

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Декан механико-математического
факультета

Захаров А.М.

2022 г.



**Рабочая программа дисциплины
ТЕОРИЯ ИГР**

**Направление подготовки бакалавриата
09.03.03 Прикладная информатика**

**Профиль подготовки бакалавриата
Прикладная информатика в экономике**

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
заочная

Саратов,
2022

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Кузнецова Ирина Александровна		04.03.2022
Председатель НМК	Тышкевич Сергей Викторович		04.03.2022
Заведующий кафедрой	Сидоров Сергей Петрович		04.03.2022
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Теория игр» является изучение и системный анализ систем организационного типа, отыскание в них оптимизационных задач, разработка математических моделей, нахождения оптимальных решений и реализации их на практике.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Данная дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП по направлению подготовки 09.03.03 – Прикладная информатика, профиль «Прикладная информатика в экономике», форма обучения – заочная. Дисциплина связана с предметами «Математика», «Теория вероятностей и математическая статистика».

При изучении дисциплины студенту потребуются следующие знания, умения и готовности, приобретенные в процессе освоения указанных предметов:

- знание основных понятий и теорем;
- умение дифференцировать и интегрировать, решать экстремальные задачи, выполнять операции с матрицами, вычислять характеристики случайных величин;
- использовать усвоенные методы при построении и анализе моделей исследования операций.

Данная дисциплина является одной из завершающих в структуре ООП бакалавриата. Ее изучение в определенной степени подытоживает образование бакалавра, полезно при написании выпускной квалификационной работы и дает базу для желающих продолжить обучение в магистратуре.

3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.	Знать: <ul style="list-style-type: none">- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;- различные подходы к решению статистических игр;- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;- основные методы моделирования

		<p>распределений случайных величин.</p> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие; - осуществлять декомпозицию задачи. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками анализа и декомпозиции поставленной задачи.
	<p>2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции; - различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным; - различные подходы к решению статистических игр; - проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр; - основные методы моделирования распределений случайных величин. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками нахождения и анализ информации, необходимой для решения поставленной задачи.
	<p>3.1_ Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции; - различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным; - различные подходы к решению статистических игр; - проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр; - основные методы моделирования распределений случайных величин. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - рассматривать различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками решения задач, различными методами.
	<p>4.1_ Б.УК-1. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;

	<p>суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным; - различные подходы к решению статистических игр; - проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр; - основные методы моделирования распределений случайных величин. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки; - отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками формирования собственных суждений и оценок.
	<p>5.1_ Б.УК-1. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции; - различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным; - различные подходы к решению статистических игр; - проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр; - основные методы моделирования распределений случайных величин. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - определять и оценивать практические последствия возможных решений задачи. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками решения задач, различными методами и оценивания практических последствий.
<p>ПК-12. Способность выявлять бизнес-проблемы или бизнес-возможности</p>	<p>1.1_Б.ПК-12. Грамотно использует информацию о: методах, техниках, процессах и инструментах управления требованиями заинтересованных сторон; предметной области и специфике деятельности организации в объеме, достаточном для решения задач бизнес-анализа; теории межличностной и групповой коммуникации в деловом</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции; - различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным; - различные подходы к решению статистических игр; - проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр; - основные методы моделирования распределений случайных величин.

<p>взаимодействии; теории конфликтов; языках визуального моделирования; теории управления рисками; теории систем.</p>	<p>Уметь: - использовать информацию о: методах, техниках, процессах и инструментах управления требованиями заинтересованных сторон; предметной области и специфике деятельности организации в объеме, достаточном для решения задач бизнес-анализа; теории межличностной и групповой коммуникации в деловом взаимодействии; теории конфликтов; языках визуального моделирования; теории управления рисками; теории систем.</p> <p>Владеть: - навыками решения задач бизнес-анализа различными методами.</p>
<p>2.1_Б.ПК-12. Использует техники выявления заинтересованных сторон; планирует, организует и проводит встречи и обсуждения с заинтересованными сторонами; использует техники эффективных коммуникаций; выявляет, регистрирует, анализирует и классифицирует риски и разрабатывает комплекс мероприятий по их минимизации; собирает, классифицирует, систематизирует и обеспечивает хранение и актуализацию информации бизнес-анализа; оформляет результаты бизнес-анализа в соответствии с выбранными подходами; определяет связи и зависимости между элементами информации бизнес-анализа; представляет информацию бизнес-анализа различными способами и в различных форматах для обсуждения с заинтересованными сторонами; применяет информационные технологии в объеме, необходимом для целей</p>	<p>Знать: - основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции; - различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным; - различные подходы к решению статистических игр; - проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр; - основные методы моделирования распределений случайных величин.</p> <p>Уметь: - анализировать и классифицировать риски и разрабатывать комплекс мероприятий по их минимизации; - собирать, классифицировать, систематизировать и обеспечивать хранение и актуализацию информации бизнес-анализа; - определять связи и зависимости между элементами информации бизнес-анализа; - применять информационные технологии в объеме, необходимом для целей бизнес-анализа.</p> <p>Владеть: - навыками оформления результатов бизнес-анализа в соответствии с выбранными подходами.</p>

<p>бизнес-анализа.</p>	
<p>3.1_Б.ПК-12. Анализирует внутренние (внешние) факторы и условия, влияющие на деятельность организации; анализирует требования заинтересованных сторон с точки зрения критериев качества, определяемых выбранными подходами; оформляет требования заинтересованных сторон в соответствии с выбранными подходами; классифицирует требования заинтересованных сторон в соответствии с выбранными подходами; моделировать требования заинтересованных сторон в соответствии с выбранными подходами; документировать требования заинтересованных сторон в соответствии с выбранными подходами к оформлению требований; определяет атрибуты требований заинтересованных сторон и их значения в соответствии с выбранными подходами; управляет изменениями требований заинтересованных сторон в соответствии с выбранным подходом; анализирует качество информации бизнес-анализа с точки зрения выбранных критериев; проводит анализ предметной области.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции; - различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным; - различные подходы к решению статистических игр; - проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр; - основные методы моделирования распределений случайных величин. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - анализировать внутренние (внешние) факторы и условия, влияющие на деятельность организации; - моделировать требования заинтересованных сторон в соответствии с выбранными подходами; - определять атрибуты требований заинтересованных сторон и их значения в соответствии с выбранными подходами; - анализировать качество информации бизнес-анализа с точки зрения выбранных критериев; - проводить анализ предметной области. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками анализа требования заинтересованных сторон с точки зрения критериев качества, определяемых выбранными подходами.
<p>4.1_Б.ПК-12. Выполняет функциональную декомпозицию работ; моделирует объем и границы работ; выявляет и классифицирует бизнес-проблемы или бизнес-возможности; представляет</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции; - различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным; - различные подходы к решению статистических игр;

	<p>информацию о выявленных бизнес-проблемах или бизнес-возможностях различными способами и в различных форматах для обсуждения с заинтересованными сторонами.</p>	<p>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</p> <p>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</p> <p>Уметь:</p> <p>- выполнять функциональную декомпозицию работ;</p> <p>- моделировать объем и границы работ;</p> <p>- выявлять и классифицировать бизнес-проблемы или бизнес-возможности.</p> <p>Владеть:</p> <p>- навыками представления информации о выявленных бизнес-проблемах или бизнес-возможностях различными способами и в различных форматах для обсуждения с заинтересованными сторонами.</p>
	<p>5.1_Б.ПК-12. Имеет опыт: анализа потребностей заинтересованных сторон; анализа контекста; выявлять и документирования истинных бизнес-проблем или бизнес-возможностей; согласования с заинтересованными сторонами выявленных бизнес-проблем или бизнес-возможностей; формирования целевых показателей решений.</p>	<p>Знать:</p> <p>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</p> <p>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</p> <p>- различные подходы к решению статистических игр;</p> <p>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</p> <p>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</p> <p>Уметь:</p> <p>- анализировать потребности заинтересованных сторон;</p> <p>- выявлять и документировать истинные бизнес-проблемы или бизнес-возможности;</p> <p>- формировать целевые показатели решений.</p> <p>Владеть:</p> <p>- навыками анализа потребностей заинтересованных сторон, контекста.</p>
<p>ПК-13. Способность формировать возможные решения на основе разработанных целевых показателей, дать анализ и обоснование выбранного решения.</p>	<p>1.1_Б.ПК-13. Грамотно использует информацию о: теории межличностной и групповой коммуникации в деловом взаимодействии; теории конфликтов; языках визуального моделирования; методах сбора, анализа, систематизации, хранения и поддержания в</p>	<p>Знать:</p> <p>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</p> <p>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</p> <p>- различные подходы к решению статистических игр;</p> <p>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере</p>

<p>актуальном состоянии информации бизнес-анализа; информационных технологиях (программном обеспечении), применяемых в организации, в объеме, необходимом для целей бизнес-анализа; теории систем; предметной области и специфике деятельности организации в объеме, достаточном для решения задач бизнес-анализа.</p>	<p>биматричных игр; - основные методы моделирования распределений случайных величин. Уметь: - использовать информацию о методах сбора, анализа, систематизации, хранения и поддержания в актуальном состоянии информации бизнес-анализа; информационных технологиях (программном обеспечении), применяемых в организации, в объеме, необходимом для целей бизнес-анализа. Владеть: - различными методами сбора, анализа, систематизации, хранения и поддержания в актуальном состоянии информации бизнес-анализа.</p>
<p>2.1_Б.ПК-13. Выявляет, регистрирует, анализирует и классифицирует риски и разрабатывает комплекс мероприятий по их минимизации; оформляет результаты бизнес-анализа в соответствии с выбранными подходами; определяет связи и зависимости между элементами информации бизнес-анализа; применяет информационные технологии в объеме, необходимом для целей бизнес-анализа.</p>	<p>Знать: - основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции; - различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным; - различные подходы к решению статистических игр; - проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр; - основные методы моделирования распределений случайных величин. Уметь: - выявлять, регистрировать, анализировать и классифицировать риски и разрабатывать комплекс мероприятий по их минимизации; - оформлять результаты бизнес-анализа в соответствии с выбранными подходами; - определять связи и зависимости между элементами информации бизнес-анализа; - применять информационные технологии в объеме, необходимом для целей бизнес-анализа. Владеть: - навыками проведения бизнес-анализа с применением информационных технологий в объеме, необходимом для целей бизнес-анализа.</p>
<p>3.1_Б.ПК-13. Анализирует внутренние (внешние) факторы и условия, влияющие на деятельность организации; анализирует требования заинтересованных сторон</p>	<p>Знать: - основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции; - различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным; - различные подходы к решению</p>

	<p>с точки зрения критериев качества, определяемых выбранными подходами; проводит оценку эффективности решения с точки зрения выбранных критериев; оценивает бизнес-возможность реализации решения с точки зрения выбранных целевых показателей; моделирует объем и границы работ; планирует, организовывает и проводит встречи и обсуждения с заинтересованными сторонами; использует техники эффективных коммуникаций.</p>	<p>статистических игр; - проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр; - основные методы моделирования распределений случайных величин. Уметь: - анализировать внутренние (внешние) факторы и условия, влияющие на деятельность организации; - анализировать требования заинтересованных сторон с точки зрения критериев качества, определяемых выбранными подходами; - проводить оценку эффективности решения с точки зрения выбранных критериев. Владеть: - навыками оценивания эффективности решения с точки зрения выбранных критериев.</p>
	<p>4.1 Б.ПК-13. Выявляет, собирает и анализирует информацию бизнес-анализа для формирования возможных решений; описывает возможные решения; анализирует решения с точки зрения достижения целевых показателей решений; оценивает ресурсы, необходимые для реализации решений; оценивает эффективность каждого варианта решения как соотношения между ожидаемым уровнем использования ресурсов и ожидаемой ценностью; выбирает решения для реализации в составе группы экспертов.</p>	<p>Знать: - основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции; - различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным; - различные подходы к решению статистических игр; - проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр; - основные методы моделирования распределений случайных величин. Уметь: - выявлять, собирать и анализировать информацию бизнес-анализа для формирования возможных решений; - оценивает ресурсы, необходимые для реализации решений. Владеть: - навыками анализа решения с точки зрения достижения целевых показателей решений.</p>

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)
-----	-------------------	---------	-----------------	--	--

				Лекции	Практические занятия		КСР	СРС	Контроль	Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
					Общая трудоемкость	Из них практическая подготовка				
Летняя сессия										
1	Предмет и модели исследования операций	2	1	0.5	1	-	-	14	-	
2	Многокритериальные задачи	2	2	0.5	0.5	-	-	14	-	
3	Антагонистические игры	2	3, 4	0.5	0.5	-	-	14	-	
4	Матричные игры и методы их решения	2	5, 6	0.5	0.5	-	-	14	-	Контроль самостоятельной работы студентов по темам 1-4
5	Теория статистических решений	2	7	0.5	0.5	-	-	14	-	
6	Биматричные игры	2	8, 9	0.5	1	-	-	14	-	
7	Принятие решений в иерархических системах	2	10, 11	1	2	-	-	14	-	
	Промежуточная аттестация									Не предусмотрена
	Всего за 2 семестр 108 часов			4	6	0	0	98	0	
Зимняя сессия										
8	Потоки в сетях	3	12, 13	2	2	-	-	20	-	
9	Основные понятия теории массового обслуживания и теории надежности	3	14, 15	1	1	-	-	15	-	Контрольная работа
10	Введение в статистическое моделирование	3	16,17, 18	1	1	-	-	20	-	Контроль самостоятельной работы студентов по темам 5-10
	Промежуточная аттестация	3								Экзамен, контрольная работа
	Всего за 3 семестр 72 часа			4	4	0	0	55	9	

Общая трудоемкость дисциплины 180 часов			8	10	0	0	153	9	
--	--	--	---	----	---	---	-----	---	--

Содержание дисциплины

Раздел 1. Предмет и модели исследования операций

Тема 1.1. Предмет и содержание исследования операций

Предмет и история исследования операций. Роль исследования операций в эффективном управлении производством. Постановка задач исследования операций. Основные этапы операционного исследования.

Тема 1.2. Модели исследования операций

Принципы математического моделирования. Оперирующая сторона, ее активные средства и стратегии. Управляемые и неуправляемые переменные. Типы моделей исследования операций. Примеры моделей исследования операций. Методы принятия решений.

Раздел 2. Многокритериальные задачи

Тема 2.1. Критерии эффективности

Цель операции, способы ее задания. Критерий эффективности в детерминированных и вероятностных задачах. Отношение предпочтения как способ задания цели операции. Условия представимости отношения предпочтения с помощью функции полезности.

Тема 2.2. Свертывание критериев

Векторный критерий эффективности. Различные способы свертывания векторного критерия эффективности в скалярный. Оптимальность по Парето. Связь оптимальности по Парето с максимизацией свернутого критерия.

Раздел 3. Антагонистические игры

Тема 3.1. Основные характеристики антагонистических игр

Определение и примеры антагонистических игр. Нижняя и верхняя цена игры, связь между ними. Цена игры. Седловая точка. Оптимальные стратегии. Теорема о минимаксе.

Тема 3.2. Свойства антагонистических игр

Теорема об эквивалентности седловых точек и взаимозаменяемости оптимальных стратегий в антагонистической игре. Условия существования седловой точки в антагонистической игре.

Раздел 4. Матричные игры и методы их решения

Тема 4.1. Определение и основные свойства матричных игр

Определение матричной игры. Седловая точка матрицы. Смешанные стратегии, функция выигрыша. Основная теорема теории матричных игр. Свойства оптимальных смешанных стратегий матричной игры.

Тема 4.2. Специальные типы матричных игр

Симметричные матричные игры и их свойства. Игры $2 \times m$ и $n \times 2$, их решение графическим методом.

Тема 4.3. Основные методы решения матричных игр

Сведение решения матричной игры к задаче линейного программирования специального вида. Итеративный метод Брауна-Робинсона решения матричных игр.

Раздел 5. Теория статистических решений

Тема 5.1. Байесовский подход к решению статистических игр

Априорное распределение вероятностей. Байесовский подход. Существование и свойства байесовской стратегии.

Тема 5.2. Минимаксный подход к решению статистических игр

Сущность минимаксного подхода. Определение и свойства минимаксной стратегии.

Тема 5.3. Статистические игры с экспериментом

Эксперимент. Нерандомизированные и рандомизированные решающие функции. Идеальный эксперимент. Теорема о сведении игры с экспериментом к игре без эксперимента.

Раздел 6. Биматричные игры

Тема 6.1. Определение и свойства биматричных игр

Определение биматричной игры. Ситуация равновесия. Теорема о существовании ситуации равновесия в биматричной игре.

Тема 6.2. Примеры биматричных игр

Существование в биматричной игре двух неэквивалентных ситуаций равновесия на примере игры "Семейный спор". Существование в биматричной игре неоптимальной по Парето ситуации равновесия на примере игры "Дилемма заключенного".

Раздел 7. Принятие решений в иерархических системах

Тема 7.1. Основные понятия теории иерархических игр

Иерархические системы. Интересы Центра и Производителя. Правило выбора. Наибольший гарантированный результат Центра.

Тема 7.2. Метод управления иерархическими системами

Различные способы организации обмена информацией в иерархических системах. Система цен и штрафов-премий. Теорема об оптимальном способе организации обмена информацией.

Раздел 8. Потоки в сетях

Тема 8.1. Сетевое планирование и его характеристики

Задачи о потоках в сетях, их особенности. Понятия узла, дуги, цепи, пути. Пропускная способность дуги. Уравнение сохранения.

Тема 8.2. Задача максимизации потока

Формулировка задачи о максимальном потоке. Разрез сети. Теорема о связи величины потока с пропускной способностью разреза. Критерий единственности минимального разреза.

Тема 8.3. Методы нахождения максимальных потоков

Метод расстановки пометок решения задачи о максимальном потоке. Нахождение максимального потока в случае нескольких источников и стоков. Потоки в неориентированных и смешанных сетях.

Раздел 9. Основные понятия теории массового обслуживания и теории надежности

Тема 9.1. Основные понятия теории массового обслуживания

Входной поток требований и его характеристики. Пуассоновский поток. Простейший поток и его свойства.

Тема 9.2. Исследование сетей массового обслуживания (СМО)

Марковские СМО. Вывод системы дифференциальных уравнений. Процессы гибели и размножения. СМО с ожиданием. Многоканальные СМО.

Тема 9.3. Основные понятия теории надежности

Функция надежности. Интенсивность отказов. Характеристика надежности элемента. Основные законы распределения в теории надежности. Оценка надежности стареющих элементов.

Раздел 10. Введение в статистическое моделирование

Тема 10.1. Статистическое моделирование случайных величин

Псевдослучайные числа. Равномерный датчик. Стандартный метод моделирования случайных величин (метод обратных функций). Специальные методы моделирования основных распределений.

Тема 10.2. Имитационное моделирование

Основные принципы и этапы имитационного моделирования. Моделирование СМО. Оценка надежности простейших систем методом Монте-Карло.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Лекции, разбор конкретных ситуаций, обсуждение возможностей практического применения получаемых знаний и навыков, мозговой штурм, мастер-класс.

Реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, работа над проектами) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Эффективность применения интерактивных форм обучения обеспечивается реализацией следующих условий:

- создание диалогического пространства в организации учебного процесса;
- использование принципов социально – психологического обучения в учебной и внеучебной деятельности;
- мониторинг личностных особенностей и профессиональной направленности студентов;
- формирование психологической готовности преподавателей к использованию интерактивных форм обучения, направленных на развитие внутренней активности студентов.

Использование интерактивных форм и методов обучения направлено на достижение ряда важнейших образовательных целей:

- стимулирование мотивации и интереса в области анализа сложных систем и обработки данных и в общеобразовательном, общекультурном и профессиональном плане;
- повышение уровня активности и самостоятельности обучаемых;
- развитие навыков анализа, критичности мышления, взаимодействия, коммуникации;
- саморазвитие и развитие обучаемых благодаря активизации мыслительной деятельности и диалогическому взаимодействию с преподавателем и другими участниками образовательного процесса.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью

При обучении лиц с ограниченными возможностями используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

С целью контроля знаний предусмотрена контрольная и работа по разделам 3, 4, 6, 7.

Промежуточная аттестация состоит в контроле посещаемости и выполнения текущих домашних заданий. Итоговая аттестация проводится по теоретическим вопросам курса или вопросам тестирования.

Контрольные вопросы.

1. Постановка задачи исследования операций.
2. Примеры модулей исследования операций.
3. Критерий эффективности в детерминированных и вероятностных задачах.
4. Векторный критерий эффективности и способы его преобразования в скалярный.
5. Определение и примеры антагонистических игр.
6. Понятие седловой точки и условия ее существования в антагонистической игре.
7. Матричные игры. Основная теорема теории матричных игр.
8. Основные методы решения матричных игр.
9. Байесовский подход к решению статистических игр.
10. Минимаксный подход к решению статистических игр.
11. Статистические игры с экспериментом, их особенности.
12. Биматричные игры. Теорема о существовании ситуации равновесия в биматричной игре.
13. Примеры экономических и политических ситуаций, моделируемых с помощью биматричных игр.
14. Иерархические системы. Наибольший гарантированный результат Центра.
15. Методы управления иерархическими системами.
16. Задачи о потоках в сетях, их особенности.
17. Методы нахождения максимальных потоков.
18. Основные понятия теории массового обслуживания.
19. Методы исследования марковских систем массового обслуживания.
20. Основные законы распределения в теории надежности.
21. Статистическое моделирование случайных величин.
22. Основные принципы и этапы имитационного моделирования.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Дана задача принятия решения. В таблице - прибыль города при различных вариантах проведения праздника (тыс. руб.).

Погода	Праздник на открытом воздухе	Праздник в театре
Солнечно (60 %)	1000	750
Дождь (40 %)	200	500

Установить, где следует проводить праздник по критериям Лапласа, Вальда и математического ожидания? Каким будет α в критерии Гурвица, если предпочтение отдано театру?

Ответ: в театре, в театре, на открытом воздухе, $\alpha > \frac{5}{11}$.

2. Найти в антагонистической игре седловую точку, если она есть.

1	2	3
1	1	2
2	2	1

Ответ: седловой точки нет.

1	2	3
1	2	1
2	1	2

Ответ: (0,1).

3. Матрица A в матричной игре имеет вид $\begin{pmatrix} x & 2 & 3 \\ y & 5 & 4 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$.

Установить, при каких x и y в матрице есть седловые точки.

Ответ: при $x \leq 6, y \leq 6$

4. Матрица A в матричной игре имеет вид $\begin{pmatrix} x & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Установить, при каких x в матрице есть седловые точки.

Ответ: при любых значениях x седловых точек нет.

5. Задача о зимней эксплуатации лесовозной дороги.

Предположим, что при заготовке леса зимой есть выбор - делать или не делать предварительную расчистку дороги. При этом известны предполагаемые высоты снежного покрова и матрица доходов при применении той или иной стратегии. Заготовитель – игрок 1, природа – игрок 2.

1 \ 2	20 мм	40 мм	60 мм	100 мм
Не делать	2	2	3	-1
Делать	4	3	2	6

Найти цену игры.

Ответ: $v=2.5$.

6. Найти с помощью графического метода, предварительно вычеркнув доминируемый столбец или строку, решение матричной игры с

матрицей $A = \begin{pmatrix} 7 & 9 & 10 & 8 & 11 \\ 8 & 3 & 2 & 4 & 1 \\ 6 & 2 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ: ~~_____~~

7. Найти оптимальные стратегии игроков в игре с матрицей $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \\ 2 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ: $\bar{x} = (1/3, 2/3, 0)$; $\bar{y} = (1/5, 3/5, 1/5)$.

8. Матрица A в биматричной игре имеет вид $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Установить, какой должна быть матрица B , чтобы игра имела чистые ситуации равновесия.

Ответ: должно выполняться хотя бы одно из трех условий:

а) b_{13} – максимум в первой строке; б) во второй строке есть элементы, не меньшие, чем b_{22} ; в) в третьей строке есть элементы, не меньшие, чем b_{33} .

9. Найти смешанные ситуации равновесия в игре с матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $\bar{x} = (2/5, 3/5)$; $\bar{y} = (2/3, 1/3)$.

Задания для контрольной работы.

№ варианта	Величины, входящие в расчеты				№ варианта	Величины, входящие в расчеты			
	s	t	u	v		s	t	u	v
1	1	1	1	1	16	2	1	1	1
2	1	1	2	2	17	2	1	2	2
3	1	1	3	2	18	2	1	3	1
4	1	1	1	3	19	2	1	1	3
5	1	1	2	3	20	2	1	2	3
6	1	2	3	1	21	3	2	3	2
7	1	2	1	2	22	3	2	1	3
8	1	2	2	1	23	3	2	2	3
9	1	2	3	3	24	3	2	3	1
10	1	2	1	3	25	3	2	1	1
11	2	3	2	3	26	3	3	2	1
12	2	3	3	1	27	3	3	3	2
13	2	3	1	1	28	3	3	1	1
14	2	3	2	2	29	3	3	2	3
15	2	3	3	2	30	3	3	3	3

I Подсчитать $\underline{u}, \underline{v}$ и найти седловые точки (если они есть) для игр со следующими матрицами:

$$1) A = \begin{pmatrix} t+1 & 2v+2 & 0u+1 & 5t+1 \\ t+1 & 2u+1 & 5v+7 & u+3 \\ u+3 & u+3 & t+1 & 2u+1 \\ s & v+2 & 0v+7 & v+7 \end{pmatrix}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} v+4 & t+8 & s & u+1 \\ s & v+4 & v+1 & 6u+1 \\ v+4 & t+8 & u+1 & 1 & s \\ u+1 & v+4 & v+4 & v+4 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} u+2 & v+6 & u+2 & t+1 & 0v+1 \\ t+2 & v+1 & 7-2 & u+1 & 4v+6 \\ s+6 & v+6 & t+2 & u+2 & v+6 \\ u+2 & v+6 & u+2 & t+1 & 0v+1 \end{pmatrix}$$

Предположим, что элемент a_{ut} неизвестен. Как в зависимости от значения этого элемента меняется множество седловых точек?

II. Пусть $\Gamma = (X, Y, F)$ - антагонистическая игра, где $X=Y=[-u, v]$,

$$F(x, y) = 2x^2 + y^2 - x - y$$

Найти

$$x^*, y^*, \alpha, \beta$$

$$\begin{aligned} \max_{x \in X} \min_{y \in Y} & \quad m(x, y) \\ \min_{y \in Y} \max_{x \in X} & \quad m(x, y) \end{aligned}$$

и седловые точки (если они есть).

III. Найти чистые ситуации равновесия в биматричной игре с матрицами

$$A = \begin{pmatrix} v+18 & v+6 & v+6 \\ t+2 & s-10 & v-7 \\ t+14 & u+10 & t+2 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} v+6 & u-2 & s+10 \\ u-2 & v-7 & v+6 \\ s+10 & v+18 & t+2 \end{pmatrix}.$$

Предположим, что элементы a_{uv}, b_{vt} неизвестны. Как в зависимости от значений этих элементов меняется множество ситуаций равновесия?

IV. Решить графическим методом матричную игру с матрицей A

$$A = \begin{pmatrix} 2s+1 & 2s+1 \\ 2s+1 & 2s+1 \end{pmatrix}$$

Выполнить поиск решения той же игры методом Брауна-Робинсон (5 итераций), предположив, что на первом шаге каждый игрок выбирает стратегию 1. На каждом шаге найти \bar{y}_k, \bar{x}_k .

V. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} s+5 & t+6 & u+7 & v+8 \\ t & v & s & u+2 \\ u & t+1 & 5v+1 & 5s+1 \\ u+1 & 5 & s & v & t \end{pmatrix},$$

Найти стратегии игрока, оптимальные в смысле критериев Лапласа, Вальда, Гурвица (при $\alpha=0.1$) и математического ожидания (при $\bar{y} = (0, 0, 0, 0)$).

Итоговый тест

- Антагонистическая игра может быть задана:
 - множеством стратегий первого и второго игрока.
 - множеством стратегий обоих игроков и функцией выигрыша второго игрока.
- Цена игры всегда равна верхней цене игры, если обе цены существуют:
 - да.
 - нет.

- в) вопрос некорректен.
3. Максимум по x минимума по y и минимум по y максимума по x функции выигрыша первого игрока:
- а) всегда равны друг другу.
 - б) всегда отличаются друг от друга.
 - в) могут быть и равны, и не равны.
4. Может ли в какой-то антагонистической игре сумма значений функции выигрыша обоих игроков положительна?
- а) да.
 - б) нет.
 - в) ответ неоднозначен.
5. Пусть в антагонистической игре $X=(1;2)$ – множество стратегий 1-го игрока, $Y=(5;8)$ – множество стратегий 2-го игрока. Является ли пара $(1;9)$ седловой точкой в этой игре:
- а) всегда.
 - б) иногда.
 - в) никогда.
6. Если известно, что функция выигрыша 1-го игрока всегда больше 1, то значения этой функции в седловой точке могут принимать значения:
- а) любые.
 - б) только положительные.
 - в) только не более числа 1.
7. Если в антагонистической игре на отрезке $[0;1]*[0;1]$ функция выигрыша 1-го игрока $F(x, y)$ равна $C(x-y)^2$, то при отрицательном значении числа C :
- а) седловых точек нет никогда.
 - б) седловые точки есть всегда.
 - в) седловые точки могут существовать, и не существовать.
8. Антагонистическая игра может быть задана:
- а) множеством стратегий игроков и ценой игры.
 - б) множеством стратегий обоих игроков и функцией выигрыша первого игрока.
 - в) обязательно каким-то иным способом.
9. Верхняя цена игры больше верхней цены игры, если оба показателя существуют.
- а) да.
 - б) не всегда.
 - в) никогда.
10. Смешанная стратегия – это:
- а) число.
 - б) вектор.
 - в) матрица.
11. Пусть в антагонистической игре $X=(1;2)$ – множество стратегий 1-го игрока, $Y=(2;8)$ – множество стратегий 2-го игрока. Является ли пара $(1;2)$ седловой точкой в этой игре:
- а) всегда.

- б) иногда.
- в) никогда.
12. Седловая точка – это:
- 1) стратегия одного из игроков.
 - 2) упорядоченная пара, в которой первая составляющая – стратегия первого игрока, вторая – стратегия второго игрока.
 - 3) что-то иное.
13. Функция выигрыша первого игрока зависит:
- а) от одной переменной.
 - б) от двух переменных.
 - в) от трех переменных.
14. Матричная игра – это частный случай антагонистической игры, при котором обязательно выполняется одно из требований:
- а) один из игроков имеет бесконечное число стратегий.
 - б) оба игрока имеют бесконечно много стратегий.
 - в) сумма функций выигрыша игроков постоянна.
15. Пусть матричная игра задана матрицей, в которой все элементы одинаковы.
- Цена игры существует:
- а) да.
 - б) нет.
 - в) нет однозначного ответа.
16. Оптимальная смешанная стратегия для матричной игры состоит из положительных чисел.
- а) да.
 - б) нет.
 - в) нет однозначного ответа.
17. Цена игры существует для матричных игр в чистых стратегиях всегда.
- а) да.
 - б) нет.
18. Чистая стратегия является частным случаем смешанной:
- а) да.
 - б) нет.
 - в) не всегда.
19. Если в матрице все столбцы одинаковы и имеют вид $(4 \ 3 \ 2 \ 1)$, то какая стратегия оптимальна для 2-го игрока?
- а) первая.
 - б) вторая.
 - в) любая из четырех.
20. Какое максимальное число седловых точек может быть в игре размерности 2×3 (матрица может содержать любые числа)
- а) 2.
 - б) 3.
 - в) 5.
 - г) иное число.

21. В матричной игре размерности 2×2 имеется 5 седловых точек:
- а) всегда.
 - б) иногда.
 - в) никогда.
22. Пусть в матричной игре одна из смешанных стратегий 1-го игрока имеет вид $(0.5, 0.5)$, а одна из смешанных стратегий 2-го игрока имеет вид $(0.5, 0.3, 0.1, 0.1)$. Какова размерность этой матрицы?
- а) 2×4 .
 - б) 4×2 .
 - в) другая размерность.
23. Принцип доминирования позволяет удалять из матрицы за один шаг:
- а) целиком столбцы.
 - б) отдельные числа.
 - в) подматрицы меньших размеров.
24. В графическом методе решения игр $2 \times m$ непосредственно из графика можно найти:
- а) оптимальную стратегию 1-го игрока .
 - б) оптимальную стратегию 2-го игрока.
 - в) и то, и другое.
25. График нижней огибающей для графического метода решения игр $2 \times m$ может быть:
- а) гиперболой.
 - б) прямой.
 - в) параболой.
26. Чем можно задать матричную игру:
- а) одной матрицей.
 - б) седловой точкой.
 - в) ценой игры.
27. Биматричная игра может быть определена:
- а) двумя матрицами одинаковой размерности.
 - б) двумя произвольными матрицами.
 - в) одной матрицей.
28. В биматричной игре размерности 2×4 ситуаций равновесия бывает:
- а) не более 2.
 - б) не более 6.
 - в) не более 8.
 - г) нет однозначного ответа.
29. Если в матрицах А и В в биматричной игре все элементы одинаковы, то ситуации равновесия есть:
- а) всегда.
 - б) иногда.
 - в) никогда.
30. Седловая точка – это частный случай ситуации равновесия:
- а) да.
 - б) нет.

в) вопрос некорректен

31. В биматричной игре элемент b_{ij} представляет собой:

а) выигрыш 2-го игрока при использовании им i -й стратегии, а 2-м – j -й стратегии.

б) оптимальную стратегию 1-го игрока при использовании противником i -й или j -й стратегии.

в) выигрыш 2-го игрока при использовании им j -й стратегии, а 1-м – i -й стратегии.

32. В биматричной игре элемент a_{ij} соответствует ситуации равновесия. Возможны следующие ситуации:

а) этот элемент строго больше всех в столбце.

б) этот элемент меньше всех в столбце.

в) в столбце есть элементы и больше, и меньше, чем этот элемент.

33. Биматричная игра может быть определена:

а) стратегиями игроков.

б) стратегиями игроков и функцией выигрыша 1-го игрока.

в) чем-то иным.

34. В биматричной игре размерности $2 \times N$ может быть ситуаций равновесия:

а) не более $2+N$.

б) не более N .

в) не более $2 \times N$.

35. Бывает ли в биматричной игре размерности 3×3 ровно 7 ситуаций равновесия?

а) всегда.

б) иногда.

в) никогда.

36. Матричная игра – это частный случай биматричной, при котором всегда справедливо:

а) матрица A равна матрице B , взятой с обратным знаком.

б) матрица A не совпадает с матрицей B .

в) Произведение матриц A и B -единичная матрица..

37. В биматричной игре элемент b_{ij} представляет собой:

а) выигрыш 2-го игрока при использовании им j -й стратегии, а 1-м – i -й стратегии,

б) оптимальную стратегию 2-го игрока при использовании противником i -й или j -й стратегии/

в) что-то иное.

38. В биматричной игре элемент b_{ij} соответствует ситуации равновесия. Возможны следующие ситуации:

а) в столбце есть элементы, равные этому элементу.

б) этот элемент меньше некоторых в строке.

в) этот элемент меньше всех в строке.

Рекомендации к самостоятельной работе студентов.

Наименование разделов:

1. Предмет и модели исследования операций
2. Многокритериальные задачи
3. Антагонистические игры
4. Матричные игры и методы их решения
5. Теория статистических решений
6. Биматричные игры
7. Принятие решений в иерархических системах
8. Потоки в сетях
9. Основные понятия теории массового обслуживания и теории надежности.
10. Введение в статистическое моделирование

К основным учебно-методическим средствам обеспечения самостоятельной работы студентов относятся ресурсы научной библиотеки СГУ, электронные методические материалы, указанные в п.8.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
3	10	0	30	10	0	10	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента

3 семестр

Лекции. Оценивается посещаемость лекций и активность студента. Диапазон баллов от 0 до 10.

Количество лекций	Количество баллов
0	0
1-2	1
3-4	2
5-6	3
7-8	4
9-10	5
11-12	6
13-14	7
15-16	8
17	9
18	10

Практические занятия. Оценивается посещаемость, уровень подготовки к занятиям, активность работы в аудитории. Диапазон баллов от 0 до 30.

Количество занятий	Количество баллов
0	0
1-2	2
3-4	4
5-6	6
7-8	8
9-10	10
11-12	12
13-14	14
15-16	16
17-18	18

За активность на занятиях добавляется от 1 до 12 баллов.

Самостоятельная работа.

Оценивается качество и количество выполненных домашних работ. Диапазон баллов от 0 до 10.

Количество выполненных заданий	Количество баллов
0	0
1-2	1
3-4	2
5-6	3
7-8	4
9-10	5
11-12	6
13-14	7
15-16	8
17	9
18	10

Автоматизированное тестирование.

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности.

Предусмотрена одна контрольная работа. Диапазон баллов от 0 до 10.

№ задачи	Количество баллов
1	2
2	3
3	5
Итого	10

Промежуточная аттестация. Представляет собой устный опрос по билетам. Диапазон баллов от 0 до 40. Ответ на «отлично» оценивается от 31 до 40 баллов, ответ на «хорошо» оценивается от 21 до 30 баллов, ответ на

«удовлетворительно» оценивается от 11 до 20 баллов, ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 10 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 3 семестр по дисциплине «Теория игр» составляет 100 баллов.

2.1. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Теория игр» в оценку (экзамен):

90-100 баллов	«отлично»
75-89 баллов	«хорошо»
60-74 баллов	«удовлетворительно»
0-59 баллов	«неудовлетворительно»

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

а) литература:

1. **Салмина Н.Ю.** Теория игр [Электронный ресурс] : учебное пособие / Салмина Н.Ю.- Томск : Эль Контент, Томский государственный университет систем управления и радиолетроники, 2015.-92с.-ISBN 978-5-4332-0079-1 :Б.ц. Книга находится в базовой версии ЭБС IPRboors. ✓

2. **Кузнецова, Ирина Александровна.** Теория игр [Текст] : учеб.-метод. пособие для студентов мех.-мат. фак. / И. А. Кузнецова, А. Д. Луньков, А. В. Харламов. - Саратов : Издательство Саратовского университета, 2002. - 60 с. : ил. - (Библиотека "Основы математики" ; вып. 13). - Библиогр. - ISBN 5-292-02910-6. ✓4

3. **Кузнецова, Ирина Александровна.** Руководство к решению задач по теории игр [Текст] : учебно-методическое пособие для студентов механико-математического факультета / И. А. Кузнецова, Н. В. Плешакова ; Саратов. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского. - Саратов : Издательство Саратовского университета, 2004. - 20, [4] с. : табл. - (Библиотека "Основы математики" ; вып. 27). - Библиогр.: с. 22 (11 назв.). - ISBN 5-292-03297-2. ✓2

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. <http://www.sgu.ru/node/34044> учебное пособие по теории игр. ✓

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Преподавание данной дисциплины не требует специальной материально-технической базы. Возможно проведение занятий в компьютерном классе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика» и профилю подготовки «Прикладная информатика в экономике», форма обучения – заочная.

Автор: доцент кафедры ТФиСА, к.ф.-м. наук Кузнецова И.А.

Программа одобрена на заседании кафедры теории функций и стохастического анализа от 04 марта 2022 года, протокол № 7.