

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ  
Декан механико-математического факультета

Захаров А.М.

"28"



2021 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В МЕХАНИКЕ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ.  
ЧАСТЬ 1**

Направление подготовки бакалавриата  
*01.03.03 Механика и математическое моделирование*

Профиль подготовки бакалавриата  
*Механика деформируемых тел и сред*

Квалификация (степень) выпускника  
*Бакалавр*

Форма обучения  
*очная*

Саратов,  
2021

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Иванов Д.В.		28.09.2021
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		28.09.2021
Заведующий кафедрой	Коссович Л.Ю.		28.09.2021
Специалист Учебного управления			

## **1. Цели освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины «Математические модели в механике сплошной среды. Часть 1» является:

- знакомство с физической и математической формулировкой простейших моделей механики сплошной среды;
- изучение математических методов построения и исследования решения конкретных задач, возникающих в различных областях человеческой практики.

Задачи дисциплины заключаются в изучении:

- математических моделей идеальной жидкости, вязкой жидкости и идеально-упругого тела;
- уравнений движения жидкости, идеально-упругого тела;
- постановок и решения простейших задач механики сплошной среды.

## **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Математические модели в механике сплошной среды. Часть 1» включена в обязательную часть блока 1 «Дисциплины (модули)». Всего на ее изучение отводится 108 часов (68 часов аудиторной работы, 1 час КСР и 39 часов самостоятельной работы). В соответствии с учебным планом, занятия проводятся в 7 семестре.

Дисциплина «Математические модели в механике сплошной среды. Часть 1» связана с дисциплинами профессионального цикла: «Математическое моделирование», «Основы механики сплошной среды», в результате изучения которых студент должен знать общие теоретические основы построения математических моделей, описывающих различные физико-механические процессы, и численные методы их реализации. Студент должен уметь разбираться, анализировать простейшие математические модели, применять их к решению прикладных задач механики твердого тела и гидродинамики.

Знания и умения, полученные студентами при изучении дисциплины «Математические модели в механике сплошной среды. Часть 1» используются в дисциплинах профессионального цикла: «Математические модели в механике сплошной среды. Часть 2», «Физико-механический практикум и вычислительный эксперимент. Части 1 и 2», «Механика биологических жидкостей», «Математические модели и компьютерное моделирование в биомеханике», «Пакеты прикладных программ».

Освоение данной дисциплины необходимо для написания выпускных квалификационных работ (бакалаврских работ).

### 3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
<p><b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</p>	<p><b>1.1_Б.УК-1.</b> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.</p>	<p><b>Знать:</b>                      – постановку основных задач механики сплошной среды;                      – основные этапы построения и исследования моделей в механике сплошной среды.  <b>Уметь:</b>                      – анализировать задачи, выделяя ее базовые составляющие;                      – осуществлять декомпозицию задачи.  <b>Владеть:</b>                      – навыками анализа задачи с выделением ее базовых составляющих.</p>
	<p><b>2.1_Б.УК-1.</b> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p>	<p><b>Знать:</b>                      – основные источники информации по механике сплошной среды и ее применению к прикладным задачам механики;                      – способы извлечения необходимой научно-технической информации из электронных и бумажных носителей по механике сплошной среды и ее применению к задачам механики.  <b>Уметь:</b>                      – находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи.  <b>Владеть:</b>                      – навыками критического анализа информации по применению теории колебаний упругих систем к задачам механики.</p>
	<p><b>3.1_Б.УК-1.</b> Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и</p>	<p><b>Знать:</b>                      – основные аналитические методы решения задач систем с конечным и</p>

	<p>недостатки.</p>	<p>бесконечным числом степеней свободы.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оценить достоинства и недостатки различных вариантов решения задач механики сплошной среды.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками выбора оптимального решения для поставленной задачи.</li> </ul>
	<p><b>4.1_Б.УК-1.</b> Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные факты механики сплошной среды и направления их применения к задачам механики.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– грамотно, логично, аргументированно формировать собственные суждения и оценки в области механики сплошной среды;</li> <li>– отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками формирования собственных суждений и оценок в области механики сплошной среды;</li> <li>– навыками грамотного, логичного и аргументированного изложения своей позиции по вопросам применения теории механики сплошной среды.</li> </ul>
	<p><b>5.1_Б.УК-1.</b> Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные математические модели теории механики сплошной среды, применяемые к задачам механики, и методы их исследования.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определить практические последствия решения задач механики сплошной среды;</li> <li>– оценить практические последствия решения задач</li> </ul>

		<p>в области механики сплошной среды.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками определения и оценивания практических последствий применения решений задач механики сплошной среды.</li> </ul>
<p><b>УК-2.</b> Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих норм, имеющихся ресурсов и ограничений.</p>	<p><b>1.1_Б.УК-2.</b> Формулирует в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения выделенных задач.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные этапы физического и математического моделирования при решении задач механики сплошной среды;</li> <li>– основные математические модели механики сплошной среды, применяемые в задачах механики, и методы их исследования.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– сформулировать совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели;</li> <li>– определить ожидаемые результаты решения выделенных задач.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками формулировки совокупности взаимосвязанных задач для достижения поставленной цели;</li> <li>– навыками определения ожидаемых результатов решения поставленных задач.</li> </ul>
	<p><b>2.1_Б.УК-2.</b> Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные аналитические методы решения задач механики сплошной среды;</li> <li>– основные этапы физического и математического моделирования при решении задач механики сплошной среды.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– спроектировать решение конкретной задачи механики сплошной среды, выбирая оптимальный</li> </ul>

		<p>способ ее решения, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>– навыками проектирования решения задачи механики сплошной среды и выбора оптимального метода решения, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений.</p>
	<p><b>3.1_Б.УК-2.</b> Решает конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <p>– постановку и методы решения основных задач механики сплошной среды.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>– правильно распределить время, выделенное на решение поставленной задачи;</p> <p>– решать конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>– навыками постановки и решения задач в области применения теории колебаний к моделированию процессов в упругих системах за установленное время.</p>
	<p><b>4.1_Б.УК-2.</b> Публично представляет результаты решения конкретной задачи проекта.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <p>– основные этапы физического и математического моделирования при решении задач о колебаниях упругих систем;</p> <p>– основные математические модели механики сплошной среды, применяемые в задачах механики, и методы их исследования.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>– публично представлять результаты решения конкретной задачи.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>– навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи о колебаниях упругих</p>

		систем.
<p><b>УК-6.</b> Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни.</p>	<p><b>1.1_Б.УК-6.</b> Применяет знание о своих ресурсах и их пределах (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</p>	<p><b>Знать:</b> – свои ресурсы и их пределы (личностные, ситуативные, временные и т.д.).</p> <p><b>Уметь:</b> – применять имеющиеся ресурсы (личностные, ситуативные, временные и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками использования имеющихся ресурсов (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</p>
	<p><b>2.1_Б.УК-6.</b> Понимает важность планирования перспективных целей деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>	<p><b>Знать:</b> – основы планирования целей деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> – планировать цели деятельности с учетом условий, имеющихся средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками планирования целей деятельности при решении задач механики сплошной среды с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.</p>

	<p><b>3.1_Б.УК-6.</b> Реализует намеченные цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>	<p><b>Знать:</b> – основы планирования целей деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> – реализовывать намеченные цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками реализации намеченных целей деятельности при решении задач механики сплошной среды с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.</p>
	<p><b>4.1_Б.УК-6.</b> Критически оценивает эффективность использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.</p>	<p><b>Знать:</b> – основы планирования целей деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> – критически оценить эффективность использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками корректировки плана в зависимости от эффективности использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.</p>
	<p><b>5.1_Б.УК-6.</b> Демонстрирует интерес к учебе и использует предоставляемые возможности для приобретения новых знаний и навыков.</p>	<p><b>Знать:</b> – свои ресурсы и их пределы (личностные, ситуативные, временные и т.д.).</p> <p><b>Уметь:</b> – видеть предоставленные возможности.</p> <p><b>Владеть:</b> – способностью к использованию предоставляемых возможностей для</p>



		приобретения новых знаний и навыков.
<p><b>ПК-1.</b> Способен составлять математические модели для расчета поведения элементов конструкций при силовом и температурном воздействиях.</p>	<p><b>1.1_Б.ПК-1.</b> Демонстрирует знание классических уравнений механики и математической физики, основных инженерных теорий деформирования стержней, пластин и оболочек.</p>	<p><b>Знать:</b> – основные уравнения механики сплошной среды.</p> <p><b>Уметь:</b> – правильно подобрать уравнение (систему уравнений) в зависимости от постановки задачи.</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками подбора уравнений для построения математической модели в механике сплошной среды.</p>
	<p><b>2.1_Б.ПК-1.</b> Способен осуществить сбор и обработку исходных данных по геометрии и физико-механическим характеристикам заданного элемента конструкции.</p>	<p><b>Знать:</b> – основные способы сбора и обработки информации.</p> <p><b>Уметь:</b> – осуществлять первичный сбор и обработку исходных данных по геометрии и физико-механическим характеристикам заданного элемента конструкции.</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками первичного сбора и обработки исходных данных по геометрии и физико-механическим характеристикам сплошной среды.</p>
	<p><b>3.1_Б.ПК-1.</b> Способен сформулировать и обосновать математическую модель, описывающую деформацию заданного элемента под действием заданных нагрузок.</p>	<p><b>Знать:</b> – основные математические модели механики сплошной среды.</p> <p><b>Уметь:</b> – построить математическую модель, механики сплошной среды.</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками формулировки и обоснования применения построенной математической модели в механике сплошной среды.</p>
	<p><b>5.1_Б.ПК-1.</b> Способен</p>	<p><b>Знать:</b></p>

	оценить эффективность построенной модели с точки зрения точности расчета и экономии вычислительных ресурсов.	– основные математические модели механики сплошной среды и области их применения. <b>Уметь:</b> – оценить эффективность построенной модели с точки зрения точности расчета при решении поставленной задачи. <b>Владеть:</b> – навыками оценки эффективности применения различных моделей колебательных процессов в упругих системах к точности расчета для конкретных элементов конструкций.
ОПК-1. Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	<p><b>1.1_Б.ОПК-1.</b> Демонстрирует знание основных понятий, гипотез, теорем, методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p> <p><b>5.1_Б.ОПК-1.</b> Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, при решении задач в области избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p><b>Знать:</b> – основные понятия, гипотезы, теоремы, методы фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук. <b>Уметь:</b> – осуществлять первичный сбор и анализ данных, корректно интерпретировать различные данные в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук. <b>Владеть:</b> – опытом теоретического исследования объектов профессиональной деятельности с помощью методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>
ОПК-2. Способен применять методы математического и алгоритмического моделирования, современный математический аппарат в научно-исследовательской и опытно-конструкторской	<b>1.1_Б.ОПК-2.</b> Демонстрирует знание основных методов математического и алгоритмического моделирования, применяемых в прикладной математике, механике, биомеханике и других	<b>Знать:</b> – основные методы математического и алгоритмического моделирования, применяемых в прикладной математике, механике, биомеханике и других естественных науках.

<p>деятельности</p>	<p>естественных науках.</p> <p><b>2.1_Б.ОПК-2.</b> Имеет представление о современном математическом аппарате, применяемом в прикладной математике, механике, биомеханике и других естественных науках.</p>	<p><b>Уметь:</b></p> <p>– осуществлять первичный сбор и анализ данных о методах математического и алгоритмического моделирования и математическом аппарате, используемом при построении и исследовании моделей в области избранных видов профессиональной деятельности, проанализировать результаты применения методов математического и алгоритмического моделирования, современного математического аппарата к построению и исследованию моделей в области избранных видов профессиональной деятельности, дать рекомендации по использованию результатов исследований и разработок.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>– практическим опытом применения методов математического и алгоритмического моделирования, современного математического аппарата к построению и исследованию моделей в области избранных видов профессиональной деятельности.</p>
<p><b>ОПК-3.</b> Способен использовать методы физического моделирования и современное экспериментальное оборудование в профессиональной деятельности</p>	<p><b>1.1_Б.ОПК-3.</b> Демонстрирует знание основных методов физического моделирования и экспериментальных исследований, применяемых в механике, биомеханике и других естественных науках.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <p>– основные методы физического моделирования и экспериментальных исследований, применяемых в механике, биомеханике и других естественных науках.</p> <p><b>Уметь:</b></p>

	<p><b>2.1_Б.ОПК-3.</b> Имеет представление о современном экспериментальном оборудовании, применяемом при проведении исследований в механике, биомеханике и других естественных науках.</p>	<p>– осуществлять первичный сбор и анализ данных о методах физического моделирования, методах экспериментальных исследований, современном экспериментальном оборудовании, используемых при построении и исследовании моделей в области избранных видов профессиональной деятельности, правильно подобрать методы физического моделирования и экспериментальные методы для построения и исследования моделей в области избранных видов профессиональной деятельности, а также оценить их достоинства и недостатки.</p> <p><b>Владеть:</b> – современным экспериментальным оборудованием, применяемом при проведении исследований в механике, биомеханике и других естественных науках.</p>
<p><b>ОПК-5.</b> Способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики</p>	<p><b>1.1_Б.ОПК-5.</b> Демонстрирует знание научных основ математики и механики</p> <p><b>4.1_Б.ОПК-5.</b> Владеет научной терминологией и может публично представлять собственные и известные научные результаты в сфере математики и механики</p>	<p><b>Знать:</b> – научные основы математики и механики.</p> <p><b>Уметь:</b> – корректно интерпретировать научные знания в области математики и механики, различным образом представлять и адаптировать знания в сфере математики и механики с учетом уровня аудитории.</p> <p><b>Владеть:</b> – научной терминологией и может публично представлять собственные и известные научные результаты в сфере мате</p>

<p><b>ОПК-6.</b> Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения</p>	<p><b>1.1_Б.ОПК-6.</b> Понимает процессы, методы поиска, сбора, хранения, обработки, предоставления, распространения информации и способы реализации таких процессов и методов</p>	<p><b>Знать:</b> – процессы, методы поиска, сбора, хранения, обработки, предоставления, распространения информации и способы реализации таких процессов и методов.</p> <p><b>Уметь:</b> – применять современные программные среды разработки информационных систем и технологий, методы отладки и тестирования, читает коды программных продуктов, написанные на освоенных языках программирования, и вносит требуемые изменения.</p> <p><b>Владеть:</b> – средами разработки информационных систем и технологий, разрабатывать подходящие ИТ-решения</p>
--	--	---

#### 4. Структура и содержание дисциплины «Математические модели в механике сплошной среды. Часть 1»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	СРС	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Математическая модель идеальной жидкости	7	1-2	4	-	4	-	5	Устный опрос
2	Математическая модель вязкой жидкости	7	3-9	13	-	13	-	14	Устный опрос, проверка решения практических задач
2.1	Закон вязкого трения в жидкостях и уравнения гидродинамики	7	3	2	-	2	-	2	Устный опрос, проверка решения практических задач
2.2	Основная замкнутая система уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости и постановка основных краевых задач	7	4-5	4	-	4	-	4	Устный опрос, проверка решения практических задач
2.3	Точные замкнутые решения уравнений Навье-Стокса	7	6-7	3	-	3	-	4	Устный опрос, проверка решения практических задач
2.4	Одномерное уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости	7	8-9	4	-	4	-	4	Устный опрос, проверка решения практических задач
3	Математическая модель идеально-упругого тела	7	10-18	17	-	17	1	20	Устный опрос, проверка решения практических задач
3.1	Обобщенный закон упругого твердого тела	7	10-11	4	-	4	-	4	Устный опрос, проверка решения практических задач
3.2	Замкнутая система уравнений теории упругости и постановка основных краевых задач	7	12-13	4	-	4	-	4	Устный опрос, проверка решения практических задач
3.3	Различные формы основной системы уравнений теории упругости и следствия из них	7	14-15	4	-	4	-	4	Устный опрос, проверка решения практических задач
3.4	Общие теоремы теории упругости	7	16	2	-	2	-	4	Устный опрос, проверка решения практических задач
3.5	Вариационные теоремы теории упругости	7	17-18	3	-	3	1	4	Устный опрос, проверка решения практических задач
4	Промежуточная аттестация	7							Зачет с оценкой
5	Общая трудоемкость дисциплины – 108 часов	7	18	34		34	1	39	

#### Содержание дисциплины

##### Раздел 1. Математическая модель идеальной жидкости и газа.

Давление в идеальной жидкости. Дифференциальные движения идеальной жидкости Эйлера. Замкнутая система уравнений движения несжимаемой жидкости. Интегралы Бернулли. Баротропные жидкости.

##### Раздел 2. Математическая модель вязкой жидкости.

2.1. Закон вязкого трения в жидкостях и уравнения гидродинамики.

Внутреннее трение и теплопроводность в жидкостях и газах. Опыт Ньютона по выявлению свойства вязкости в реальных жидкостях. Закон вязкого трения. Обобщенный закон вязкого трения для произвольного поля скоростей текущей жидкости. Случай несжимаемости. Неньютоновские жидкости. Зависимость коэффициента вязкости жидкости от скорости деформации сдвига. Псевдопластические и дилатантные жидкости.

2.2. Основная замкнутая система уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости и постановка основных краевых задач.

Вывод уравнений Навье-Стокса. Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости. Постановка начальных условий для неустановившегося течения жидкости. Формулировка основных граничных условий. Условие при безотрывном обтекании вязкой жидкостью подвижной и неподвижной твердой гладкой стенки (условие прилипания).

2.3. Точные замкнутые решения уравнений Навье-Стокса.

Постановка задачи об установившемся течении вязкой несжимаемой жидкости в бесконечно длинной цилиндрической трубе. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Частные случаи решения этой задачи. Решение для эллиптической трубы. Решение для круглой трубы. Параболический закон распределения скоростей. Закон Пуазейля и его практическое применение.

Решение для трубы треугольного поперечного сечения (граница сечения равносторонний треугольник).

2.4. Одномерное уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости.

Уравнения Навье-Стокса для осесимметричных движений вязкой жидкости. Описание методики осреднения этих уравнений по поперечному сечению круглой трубы. Одномерное уравнение динамики вязкой жидкости для объемного расхода. Осреднение уравнения неразрывности. Связь объемного расхода с радиальными перемещениями гибких стенок трубы. Построение одномерной модели динамики кровотока для части артериальных систем человека. Основная замкнутая система уравнений для определения объемного кровотока и давления, а также объемного кровенаполнения сосудов в рамках линейной теории. Применение этих уравнений для расчета объемного кровотока в сосудистом дереве. Постановка граничных условий на входе и выходах из сосудистой системы. Формулировка контактных условий в узлах разветвления сосудов. Статические контактные условия. Динамические контактные условия.

**Раздел 3. Математическая модель идеально упругого тела.**

3.1. Обобщенный закон упругого твердого тела.

Свойство идеальной упругости. Существование упругого потенциала. Выражение напряжений через упругий потенциал. Обобщенный линейный закон Гука. О числе независимых модулей упругости в случае наличия симметрии упругих свойств определенного вида: одна плоскость упругой симметрии, две плоскости упругой симметрии, три эквивалентные плоскости упругой симметрии, полная изотропия упругих свойств. Различные формы записи линейного закона Гука для изотропной частицы. Связь упругих

констант Ламе с техническими константами  $E$  и  $\nu$  ( $E$ -модуль Юнга,  $\nu$ -коэффициент Пуассона).

### 3.2. Замкнутая система уравнений теории упругости и постановка основных краевых задач.

Структура замкнутой системы уравнений теории упругости: три дифференциальных уравнения движения (равновесия), шесть линейных уравнений закона Гука и шесть соотношений Коши. Начальные условия. Постановка 1-ой основной краевой задачи. Постановка 2-ой краевой задачи. Постановка 3-ей основной (смешанной) краевой задачи теории упругости. Пример постановки не основной краевой задачи (задача о штампе).

### 3.3. Различные формы основной системы уравнений теории упругости и следствия из них.

Уравнения теории упругости в перемещениях (уравнения Навье-Ламе). Следствия из них: уравнение для волн расширения, уравнение для волн сдвига. Случай статики: уравнения для объемного расширения и для каждого компонента вектора перемещения. Уравнения теории упругости в напряжениях (уравнения Бельтрами-Митчелла). Следствия из этих уравнений: уравнение для среднего напряжения и уравнения для каждой компоненты тензора напряжений. Общие интегралы уравнений теории упругости в случае равновесия упругого тела: интеграл Галеркина и интеграл Папковича.

### 3.4. Общие теоремы теории упругости.

Теорема Кирхгоффа о единственности решения основной системы уравнений теории упругости. Теорема Клапейрона об упругой энергии деформации. Теорема о взаимности работ (теорема Бетти).

### 3.5. Вариационные теоремы теории упругости.

Возможные перемещения и возможные напряжения в твердом теле. Вариационный принцип Лагранжа и вариационное уравнение Лагранжа. Функционал полной энергии твердого тела. 1-ая теорема о минимуме функционала энергии. Вариационная формула Кастильяно. 2-ая теорема о минимуме функционала энергии. Вариационные методы Ритца и Галеркина.

## **5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины**

Для реализации компетентного подхода в учебном процессе применяются следующие образовательные технологии:

- 1) при проведении лекционных занятий: информационные лекции, проблемные лекции, лекции беседы, лекции дискуссии, лекции с заранее запланированными ошибками;
- 2) при проведении практических занятий: традиционные занятия, занятия исследования, проблемные ситуации, ситуации с ошибкой;
- 3) при организации самостоятельной работы студентов: поиск и обработка информации, в том числе с использованием информационно-телекоммуникационных технологий; исследование проблемной ситуации;



постановка и решение задач из предметной области; отработка навыков применения стандартных методов к решению задач предметной области.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу студентов и руководство этой работой со стороны преподавателей. Применяются следующие формы контроля: устный опрос, проверка решения практических задач, контрольная работа.

*При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов* используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуального обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения, проведение дополнительных индивидуальных консультаций по изучаемым теоретическим вопросам и практическим занятиям, оказание помощи при подготовке к промежуточной аттестации. Подготовка, при необходимости, учебных и контрольно-измерительных материалов в формах, доступных для изучения студентами с особыми образовательными потребностями (для студентов с нарушениями зрения учебные материалы подготавливаются с применением укрупненного шрифта, используются аудиозаписи занятий; для студентов с нарушением слуха предоставляются электронные лекции, печатные раздаточные материалы с заданиями для самостоятельной работы).

При необходимости, для подготовки к ответу на практическом занятии, студентам с инвалидностью и студентам с ограниченными возможностями здоровья среднее время увеличивается в 1,5–2 раза по сравнению со средним временем подготовки обычного студента.

Для студентов с инвалидностью или с ограниченными возможностями здоровья форма промежуточной аттестации устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). Промежуточная аттестация по дисциплине может проводиться в несколько этапов в форме рубежного контроля по завершению изучения отдельных тем дисциплины.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины «Математические модели в механике сплошной среды. Часть 1»**

**Самостоятельная работа** студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе и самостоятельного решения задач с дальнейшим их разбором или обсуждением на аудиторных занятиях.

**Текущий контроль** усвоения дисциплины «Математические модели в механике сплошной среды. Часть 1» проводится в форме устных опросов на лекционных и практических занятиях, разбора и обсуждения решаемых задач на практических занятиях.

**Промежуточная аттестация** по дисциплине «Математические модели в механике сплошной среды. Часть 1» проводится в форме зачета с оценкой.

***Список вопросов к зачету с оценкой***

1. Давление в идеальной жидкости. Дифференциальные движения идеальной жидкости Эйлера. Замкнутая система уравнений движения несжимаемой жидкости. Интегралы Бернулли. Баротропные жидкости.

2. Опыт Ньютона по выявлению свойства вязкости в реальных жидкостях. Закон вязкого трения.

3. Обобщенный закон вязкого трения для произвольного поля скоростей текущей жидкости. Случай несжимаемости. Неньютоновские жидкости. Зависимость коэффициента вязкости жидкости от скорости деформации сдвига. Псевдопластические и дилатантные жидкости.

4. Вывод уравнений Навье-Стокса.

5. Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости. Постановка начальных условий для неустановившегося течения жидкости. Формулировка основных граничных условий.

6. Условие при безотрывном обтекании вязкой жидкостью подвижной и неподвижной твердой гладкой стенки (условие прилипания). Условие на свободной поверхности текущей жидкости.

7. Постановка задачи об установившемся течении вязкой несжимаемой жидкости в бесконечно длинной цилиндрической трубе. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Частные случаи решения этой задачи.

8. Решение для эллиптической трубы. Решение для круглой трубы. Параболический закон распределения скоростей. Закон Пуазейля и его практическое применение.

9. Решение для трубы треугольного поперечного сечения (граница сечения равносторонний треугольник).

10. Уравнения Навье-Стокса для осесимметричных движений вязкой жидкости. Описание методики осреднения этих уравнений по поперечному сечению круглой трубы. Одномерное уравнение динамики вязкой жидкости для объемного расхода. Осреднение уравнения неразрывности.

11. Связь объемного расхода с радиальными перемещениями гибких стенок трубы. Построение одномерной модели динамики кровотока для части артериальных систем человека. Основная замкнутая система уравнений для определения объемного кровотока и давления, а также объемного кровенаполнения сосудов в рамках линейной теории.

12. Применение этих уравнений для расчета объемного кровотока в сосудистом дереве. Постановка граничных условий на входе и выходах из сосудистой системы. Формулировка контактных условий в узлах разветвления сосудов. Статические контактные условия. Динамические контактные условия.

13. Свойство идеальной упругости. Существование упругого потенциала. Выражение напряжений через упругий потенциал. Обобщенный линейный закон Гука.

14. О числе независимых модулей упругости в случае наличия симметрии упругих свойств определенного вида: одна плоскость упругой симметрии, две плоскости упругой симметрии, три эквивалентные плоскости упругой симметрии, полная изотропия упругих свойств.

15. Различные формы записи линейного закона Гука для изотропной частицы. Связь упругих констант Ламе с техническими константами  $E$  и  $\nu$  ( $E$  -модуль Юнга,  $\nu$  -коэффициент Пуассона).

16. Структура замкнутой системы уравнений теории упругости: три дифференциальных уравнения движения (равновесия), шесть линейных уравнений закона Гука и шесть соотношений Коши.

17. Начальные условия. Постановка 1-ой основной краевой задачи. Постановка 2-ой краевой задачи. Постановка 3-ей основной (смешанной) краевой задачи теории упругости.

18. Пример постановки не основной краевой задачи (задача о штампе).

19. Уравнения теории упругости в перемещениях (уравнения Навье-Ламе). Следствия из них: уравнение для волн расширения, уравнение для волн сдвига. Случай статики: уравнения для объемного расширения и для каждого компонента вектора перемещения.

20. Уравнения теории упругости в напряжениях (уравнения Бельтрами-Митчелла). Следствия из этих уравнений: уравнение для среднего напряжения и уравнения для каждой компоненты тензора напряжений. Общие интегралы уравнений теории упругости в случае равновесия упругого тела: интеграл Галеркина и интеграл Папковича.

21. Теорема Кирхгоффа о единственности решения основной системы уравнений теории упругости.

22. Теорема Клапейрона об упругой энергии деформации.

23. Теорема о взаимности работ (теорема Бетти).

24. Возможные перемещения и возможные напряжения в твердом теле. Вариационный принцип Лагранжа и вариационное уравнение Лагранжа. Функционал полной энергии твердого тела.

25. 1-ая теорема о минимуме функционала энергии. Вариационная формула Кастильяно.

26. 2-ая теорема о минимуме функционала энергии. Вариационные методы Ритца и Галеркина.

## 7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
7	20	0	25	30	0	0	25	100

## Программа оценивания учебной деятельности студента

7 семестр

Лекции.

Критерии оценки: посещаемость, активность на занятиях (вопросы лектору и т.п.), умение вспомнить и применить знания, материал за прошлые лекции и другие пройденные дисциплины, модули. Максимально 20 баллов.

Практические занятия.

Работа у доски при решении задач, ответы с места и подсказки по решению практических примеров, грамотность оформления математических формул и выражений. Максимально 25 баллов.

Самостоятельная работа.

Качество и количество выполненных заданий в домашних работах. Максимально 30 баллов.

0 баллов – выполнено менее 5% домашних заданий;

10 баллов – выполнено от 5% до 25% домашних заданий;

15 баллов – выполнено от 26% до 50% домашних заданий;

20 баллов – выполнено от 51% до 75% домашних заданий;

30 баллов – выполнено от 76% до 100% домашних заданий.

Промежуточная аттестация

При проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 20 до 25 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 13 до 19 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 6 до 12 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 5 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 7 семестр по дисциплине «Математические модели в механике сплошной среды. Часть 1» составляет 100 баллов.

Таблица 2. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математические модели в механике сплошной среды. Часть 1» в оценку (зачет с оценкой)

более 85 баллов	Зачтено (оценка «отлично»)
от 76 до 84 баллов	Зачтено (оценка «хорошо»)
от 60 до 75 баллов	Зачтено (оценка «удовлетворительно»)
меньше 60 баллов	Не зачтено (оценка «неудовлетворительно»)

**8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Математические модели в механике сплошной среды. Часть 1»**

*а) литература:*

1. Седов, Леонид Иванович. Механика сплошной среды [Текст]: учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности "Механика": в 2 т. / Л. И. Седов; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2004. - (Классический университетский).
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.; Дрофа, 2003 г., 840с.
3. Эглит Маргарита Эрнестовна. Лекции по основам механики сплошных сред. URSS, Москва, 2010 г.
4. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Лекции по теории упругости. Изд-во Едиториал УРСС, 1999. 208с.
5. Ильюшин А.А., Ломакин В.А., Шмаков А.П. Задачи и упражнения по механике сплошной среды. Изд-во МГУ, 1979.
6. Н.С. Анофрикова, А.А. Барышев, Ю.П. Гуляев, Я.Г. Сапунков. Сборник задач по механике сплошных сред. Изд. СГУ, 2003 г.
7. Механика сплошных сред в задачах / Под ред. М.Э. Эглит. М.: Изд-во Московский лицей. Т. 1, 2. 1996. 396 с.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Математические модели в механике сплошной среды. Часть 1»

*а) литература:*

1. Седов, Леонид Иванович. Механика сплошной среды [Текст]: учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности "Механика": в 2 т. / Л. И. Седов; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2004. - (Классический университетский).

2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.; Дрофа, 2003 г., 840с.

