.</p> <p>3. Завод изготавливает изделия, каждое из которых с вероятностью <math>p</math> имеет дефект. В цехе изделие с равной вероятностью осматривается одним из двух контролеров. Первый контролер обнаруживает имеющийся дефект с вероятностью <math>p_1</math>, второй – с вероятностью <math>p_2</math>. Если в цехе изделие не забраковано, оно поступает в ОТК завода, где дефект, если он имеется, обнаруживается с вероятностью <math>p_0</math>. Определить вероятности следующих событий: <math>A = \{\text{изделие будет забраковано}\}</math>; <math>B = \{\text{изделие будет забраковано в цехе}\}</math>; <math>C = \{\text{изделие будет забраковано в ОТК завода}\}</math>.</p> <p>4. Вероятность выигрыша по одной облигации трехпроцентного займа равна 0.25. Найти вероятность того, что из восьми купленных облигаций выигрышными окажутся три.</p>
2	Случайные величины	<p>1. Автомобиль должен проехать по улице, на которой установлено четыре независимо работающих светофора. Каждый светофор с интервалом в 2 мин. Подает красный и зеленый сигналы; случайная величина <math>\xi</math> - число остановок автомобиля на этой улице. Найти закон распределения указанной случайной величины <math>\xi</math> и ее функцию распределения <math>F(x)</math>.</p> <p>2. Дана функция распределения вероятностей <math>F(x)</math> случайной величины <math>\xi</math>, содержащей один или два неизвестных параметров (<math>a</math> и <math>b</math>):</p> <p>а) <math>F(x) = a + b \cdot \arctg(x)</math>.  <math>\alpha = 0, \beta = 1</math>.</p> <p>б) <math>F(x) = \begin{cases} 0, &amp; x \leq 0, \\ \sin x, &amp; 0 \leq x \leq a, \alpha = 0, \beta = \frac{1}{4}. \\ 1, &amp; x \geq a. \end{cases}</math></p> <p>Найти 1) параметры <math>a</math> и <math>b</math>; 2) плотность распределения вероятностей; 3) вероятность того, что при трех независимых</p>



		наблюдениях случайная величина примет значения в промежутке $[\alpha, \beta]$ ровно один раз; не менее одного раза; 4) построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$ .																				
3	Числовые характеристики случайных величин.	<p>1. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0.6; случайная величина <math>\xi</math> - число поражений цели при четырех выстрелах. Найти закон распределения указанной сл. вел. <math>\xi</math> и ее функцию распределения <math>F(x)</math>. Вычислить математическое ожидание <math>M\xi</math>, дисперсию <math>D\xi</math> и среднее квадратическое отклонение <math>\sigma</math>. Построить график функции распределения <math>F(x)</math>.</p> <p>2. Дана функция распределения <math>F(x)</math> случайной величины <math>\xi</math>. Найти плотность распределения <math>f(x)</math>, математическое ожидание <math>M\xi</math>, дисперсию <math>D\xi</math>, вероятность попадания сл. вел. на отрезок <math>[a; b]</math>. Построить графики функций <math>F(x)</math> и <math>f(x)</math>.</p> $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{24}(x^2 + 2x) & \text{при } 0 \leq x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases} \quad a = 0, b = 1.$																				
4	Двумерные случайные векторы	<p>1. Дискретный двумерный случайный вектор <math>(\xi, \eta)</math> задан таблицей</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>\eta \setminus \xi</math></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td><math>p_j</math></td> </tr> <tr> <td>0.2</td> <td>1/12</td> <td>1/6</td> <td>1/3</td> <td>7/12</td> </tr> <tr> <td>0.3</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> <td>1/12</td> <td>5/12</td> </tr> <tr> <td><math>p_i</math></td> <td>1/4</td> <td>1/3</td> <td>5/12</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>Требуется найти законы распределения компонент.</p> <p>2. Плотность распределения вероятностей случайного вектора <math>(\xi, \eta)</math> задана выражением</p> $f(x, y) = \frac{a}{1 + x^2 + x^2 y^2 + y^2}, \quad a > 0.$ <p>Найти <math>a</math>. Определить функцию распределения случайного вектора <math>(\xi, \eta)</math>. Найти вероятность того, что <math>(\xi, \eta)</math> примет значение в прямоугольнике <math>D</math> с вершинами <math>O(0,0)</math>, <math>A(0,1)</math>, <math>B(\sqrt{3},1)</math>, <math>C(\sqrt{3},0)</math>. Определить плотности вероятностей случайных величин <math>\xi</math> и <math>\eta</math> в отдельности. Будут ли зависимы координаты случайного вектора?</p>	$\eta \setminus \xi$	1	2	3	$p_j$	0.2	1/12	1/6	1/3	7/12	0.3	1/6	1/6	1/12	5/12	$p_i$	1/4	1/3	5/12	1
$\eta \setminus \xi$	1	2	3	$p_j$																		
0.2	1/12	1/6	1/3	7/12																		
0.3	1/6	1/6	1/12	5/12																		
$p_i$	1/4	1/3	5/12	1																		
5	Предельные теоремы.	<p>1. Среди коконов некоторых партии 20% цветных. Какова вероятность того, что среди 100 случайно отобранных из партии коконов 15 цветных? Не более 30 и не менее 15 цветных?</p> <p>2. Учебник набран тиражом 100000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно, равна 0.0001. Найти вероятность того, что тираж содержит: 1) ровно 5 бракованных книг; 2) менее 3-х бракованных книг; 3) хотя бы одну бракованную книгу; 4) более 2-х бракованных книг.</p>																				
6	Эмпирические	1. Найти эмпирическую функцию по данному распределению																				

	<p>характеристики случайных величин</p>	<p>выборки:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>1</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>10</td> <td>15</td> <td>25</td> </tr> </table> <p>2. Построить полигон частот по данному распределению выборки:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>1</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>20</td> <td>10</td> <td>14</td> <td>6</td> </tr> </table> <p>3. Построить гистограмму частот по данному распределению выборки объема <math>n = 100</math>:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>Номер интервала <math>i</math></th> <th>Частичный интервал <math>(x_i, x_{i+1})</math></th> <th>Сумма частот вариант интервала <math>n_i</math></th> <th>Плотность частоты <math>\frac{n_i}{h}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1-5</td> <td>10</td> <td>2.5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>5-9</td> <td>20</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>9-13</td> <td>50</td> <td>12.5</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>13-17</td> <td>12</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>17-21</td> <td>8</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>	$x_i$	1	4	6	$n_i$	10	15	25	$x_i$	1	4	5	7	$n_i$	20	10	14	6	Номер интервала $i$	Частичный интервал $(x_i, x_{i+1})$	Сумма частот вариант интервала $n_i$	Плотность частоты $\frac{n_i}{h}$	1	1-5	10	2.5	2	5-9	20	5	3	9-13	50	12.5	4	13-17	12	3	5	17-21	8	2
$x_i$	1	4	6																																									
$n_i$	10	15	25																																									
$x_i$	1	4	5	7																																								
$n_i$	20	10	14	6																																								
Номер интервала $i$	Частичный интервал $(x_i, x_{i+1})$	Сумма частот вариант интервала $n_i$	Плотность частоты $\frac{n_i}{h}$																																									
1	1-5	10	2.5																																									
2	5-9	20	5																																									
3	9-13	50	12.5																																									
4	13-17	12	3																																									
5	17-21	8	2																																									
7	<p>Точечная теория оценивания</p>	<p>1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема <math>n = 50</math>:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>2</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>16</td> <td>12</td> <td>8</td> <td>14</td> </tr> </table> <p>Найти несмещенную оценку генеральной средней.</p> <p>2. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема <math>n = 10</math>:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>186</td> <td>192</td> <td>194</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>2</td> <td>5</td> <td>3</td> </tr> </table>	$x_i$	2	5	7	10	$n_i$	16	12	8	14	$x_i$	186	192	194	$n_i$	2	5	3																								
$x_i$	2	5	7	10																																								
$n_i$	16	12	8	14																																								
$x_i$	186	192	194																																									
$n_i$	2	5	3																																									
8	<p>Интервальное оценивание</p>	<p>1. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью <b>0.95</b> неизвестного математического ожидания <math>a</math> нормально распределенного признака <math>X</math> генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение <math>\sigma = 5</math>, выборочная средняя <math>\bar{x}_B = 14</math> и объем выборки <math>n = 25</math>.</p> <p>2. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема <math>n = 10</math>:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>-2</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>2</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>Оценить с надежностью <b>0.95</b> математическое ожидание <math>a</math> нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.</p>	$x_i$	-2	1	2	3	4	5	$n_i$	2	1	2	2	2	1																												
$x_i$	-2	1	2	3	4	5																																						
$n_i$	2	1	2	2	2	1																																						
9	<p>Проверка статистических гипотез</p>	<p>1. Используя критерий Пирсона при уровне значимости 0.005 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности <math>X</math> с эмпирическим распределением выборки объема <math>n = 200</math>:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>5</td> <td>7</td> <td>9</td> <td>11</td> <td>13</td> <td>15</td> <td>17</td> <td>19</td> <td>21</td> </tr> </table>	$x_i$	5	7	9	11	13	15	17	19	21																																
$x_i$	5	7	9	11	13	15	17	19	21																																			

		$n_i$	15	26	25	30	26	21	24	20	13
--	--	-------	----	----	----	----	----	----	----	----	----

## 5. Образовательные технологии

В учебном процессе при реализации компетентного подхода используются активные и интерактивные формы проведения занятий: метод проектов, метод поиска быстрых решений в группе, мозговой штурм, учебные групповые дискуссии.

Обучающиеся инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья обеспечиваются печатными и электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям здоровья.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30 % аудиторных занятий.

### Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ

При обучении лиц с ограниченными возможностями используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Самостоятельная работа студентов заключается в изучении указанной по теме литературы и решении заданных задач.

С целью контроля знаний предусмотрены контрольные и самостоятельные работы по разделам: 1, 2; 3, 4; 5, 6; 7; 9.

Промежуточная аттестация состоит в контроле посещаемости и выполнения текущих домашних заданий.

### Контрольные вопросы

Вопросы к теоретическому зачету, 3 сем.

*Теория вероятностей*

1. Предмет теории вероятностей. Случайные события, соотношения между случайными событиями.
2. Статистическое обоснование понятия вероятности.
3. Классическое определение вероятности.
4. Геометрическое определение вероятности.
5. Аксиоматическое определение вероятности.
6. Свойства вероятности.
7. Условная вероятность. Независимость случайных событий.
8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
9. Последовательность независимых испытаний, схема Бернулли.
10. Формула Бернулли. Теорема Бернулли.
11. Случайная величина, функция распределения случайной величины.
12. Дискретная случайная величина, закон распределения дискретной случайной величины, многоугольник распределения.
13. Абсолютно-непрерывная случайная величина, плотность распределения абсолютно-непрерывной случайной величины и ее свойства.
14. Математическое ожидание случайных величин.
15. Свойства математического ожидания.
16. Дисперсия случайных величин и ее свойства.
17. Начальный и центральный моменты случайных величин.
18. Примеры дискретных и абсолютно-непрерывных распределений. Математические ожидания и дисперсии этих распределений.

Вопросы к экзамену, 4 сем.

*Математическая статистика.*

19. Дискретный двумерный случайный вектор. Закон распределения дискретного двумерного случайного вектора.
20. Абсолютно-непрерывный двумерный случайный вектор. Плотность распределения абсолютно-непрерывного двумерного случайного вектора и ее свойства.
21. Зависимость и независимость двух случайных величин.
22. Корреляционный момент и коэффициент корреляции, и их свойства.
23. Неравенства Чебышева.
24. Закон больших чисел в форме Чебышева.
25. Теорема Бернулли.
26. Центральная предельная теорема.
27. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
28. Предмет математической статистики.
29. Генеральное и выборочное распределение.
30. Простой случайный выбор.
31. Вариационный и статистический ряд.
32. Эмпирическая функция распределения.
33. Свойства эмпирической функции распределения.
34. Полигон частот.
35. Группированный статистический ряд. Гистограмма.
36. Выборочные числовые характеристики.
37. Свойства эмпирических характеристик.
38. Точечные оценки числовых характеристик и параметров распределения.
39. Состоятельность, несмещенность, эффективность оценок.
40. Неравенства Рао-Крамера.
41. Метод моментов.
42. Метод максимального правдоподобия.

43. Свойства оценок максимального правдоподобия.
44. Распределение  $\chi^2$ .
45. Распределение Стьюдента.
46. Распределение Фишера.
47. Понятие доверительного интервала. Общий метод построения доверительных интервалов.
48. Доверительный интервал для математического ожидания для нормального закона при известном  $\sigma$ .
49. Доверительный интервал для дисперсии для нормального закона при известном математическом ожидании.
50. Построение доверительного интервала для вероятности в биномиальном законе.
51. Понятие статистической гипотезы. Критерий значимости. Ошибки I-го и II-го рода.
52. Общая схема проверки статистических гипотез.
53. Односторонний и двусторонний критерий. Мощность критерия
54. Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности. Метод  $\chi^2$ .
55. Критерии Колмогорова, Смирнова, Стьюдента, знаков.

#### Задачи для контрольных работ к 3 семестру

##### Контрольная работа №1

1. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях – четная, причем на грани хотя бы одной из костей появится шестерка.
2. В телестудии три телевизионные камеры. Вероятности того, что в данный момент камера включена, равны соответственно 0.9, 0.8, 0.7. Найти вероятность того, что в данный момент включены две камеры.
3. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму равна: для лыжника – 0.9, для велосипедиста – 0.8, для бегуна – 0.75. Найти вероятность того, что спортсмен, вызванный наугад, выполнит норму.
4. Имеется 5 станций, с которыми поддерживается связь. Время от времени связь прерывается из-за атмосферных помех. Вследствие удаленности станции перерыв друг от друга связи с каждой из них происходит независимо от остальных с вероятностью 0.2. Найти вероятность того, что в данный момент времени будет иметься связь не более чем с двумя станциями.
5. Производится три выстрела по мишени. Вероятность поражения мишени первым стрелком равна 0.4, вторым – 0.5, третьим – 0.6; сл. вел.  $\xi$  - число поражений мишени. Найти закон распределения указанной сл. вел.  $\xi$  и ее функцию распределения  $F(x)$ . Вычислить математическое ожидание  $M\xi$ , дисперсию  $D\xi$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$ . Построить график функции распределения  $F(x)$ .
6. Дана функция распределения  $F(x)$  случайной величины  $\xi$ . Найти плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание  $M\xi$ , дисперсию  $D\xi$ , вероятность попадания сл. вел. на отрезок  $[a; b]$ . Построить графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{8}x^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases} \quad a = 0, b = 1.$$

#### Задачи для контрольных работ к 4 семестру.

### Контрольная работа № 2, 3

1. Дана выборка объема  $n = 100$  :

3.4250	4.7280	2.5210	4.3170	4.7660	5.1100	2.5060	-0.2688	5.2360	5.6630
4.7160	7.3370	4.4240	4.5110	6.1320	5.8610	4.9900	1.3600	3.5460	4.7300
3.0260	1.9920	4.2880	4.5640	1.2320	1.1150	5.8100	2.2930	5.6100	6.1580
5.1250	1.4010	4.7940	3.1010	5.4440	3.1460	5.7740	7.9850	4.1500	8.4000
5.0420	9.0690	6.4540	4.5470	5.0620	2.2340	3.0740	4.6930	5.1460	0.8608
1.9400	3.2490	4.6820	2.2920	2.8820	3.2450	2.0190	2.7920	0.8245	3.9030
2.4180	6.7600	3.1890	4.8660	6.5270	4.3220	4.4420	8.2070	5.1970	4.9320
6.0520	6.0230	5.8820	4.8490	6.1990	2.6390	6.4190	4.2600	2.9480	4.1540
4.9630	1.0920	2.8990	5.0330	0.9253	2.4120	2.9950	8.7560	4.7610	6.3020
3.8860	6.4320	5.4910	2.5720	4.0450	6.1000	6.0090	2.8890	4.3540	4.7720

- а) определить размах выборки, построить интервальный статистический ряд;  
б) построить полигон частот, гистограмму;  
в) найти выборочное среднее, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, выборочный коэффициент асимметрии и эксцесса;  
г) записать и построить эмпирическую функцию распределения.  
д) проверить с помощью критерия  $\chi^2$  гипотезу о соответствии выборочного распределения нормальному закону распределения при уровне значимости  $\alpha = 0.05$  ;  
е) найти интервальные оценки для математического ожидания  $a$  и среднего квадратического отклонения  $\sigma$  генеральной совокупности с надежностью  $\gamma = 0.95$  .

### 7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Учебный рейтинг по дисциплине:

**3-ий семестр**

**Таблица 1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.**

1	2	3	4	5	6	7	8
Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
10	0	20	0	0	30	40	100

### Программа оценивания учебной деятельности студента

#### Лекции

Посещаемость, опрос, активность и др. – от 0 до 10 баллов.

Число лекций	Количество баллов
Менее 4	0
От 4 до 7	5
От 8 до 9	10

#### Практические занятия

Посещаемость, выполнение домашних заданий – от 0 до 20 баллов.

Количество выполненных домашних заданий	Количество баллов
За каждое	0.5

выполненное домашнее задание	
Максимальное количество баллов за выполнение домашнего задания	5
Активное участие на практических занятиях	5

Посещаемость практических занятий	Количество баллов
Менее 4	0
От 4 до 7	5
От 8 до 9	10

### Другие виды учебной деятельности

Контрольная работа №1 (от 0 до 30 баллов).

№ задачи	Количество баллов
1	4
2	4
3	4
4	4
5	7
6	7
Итого	30

### Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в форме теоретического зачета, на который выносятся билеты, содержащие два вопроса из программы. При ответе на один вопрос билета студент получает – 20 баллов. Общее количество баллов – 40.

Критерии оценки ответа на один вопрос билета:

- 1) Дан правильный ответ на вопрос, правильно описаны все термины и значки в записанных формулах, приведены примеры. – 20 баллов
- 2) Дан правильный ответ на вопрос, но не все термины и значки в формулах правильно описаны, примеров нет – 10 баллов.
- 3) Ответ не дан – 0 баллов.

**Таблица 2. Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» в оценку (зачет):**

61 балл и более	«зачтено»
меньше 61 баллов	«не зачтено»

#### 4-ый семестр

**Таблица 1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.**

1	2	3	4	5	6	7	8
Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
10	0	20	0	0	30	40	100

#### **Программа оценивания учебной деятельности студента**

##### **Лекции**

Посещаемость, опрос, активность и др. – от 0 до 10 баллов.

Число лекций	Количество баллов
Менее 8	0
От 8 до 12	5
От 13 до 16	10

##### **Практические занятия**

Посещаемость, выполнение домашних заданий – от 0 до 20 баллов.

Количество выполненных домашних заданий	Количество баллов
За каждое выполненное домашнее задание	0.5
Максимальное количество баллов за выполнение домашнего задания	5
Активное участие на практических занятиях	5

Посещаемость практических занятий	Количество баллов
Менее 8	0
От 8 до 12	5
От 13 до 16	10

##### **Другие виды учебной деятельности**

Контрольная работа № 2,3 (от 0 до 30 баллов).

№ задачи	Количество баллов
1	4
2	4
3	4
4	4
5	10
6	4
Итого	30



### **Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена, на который выносятся билеты, содержащие два вопроса из программы. При ответе на один вопрос билета студент получает – 20 баллов. Общее количество баллов – 40.

Критерии оценки ответа на один вопрос билета:

1. Дан правильный ответ на вопрос, правильно описаны все термины и значки в записанных формулах, приведены примеры. – 20 баллов
2. Дан правильный ответ на вопрос, но не все термины и значки в формулах правильно описаны, примеров нет – 10 баллов.
3. Ответ не дан – 0 баллов.

при проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 39 до 40 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 20 до 38 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 10 до 19 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 9 баллов.

**Таблица 2. Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» в оценку (экзамен):**

от 85 баллов до 100	«отлично»
от 75 до 84	«хорошо»
от 60 до 74	«удовлетворительно»
меньше 60 баллов	«не удовлетворительно»

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»**

### **а) основная литература:**

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Высш. шк., 2009.-14 экз., 2010.-100 экз.

### **б) дополнительная литература:**

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: учебник для студентов вузов. - М.: Издательский центр «Академия», 2003.-2 экз.
2. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций (под ред. Свешникова А. А.). Изд.4, перераб. Твердый переплет. 448 с. - М.:Наука, 2008-4экз., 2007-26экз.
3. Ширяев А. Н. Вероятность, В 2-х тт. Т.1,2, изд.4, доп. и перераб. - М., Наука, 2007. Твердый переплет. 928 с. 2004.-1 экз.
4. Боровков А.А. Математическая статистика. 3-е изд., испр. М.: Физматлит, 2007. – 703 с.-1экз., 2010.-5 экз.
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Высш. шк., 2004.-14 экз., 2006.-2 экз.
6. Александров Е.Л. Сборник задач по математической статистике. - СГУ, Саратов, 1992. - 248экз., БД мех-мат ф-та
7. Секей Г. Парадоксы теории вероятностей и математической статистики, -М., Мир, 1990.-3 экз.
8. Александров Е.Л. и др. Сборник задач по теории вероятностей с методическими указаниями - СГУ, Саратов, 1987.-4 экз.
9. Ивченко Г.И. Математическая статистика. - М., "Высшая школа", 1984. 1992.-2 экз.
10. Гихман И.И., Скороход А.Б., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика.- Киев, "Вища школа", 1979.-1 экз., 1988.-2 экз.
11. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Наука, 1979. 2002.-2 экз.
12. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения - том 1, М. , Мир, 1964.-3 экз.
13. Израйлевич В. Л. и др. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике, часть 1, СГУ, Саратов, 1982. БД мех-мат ф-та

### **в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

1. А.К. Смирнов, Н.В. Сергеева, О.А. Мыльцина «Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике» Учебное пособие для студентов очного отделения факультета нелинейных процессов, 2014 г. [http://elibrary.sgu.ru/uch\\_lit/865.pdf](http://elibrary.sgu.ru/uch_lit/865.pdf)

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины «теория вероятностей и математическая статистика»**

Преподавание данной дисциплины не требует специальной материально-технической базы, но возможно проведение практических занятий в компьютерном классе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению бакалавриата 38.03.05 – «Бизнес-информатика», профиль подготовки «Управление бизнес-процессами», квалификация (степень) выпускника бакалавр.

Автор

Ст. преподаватель \_\_\_\_\_ Н.В. Сергеева

Программа одобрена на заседании кафедры Теории вероятностей, математической статистики и управления стохастическими процессами от 7 февраля 2011 года, протокол № 8.

Программа актуализирована в 2016 г. (одобрена на заседании кафедры Теории функций и стохастического анализа от 6 сентября 2016 года, протокол № 2.)

Подписи:

Зав. кафедрой теории функций и  
стохастического анализа

\_\_\_\_\_ С.П. Сидоров

Декан механико-математического факультета


\_\_\_\_\_ А.М. Захаров

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины «теория вероятностей и математическая статистика»

Преподавание данной дисциплины не требует специальной материально-технической базы, но возможно проведение практических занятий в компьютерном классе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС В О Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению бакалавриата 38.03.05 – «Бизнес-информатика», профиль подготовки «Управление бизнес-процессами», квалификация (степень) выпускника бакалавр.

Автор

Ст. преподаватель  Н.В. Сергеева

Программа одобрена на заседании кафедры Теории вероятностей, математической статистики и управления стохастическими процессами от 7 февраля 2011 года, протокол № 8.


Программа актуализирована в 2016 г. (одобрена на заседании кафедры Теории функций и стохастического анализа от 6 сентября 2016 года, протокол № 2.

Подписи:

Зав. кафедрой теории функций и стохастического анализа

 С.П. Сидоров

Декан механико-математического факультета

 А.М. Захаров