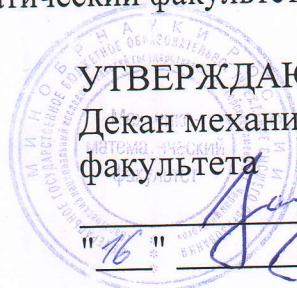


МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет



УТВЕРЖДАЮ

Декан механико-математического
факультета

А.М. Захаров

"16" марта 2021 г.

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

Направление подготовки бакалавриата
09.03.03 Прикладная информатика

Профиль подготовки бакалавриата
Прикладная информатика в экономике

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
заочная

Саратов,
2021

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Игошин В.И.		16.03.2021
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		16.03.2021
Заведующий кафедрой	Галаев С.В.		16.03.2021
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» являются:

- познакомить студентов с основными понятиями и методами линейной алгебры и аналитической геометрии и их приложениями;
- сформировать правильный научный подход к решению различных задач;
- развить навыки абстрактного логического мышления;
- расширить научный кругозор и научить студентов свободно оперировать современными математическими терминами.

Курс «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» позволяет студентам овладеть фундаментальными понятиями и методами современной математики, без знания которых невозможна дальнейшая профессиональная подготовка. При освоении данного курса у студентов формируются навыки грамотной постановки научных задач, решения задач с применением математического аппарата, систематизации полученных знаний.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» (Б1.В.05) является дисциплиной части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП бакалавриата по направлению 09.03.03 Прикладная информатика, профилю «Прикладная информатика в экономике». На ее изучение отводится 216 часов (26 ч. аудиторной работы, 177 ч. СР, 13 ч. контроль). Согласно учебному плану направления и профилю подготовки данный курс в первом семестре заканчивается зачётом с оценкой и во втором семестре – экзаменом.

Для изучения дисциплины необходимы знания школьного курса геометрии и алгебры. Данная дисциплина служит основой фундаментальных математических знаний. «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» имеет тесную взаимосвязь с остальными дисциплинами этого цикла. Она необходима для освоения таких дисциплин, как «Математика», «Дискретная математика».

3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для	1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.	Знать: – постановку основных задач линейной алгебры и аналитической геометрии; - методы и приемы формализации задач. Уметь: – анализировать задачи, выделяя ее базовые составляющие; – осуществлять декомпозицию

решения поставленных задач		задачи. Владеть: навыками анализа задачи с выделением ее базовых составляющих.
	2.1_ Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи	Знать: основные источники информации по линейной алгебре и аналитической геометрии и их применении в математике и компьютерных науках. Уметь: находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. Владеть: навыками работы с информацией из различных источников.
	3.1_ Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	Знать: основные задачи линейной алгебры и аналитической геометрии. Уметь: оценить достоинства и недостатки различных вариантов решения задач при применении линейной алгебры и аналитической геометрии в прикладной информатике. Владеть: навыками выбора оптимального решения для поставленной задачи.
	4.1_ Б.УК-1. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т. д. в рассуждениях других участников деятельности.	Знать: основные факты линейной алгебры и аналитической геометрии и направления ее применения в прикладной информатике. Уметь: логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь; Владеть: – навыками формирования собственных суждений и оценок в области применения линейной алгебры и аналитической геометрии; – навыками грамотного, логичного и аргументированного изложения своей позиции по вопросам применения линейной алгебры и аналитической геометрии
	5.1_ Б.УК-1. Определяет и оценивает практические последствия возможных	Знать: применение линейной алгебры и аналитической

	<p>решений задачи.</p>	<p>геометрии в прикладной информатике. Уметь: – определить практические последствия решения задач в области применения линейной алгебры и аналитической геометрии. Владеть: навыками определения и оценивания практических последствий возможных решений задач линейной алгебры и аналитической геометрии.</p>
<p>ПК-5. Способность моделировать прикладные (бизнес) процессы и предметную область.</p>	<p>1.1 Б.ПК-5. Грамотно использует информацию о: возможностях типовой ИС; предметной области автоматизации; инструментах и методах моделирования бизнес-процессов; основах управления организационными изменениями; технологии межличностной и групповой коммуникации в деловом взаимодействии, основах конфликтологии; архитектуре, устройстве и функционировании вычислительных систем; основах современных операционных систем; основах современных систем управления базами данных; устройстве и функционировании современных ИС; современных стандартах информационного взаимодействия систем; программных средствах и платформах инфраструктуры информационных технологий организаций; современных подходах и стандартах автоматизации организации (например, CRM, MRP, ERP, ITIL, ITSM); основах теории систем и системного анализа; методиках описания и моделирования бизнес-процессов, средствах моделирования бизнес-процессов; системах классификации и кодирования информации, в том числе присвоении кодов документам и элементам справочников; отраслевой нормативной технической документации; источниках информации, необходимой для профессиональной деятельности; современном отечественном и</p>	<p>Знать: - основные понятия, теоремы линейной алгебры и аналитической геометрии, - наиболее важные приложения линейной алгебры и аналитической геометрии в различных областях других естественнонаучных дисциплин. Уметь: - доказывать основные теоремы линейной алгебры и аналитической геометрии; - решать основные задачи линейной алгебры и аналитической геометрии Владеть: - понятийным и формальным математическим аппаратом линейной алгебры и аналитической геометрии.</p>

	<p>зарубежном опыте в профессиональной деятельности; формировании и механизмах рыночных процессов организации; основах управления торговлей, поставками и запасами; основах организации производства; основах управления взаимоотношениями с клиентами и заказчиками (CRM); основах теории управления; современных инструментах и методах управления организацией, в том числе методах планирования деятельности, распределения поручений, контроля исполнения, принятия решений; методологиях ведения документооборота в организациях; инструментах и методах определения финансовых и производственных показателей деятельности организаций; основах организационной диагностики; основах реинжиниринга бизнес-процессов организации; технологиях подготовки и проведения презентаций.</p>	
	<p>2.1 Б.ПК-5. Проводит анкетирование, интервьюирование; анализирует исходную документацию; проводит презентации; анализирует функциональные разрывы.</p>	<p>Знать: – основные методы и способы сбора, обработки, анализа и обобщения информации; – профессиональную терминологию, способы воздействия на аудиторию в рамках профессиональной коммуникации.</p> <p>Уметь: – использовать современные методы сбора, анализа и обработки научной информации, – изложить научные знания по линейной алгебры и аналитической геометрии</p> <p>Владеть: – навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования, способностью публично представлять научные результаты</p>
	<p>3.1 Б.ПК-5. Собирает исходные данные у заказчика; разрабатывает модели бизнес-процессов; согласует с заказчиком модели бизнес-процессов;</p>	<p>Знать: основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии и их применение в</p>

	<p>утверждает у заказчика модели бизнес-процессов; анализирует функциональные разрывы и корректирует на этой основе существующие модели бизнес-процессов; согласует с заказчиком предлагаемые изменения; утверждает у заказчика предлагаемые изменения.</p>	<p>профессиональной деятельности. Уметь: применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии для решения математических и прикладных задач информатики; Владеть: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии в профессиональной деятельности.</p>
--	---	--

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Контроль	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				лекции	Пр.занятия		КСР	СР		
					Общая трудоемкость	Из них - практическая подготовка				
Установочная сессия										
1	Раздел 1. Матрицы, определители, системы линейных уравнений	1	5	2	2			38		Опрос, проверка домашнего задания
2	Раздел 2. Векторная алгебра	1	6	2	2			26		Опрос, проверка домашнего задания
3	Итого (72 ч.)	1		4	4	0	0	64		
Зимняя сессия										
4	Раздел 3. Аналитическая геометрия	1	21, 22/21	4	2			35		Опрос, проверка домашнего задания
5	Раздел 4. Линейные пространства и линейные отображения	1	23/22	2	2			15		Опрос, проверка домашнего задания
6	Контрольная работа №1	1	- /23		2			6		Контрольная работа по разделам 1-2

7	Промежуточная аттестация							4	Контрольная работа. Зачет оценкой.
8	Итого (72 ч.)	1		6	6	0	0	56	4
Летняя сессия									
9	Раздел 4. Линейные пространства и линейные отображения	2	40, 41	4				50	Опрос, проверка домашнего задания
10	Контрольная работа №2	2	42		2			7	Контрольная работа по разделам 3-4.
11	Промежуточная аттестация	2						9	Контрольная работа. Экзамен.
12	Итого (72 ч.)	2		4	2	0	0	57	9
13	ВСЕГО за 1 курс (216 ч.)	1,2		14	12			177	13

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1.МАТРИЦЫ, ОПРЕДЕЛИТЕЛИ, СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Матрицы и операции над ними: сложение, умножение на скаляр, произведение матриц. Свойства этих операций.

Определители произвольного порядка и их свойства. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца) и следствия из нее. Обратная матрица и ее элементы.

Произвольные системы линейных уравнений: совместные и несовместные, определенные и неопределенные. Матричная запись системы. Квадратные системы с невырожденным определителем. Формулы Крамера.

Минор матрицы. Ранг матрицы. Базисный минор. Теорема о базисном миноре. Необходимое и достаточное условие обращения в ноль определителя. Условие нетривиальной совместности однородной квадратной системы линейных уравнений.

2.ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

Векторы. Простейшие операции над ними и их свойства. Линейная комбинация и линейная зависимость системы векторов. Признак линейной зависимости. Два признака коллинеарности двух векторов.

Теоремы о разложении векторов. Признак компланарности трех векторов пространства. Базисы. Координаты векторов. Теорема о координатах линейной комбинации векторов и действия с векторами в координатах. Признак коллинеарности двух и компланарности трех векторов в координатах.

Скалярное произведение двух векторов, его свойства и выражение в ортонормированном базисе. Применение скалярного произведения в геометрии и механике.

Направленный угол на плоскости и его мера. Ориентированная плоскость. Формулы для вычисления ортонормированных координат вектора в ориентированной плоскости.

Правые и левые базисы в пространстве. Ориентированное пространство и простейшие свойства его базисов. Векторное произведение двух векторов и смешанное произведение

трех векторов в ориентированном пространстве, их свойства, выражение в ортонормированном базисе и применения. Двойное векторное произведение трех векторов.

3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Аффинная и декартова система координат на плоскости и в пространстве. Формулы преобразования этих координатных систем. Криволинейные системы координат: полярная на плоскости, сферическая и цилиндрическая - в пространстве. Формулы преобразования криволинейных координат в декартовы и обратно.

Основные формулы аналитической геометрии: координаты вектора, определяемого парой точек; расстояние между двумя точками; формулы деления отрезка в заданном отношении; косинус и синус угла между векторами; площадь треугольника; объем параллелепипеда и тетраэдра.

Аналитическое задание фигур. Основные теоремы об аналитических (координатных) методах задания фигур. Параметрические уравнения, неравенства и их графики. Уравнение фигуры. Общий метод нахождения аналитического задания (уравнений) фигур. Фигуры в пространстве: цилиндры, фигуры вращения и конусы. Их определение и основные теоремы об их уравнениях. Достаточные признаки уравнений цилиндра, фигуры вращения и конуса. Примеры уравнений цилиндров, фигур вращения и конусов. Уравнение окружности и сферы.

Классификация фигур на алгебраические и трансцендентные. Сохранение степени многочлена при невырожденном линейном преобразовании переменных. Порядок алгебраической фигуры. Примеры.

Основная теорема о прямой на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости в векторной, аффинной и декартовой системах координат. Основные задачи для прямой.

Основная теорема о плоскости в пространстве. Различные виды уравнений плоскости в аффинной и декартовой системах координат. Основные задачи для плоскости.

Основная теорема о прямой в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Основные задачи для прямой в пространстве. Смешанные задачи для прямой и плоскости в пространстве.

Конические сечения: эллипс, гипербола, парабола. Их определение, вывод канонических уравнений и исследование свойств. Эксцентриситет и директрисы эллипса и гиперболы. Сопряженная гипербола, ее уравнение. Равносторонняя гипербола и ее уравнение относительно асимптот. Директориальное свойство конического сечения. Общее определение конического сечения. Касательные к коническим сечениям.

Фигуры второго порядка в пространстве: эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды и конусы второго порядка. Их канонические уравнения и свойства. Понятие о методе сечений для определения формы фигуры в пространстве и его применение при установлении формы фигур второго порядка.

4. ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ

Алгебраические группы, кольца и поля.

Линейное пространство, его аксиомы и простейшие следствия из них. Примеры линейных пространств. Арифметическое линейное пространство. Линейная комбинация и линейная зависимость векторов. Базис и координаты. Действия с векторами в координатах. Размерность пространства. Связь понятий "Базис" и "Размерность". Подпространство линейного пространства. Линейная оболочка системы векторов, ее свойства и размерность. Новое определение ранга матрицы и его связь с прежним. Преобразование базисов и координат. Пересечение, сумма подпространств и их размерности. Прямая сумма линейных подпространств и прямое произведение пространств.

Линейные отображения (линейные операторы), их определение и простейшие свойства. Образ и ядро линейного оператора. Действия с линейными операторами. Изоморфизм

линейных пространств и теорема об изоморфизме. Матрица линейного оператора и его координатная запись. Обратный оператор и его матрица. Теорема о соответствии между линейными операторами и матрицами. Преобразование матрицы линейного оператора при преобразовании базиса линейного пространства. Дефект и ранг линейного оператора и теорема о ранге. Формула связи между рангом, дефектом и размерностью пространства. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Операторная запись линейной системы и ее геометрическая интерпретация. Теорема Кронекера - Капелли. Условие нетривиальной совместности произвольной однородной системы. Пространство решений однородной системы, его размерность и базис. Нормальная фундаментальная система решений. Общее решение. Связь решений однородной и неоднородной системы. Геометрическая интерпретация общего решения неоднородной системы линейных уравнений.

Темы практических занятий

1 семестр

Установочная сессия

Практическое занятие 1. Операции над матрицами: сложение, умножение матрицы на число. Линейные комбинации. Произведение матриц, транспонирование, их свойства. Нахождение обратных матриц элементарными преобразованиями. Определители второго и третьего порядка. Методы вычисления определителей высших порядков. Обратная матрица. Матричные уравнения. Метод Крамера решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Приведение матрицы к упрощенному виду методом элементарных преобразований. Ранг матрицы.

Практическое занятие 2. Действия с векторами. Решение элементарных геометрических задач векторными методами. Базисы. Действия с векторами в координатах Скалярное произведение векторов, его свойства и применение. Векторное произведение. Смешанное произведение. Основные формулы аналитической геометрии.

Зимняя сессия

Практическое занятие 1. Прямая на плоскости. Задачи для пар прямых, прямой и точки. Плоскость в пространстве: различные способы задания. Пучки плоскостей. Плоскости и точки. Прямая и плоскости в пространстве. Прямая и точка в пространстве. Задачи об эллипсе. Парабола и гипербола. Метод сечений при изучении фигур второго порядка в пространстве. Фигуры вращения, конусы, цилиндры

Практическое занятие 2. Примеры линейных пространств. Линейная комбинация и линейная зависимость векторов. Базис и координаты. Действия с векторами в координатах. Размерность пространства. Подпространство линейного пространства. Линейная оболочка системы векторов, ее свойства и размерность.

Практическое занятие 3. Контрольная работа №1.

2 семестр

Практическое занятие 1. Контрольная работа №2.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

В учебном процессе при реализации компетентного подхода используются активные и интерактивные формы проведения занятий:

1) при проведении лекционных занятий: информационные лекции, проблемные лекции, лекции беседы, лекции дискуссии, лекции с заранее запланированными ошибками.

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором студенты не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установления связей с ранее освоенным материалом.

2) при проведении практических занятий: традиционные занятия, занятия исследования, проблемные ситуации, ситуации с ошибкой.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий ставятся следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем; отработка у обучающихся навыков взаимодействия в составе коллектива; закрепление основ теоретических знаний.

Проведение некоторых практических занятий основывается на интерактивном методе обучения, при котором обучающиеся взаимодействуют не только с преподавателем, но и друг с другом. При этом доминирует активность обучающихся в процессе обучения. Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности обучающихся на достижение целей занятия.

3) при организации самостоятельной работы студентов: поиск и обработка информации, в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий; исследование проблемной ситуации; постановка и решение задач из предметной области; отработка навыков применения стандартных методов к решению задач предметной области.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу студентов и руководство этой работой со стороны преподавателей. Применяются следующие формы контроля: устный опрос, проверка решения практических задач, контрольная работа.

При проведении лекционных и практических занятий предусматривается использование информационных технологий: пакеты офисных программ для создания презентаций, которые могут быть использованы при введении нового материала, а также для быстрого обзора предыдущего теоретического материала к текущему занятию; стандартные пакеты программ для визуализации и решения задач; языки программирования для решения практических заданий.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов не могут составлять более 30% аудиторных занятий.

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидностью используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Студентам требуется самостоятельно изучить некоторые разделы математики, необходимые для усвоения основного материала. На первой лекции вводятся основные понятия, после чего некоторая часть теоретического материала выносится на самостоятельную подготовку.

В качестве самостоятельной работы студентам предлагается также решение задач по различным темам линейной алгебры и аналитической геометрии.

Темы самостоятельных работ

- 1.1. Операции на множестве однотипных матриц.
- 1.2. Группы перестановок. Определение четности перестановок.
- 1.3. Вычисление определителей различными методами.
- 1.4. Вычисление обратных матриц различными методами. Решение матричных уравнений.
- 1.5. Исследование и решение систем линейных уравнений.
- 1.6. Вычисление ранга матриц.
- 2.1. Отношение эквивалентности. Примеры.
- 2.2. Вычисление сумм и разностей векторов построением. Применение векторной алгебры к решению задач элементарной геометрии.
- 2.3. Разложение векторов по базису. Переход к новому базису на плоскости и в пространстве.
- 2.4. Вычисление и применение скалярного произведения векторов.
- 2.5. Векторное и смешанное произведение в геометрических задачах.
- 3.1. Составление уравнений прямой на плоскости. Точка и прямая.
- 3.2. Задачи для прямой и плоскости в пространстве.
- 3.3. Эллипс. Его каноническое уравнение. Параметрическое уравнение эллипса.
- 3.4. Гипербола. Составление канонического уравнения гиперболы по различным параметрам. Парабола.
- 3.5. Составление уравнений конусов, цилиндров, фигур вращения.
- 3.6. Различные виды криволинейных систем координат в плоскости и пространстве.
- 4.1. Линейные пространства. Линейная комбинация и линейная зависимость векторов.
- 4.2. Линейная оболочка системы векторов, ее свойства и размерность.
- 4.3. Линейные отображения. Образ и ядро линейного оператора. Действия с линейными операторами.
- 4.4. Матрица линейного оператора. Обратный оператор и его матрица. Дефект и ранг линейного оператора.
- 4.5. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
- 4.6. Операторная запись линейной системы и ее геометрическая интерпретация. Теорема Кронекера - Капелли.
- 4.7. Пространство решений однородной системы, его размерность и базис. Нормальная фундаментальная система решений. Общее решение. Связь решений однородной и неоднородной системы.
- 4.8. Геометрическая интерпретация общего решения неоднородной системы линейных уравнений.

Примерный вариант контрольной работы №1.

1. Вычислить

$$3 \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

2. Проверить совместность и решить систему:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4$$

$$3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11$$

$$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6$$

3. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

4. Решить систему методом Крамера:

$$2x - y - 6z + 3t + 1 = 0$$

$$7x - 4y - 2z + 15t + 32 = 0$$

$$x - 2y - 4z + 9t - 5 = 0$$

$$x - y + 2z - 6t + 8 = 0$$

5. Найти методом элементарных преобразований:

$$\text{rank} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 1 \\ 3 & 6 & 5 & -4 & 3 \\ 1 & 2 & 7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Проверить, что векторы $\vec{a}(4, -1, 1)$, $\vec{b}(1, 8, -5)$, $\vec{c}(-1, 1, 1)$ образуют базис в пространстве.

7. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, вычислить:

$$(\vec{a} + \vec{b})^2;$$

8. Даны векторы $\vec{u}(1, 0, -4)$, $\vec{v}(-1, 2, -3)$, $\vec{w}(-3, 6, 1)$. Найти: 1) $\vec{u}\vec{v}\vec{w}$, 2) $[\vec{u}[\vec{v}, \vec{w}]]$.

9. На векторах $\vec{AB}(-3, 2, -2)$, $\vec{AC}(1, 4, 0)$, $\vec{AD}(3, -5, 4)$ построен тетраэдр найти: площадь грани ABC, объём тетраэдра ABCD.

10. На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты трех точек: $A(3; 1)$, $B(6; 4)$, $C(3; 7)$.

11. Найти: координаты вектора \vec{CA} ; длину отрезка AB; площадь треугольника ABC; угол B.

12. В пространстве относительно декартовой системы координат даны координаты четырех точек: $A(0; 3; 3)$, $B(-3; 5; 1)$, $C(6; 7; 3)$; $D(3; -2; -1)$. Найти объём тетраэдра ABCD.

Примерный вариант контрольной работы № 2.

1. Относительно декартовой системы координат даны координаты вершин треугольника: $A(5; 7)$, $B(-3; 1)$, $C(0; -3)$. Составить уравнения: стороны AB; медианы, проведенной из вершины C; высоты, опущенной из вершины A на сторону BC.

2. Относительно декартовой системы координат даны координаты четырех точек: $A(2; 3; -2)$, $B(-1; 5; 1)$, $C(8; 7; 3)$; $D(5; -2; -1)$. Составить уравнения плоскостей: π_1 , проходящей через точки A, B, D, π_2 , проходящей через точки A, C, D. Найти: отрезки, отсекаемые плоскостью π_1 на осях координат; косинус угла между плоскостями π_1 и π_2 ; каноническое уравнение прямой ℓ_1 , проходящей через точку A параллельно вектору \vec{BC} ; каноническое уравнение прямой ℓ_2 , проходящей через начало координат O и точку A; косинус угла между прямыми ℓ_1 и ℓ_2 .

3. В данной системе координат эллипс имеет каноническое уравнение. Составить это уравнение, зная, что расстояние между фокусами равно 6, большая полуось равна 10. Найти: эксцентриситет эллипса; уравнения директрис; расстояние от правого фокуса до ближайшей директрисы.
4. В данной системе координат парабола имеет каноническое уравнение. Составить это уравнение, зная, что расстояние от фокуса до директрисы равно 4. Найти: координаты фокуса; уравнение директрисы.
5. Составить уравнения и определить типы фигур, образованных вращением эллипса и параболы из задач №3 и №4 вокруг а) оси Ox , б) оси Oy .
6. Пусть $\Phi(x, y, z) = (2y, x - 2z, x + y - z)$ и $\Psi(x, y, z) = (2z, x - y, 3y + z)$ — это отображения из R^3 в R^3 .
 1. Проверить, что отображения являются линейными.
 2. Найти их матрицы в каноническом базисе R^3 .
 3. Найти размерности ядра и образа отображения Φ .
 4. Найти матрицы для $2\Phi - 3\Psi$, $\Phi \circ \Psi$.
 5. Найти характеристическое уравнение отображения Φ . Каковы собственные значения и собственные векторы отображения Φ ?

Вопросы для текущего контроля успеваемости

1 семестр

Установочная сессия

1. Операции на множестве матриц, их свойства.
2. Линейное пространство матриц одного размера.
2. Вычисление определителей различными методами.
3. Вычисление обратных матриц различными методами.
4. Решение матричных уравнений.
5. Исследование и решение систем линейных уравнений.
6. Методы вычисления ранга матриц.
7. Вычисление сумм и разностей векторов построением.
8. Применение векторной алгебры к решению задач элементарной геометрии.
9. Разложение векторов по базису.
10. Переход к новому базису на плоскости и в пространстве.
11. Вычисление и применение скалярного произведения векторов.
12. Векторное и смешанное произведение в геометрических задачах.

Зимняя сессия

1. Составление уравнений прямой на плоскости.
2. Точка и прямая: взаимное расположение, расстояние от точки до прямой.
3. Задачи для прямой и плоскости в пространстве.
4. Эллипс. Его каноническое уравнение. Параметрическое уравнение эллипса.
5. Гипербола. Составление канонического уравнения гиперболы по различным параметрам.
6. Парабола.
7. Составление уравнений конусов, цилиндров, фигур вращения.
8. Линейные пространства.
9. Линейная комбинация и линейная зависимость векторов.
10. Линейная оболочка системы векторов, ее свойства и размерность.

2 семестр

1. Линейные отображения.
2. Образ и ядро линейного оператора.
3. Действия с линейными операторами
4. Матрица линейного оператора.
5. Обратный оператор и его матрица.
6. Дефект и ранг линейного оператора.
7. Инвариантные подпространства.
8. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
9. Операторная запись линейной системы и ее геометрическая интерпретация.
10. Теорема Кронекера - Капелли.
11. Пространство решений однородной системы, его размерность и базис.
12. Нормальная фундаментальная система решений.
13. Общее решение. Связь решений однородной и неоднородной системы.
14. Геометрическая интерпретация общего решения неоднородной системы линейных уравнений.

Вопросы для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

1 семестр

1. Операции сложения и умножения матриц, их свойства. Линейная комбинация матриц. Линейная зависимость. Признак линейной зависимости.
2. Определители и их свойства. Разложение определителей по строке (столбцу). Вычисление определителей.
3. Произведение матриц и его свойства. Обратная матрица, её вычисление.
4. Ранг матрицы, его свойства и его вычисление. Теорема о базисном миноре.
5. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
6. Теорема Крамера о решении системы линейных уравнений.
7. Связные и свободные векторы.
8. Координаты вектора относительно базиса.
9. Признаки коллинеарности и компланарности векторов.
10. Скалярное произведение векторов, его свойства и приложения.
11. Выражение скалярного произведения в произвольных координатах.
12. Ориентированное пространство. Векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства и выражения в координатах. Приложения.
13. Аффинные, декартовы. Их преобразования.
14. Аналитические задания фигур. Основные теоремы об уравнениях фигур. Параметрические уравнения.
15. Алгебраические фигуры и их порядок. Основная теорема о прямой на плоскости.
16. Специальные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
17. Основная теорема о плоскости в пространстве. Специальные уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до плоскости.
18. Общие и канонические уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
19. Эллипс, гипербола, парабола. Их канонические уравнения. Директориальные свойства этих фигур.
20. Теоремы об уравнениях конуса, цилиндра и фигуры вращения. Достаточные признаки цилиндра, конуса и фигуры вращения.
21. Фигуры 2-го порядка в пространстве. Их канонические уравнения. Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида.

2 семестр

1. Линейное пространство, его аксиомы и простейшие следствия из них. Примеры линейных пространств. Арифметическое линейное пространство.
2. Линейная комбинация и линейная зависимость векторов. Базис и координаты. Действия с векторами в координатах. Размерность пространства. Связь понятий "Базис" и "Размерность".
3. Подпространство линейного пространства. Линейная оболочка системы векторов, ее свойства и размерность.
4. Преобразование базисов и координат.
5. Пересечение, сумма подпространств и их размерности. Прямая сумма линейных подпространств и прямое произведение пространств.
6. Линейные отображения (линейные операторы), их определение и простейшие свойства. Образ и ядро линейного оператора. Действия с линейными операторами. Изоморфизм линейных пространств и теорема об изоморфизме.
7. Матрица линейного оператора и его координатная запись. Обратный оператор и его матрица. Теорема о соответствии между линейными операторами и матрицами.
8. Преобразование матрицы линейного оператора при преобразовании базиса линейного пространства.
9. Дефект и ранг линейного оператора и теорема о ранге. Формула связи между рангом, дефектом и размерностью пространства.
10. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
11. Операторная запись линейной системы и ее геометрическая интерпретация. Теорема Кронекера - Капелли. Условие нетривиальной совместности произвольной однородной системы.
12. Пространство решений однородной системы, его размерность и базис. Нормальная фундаментальная система решений. Общее решение.
13. Связь решений однородной и неоднородной системы. Геометрическая интерпретация общего решения неоднородной системы линейных уравнений.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	15	0	15	15	0	15	40	100
2	10	0	10	20	0	20	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента

1 семестр

Лекции

Посещаемость, активность, умение выделить главную мысль и др. (от 0 до 15 баллов)

Установочная сессия – от 0 до 10 баллов

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 3 баллов;
- от 51% до 75% – 6 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Зимняя сессия – от 0 до 5 баллов

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 2 баллов;
- от 51% до 75% – 3 баллов;
- от 76% до 100% – 5 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены

Практические занятия

Самостоятельность при выполнении работы, активность работы в аудитории, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д. (от 0 до 15 баллов)

Установочная сессия – от 0 до 10 баллов

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 3 баллов;
- от 51% до 75% – 6 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Зимняя сессия – от 0 до 5 баллов

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 2 баллов;
- от 51% до 75% – 3 баллов;
- от 76% до 100% – 5 баллов.

Самостоятельная работа

Качество и количество выполненных домашних работ, правильность выполнения и т.д. . (от 0 до 15 баллов)

Установочная сессия – от 0 до 10 баллов

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 3 баллов;
- от 51% до 75% – 6 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Зимняя сессия – от 0 до 5 баллов

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 2 баллов;
- от 51% до 75% – 3 баллов;
- от 76% до 100% – 5 баллов.
-

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Контрольная работа № 1 (от 0 до 15 баллов)

Промежуточная аттестация – зачет с оценкой – от 0 до 40 баллов

Формой промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в 1 семестре является *зачет с оценкой*, который проводится в виде ответа на экзаменационный билет, состоящий из двух вопросов. Задаются еще два – три дополнительных вопроса из перечня вопросов для промежуточной аттестации. На прохождение аттестации студенту отводится 20 минут.

При проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» / «зачтено» оценивается от 31 до 40 баллов;

ответ на «хорошо» / «зачтено» оценивается от 21 до 30 баллов;

ответ на «удовлетворительно» / «зачтено» оценивается от 11 до 20 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» / «не зачтено» оценивается от 0 до 10 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» составляет 100 баллов.

Таблица 2.2. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» в оценку (зачет с оценкой):

85 – 100 баллов	«отлично» / «зачтено»
71 – 84 баллов	«хорошо» / «зачтено»
55 – 70 баллов	«удовлетворительно» / «зачтено»
менее 55 баллов	«неудовлетворительно» / «не зачтено»

2 семестр

Лекции

Посещаемость, активность, умение выделить главную мысль и др. (от 0 до 10 баллов)

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 3 балла;
- от 51% до 75% – 7 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены

Практические занятия

Самостоятельность при выполнении работы, активность работы в аудитории, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д. (от 0 до 10 баллов)

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 3 балла;
- от 51% до 75% – 7 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Самостоятельная работа

Качество и количество выполненных домашних работ, правильность выполнения и т.д. (от 0 до 20 баллов)

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 10 баллов;
- от 51% до 75% – 15 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Контрольная работа № 2 (от 0 до 20 баллов)

Промежуточная аттестация – от 0 до 40 баллов

Формой промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в 2 семестре является экзамен, который проводится в виде ответа на экзаменационный билет, состоящий из двух вопросов. Задаются еще два – три дополнительных вопроса из перечня вопросов для промежуточной аттестации. На прохождение аттестации студенту отводится 30 минут.

При проведении промежуточной аттестации ответ на «отлично» оценивается от 31 до 40 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 21 до 30 баллов;
ответ на «удовлетворительно» оценивается от 11 до 20 баллов;
ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 10 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 2 семестр по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» составляет 100 баллов.

Таблица 2.2. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» в оценку (экзамен):

85 – 100 баллов	«отлично»
71 – 84 баллов	«хорошо»
55 – 70 баллов	«удовлетворительно»
менее 55 баллов	«неудовлетворительно»

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Д.В. Беклемишев. - 18-е изд., перераб. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 448 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/152643> - ISBN 978-5-8114-4916-3 : Б. ц. Книга из коллекции Лань - Математика. Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ".

2. Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л. А. Беклемишева, Д. В. Беклемишев, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 496 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/122183>. ISBN 978-5-8114-4577-6 : Б. ц. Книга из коллекции Лань - Математика. Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ".

3. Горлач Б. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебник / Б. А. Горлач. - 1-е изд. - Санкт-Петербург : Лань, 2017. - 300 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/99103>. - ISBN 978-5-8114-2717-8 : Б. ц. Книга из коллекции Лань - Математика. Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ".

4. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / И. В. Проскуряков. - 15-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 476 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/152434>. - ISBN 978-5-8114-6776-1 : Б. ц. Книга из коллекции Лань - Математика. Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ".



б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" предоставляет свободный доступ к полнотекстовой электронной учебно-методической библиотеке для профессионального образования. <http://window.edu.ru/>
2. Свободное программное обеспечение: LibreOffice, GeoGebra.
3. Лицензионное программное обеспечение: ОС Microsoft Windows 7, ОС Microsoft Windows 8, Microsoft Office 2007.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционные и практические занятия проводятся в аудиториях на 15-20 посадочных мест. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски для визуализации информации.

В ходе лекционных и практических занятий применяются учебно-демонстрационные мультимедийные презентации, которые обеспечиваются следующим техническим оснащением:

1. Компьютеры (в комплекте с колонками)
2. Мультимедийный проектор
3. Экран.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика и профилю подготовки «Прикладная информатика в экономике».

Автор
профессор кафедры геометрии

В.И. Игошин

Программа одобрена на заседании кафедры геометрии от 16 марта 2021 года, протокол №14.

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература:

1. Ильин В. А., Ким Г. Д.. Линейная алгебра и аналитическая геометрия.- 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Проспект, 2007. – 392с.
2. Цубербиллер О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. - 31-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2003. - 336 с.
3. Поплавский В. Б. Линейная алгебра и геометрия: лекции, Ч. 1. - Саратов : Сигма-плюс, 2001. – 109с.
4. Поплавский В. Б. Линейная алгебра и геометрия: лекции, Ч. 2. - Саратов : Сигма-плюс, 2002. – 104с.
5. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособ. для студентов физ.-мат. спец. вузов /. - 10-е изд. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2007. – 475 с.
6. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. 4-е изд., стер. М.: :ФИЗМАТЛИТ, 2005. 464 с.
7. Кабанов Н.И. Основы линейной алгебры. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1995.
8. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. М.: Наука, 1986.
9. Моденов П. С. Аналитическая геометрия. Изд-во МГУ, 1969.
10. Пензов Ю. Е. Аналитическая геометрия. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1972.
11. Постников М.М. Линейная алгебра. М.: Наука, 1986.
12. Постников М.М. Аналитическая геометрия М.: Наука, 1973.
13. Моденов П. С., Пархоменко А. С. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Наука, 1976.
14. Сборник задач по векторной алгебре. Под ред. Ю.Е. Пензова и Н.Ф. Ржехиной. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1974.
15. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л. А. Беклемишева [и др.]. - Москва : Лань, 2008. - 496 с. : http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=76
16. Шершнев, Владимир Григорьевич. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии [Текст] : Учебно-методическое пособие / Владимир Григорьевич Шершнев. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2012. - 168 с. <http://znanium.com/go.php?id=318084>
17. Рудык, Борис Михайлович. Линейная алгебра [Текст] : Учебное пособие / Борис Михайлович Рудык. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2013. - 318с. <http://znanium.com/go.php?id=363158>