



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»**  
Механико-математический факультет

СОГЛАСОВАНО  
заведующий кафедрой геометрии

  
"30" августа 2022 г. Галаев С.В.

УТВЕРЖДАЮ  
председатель НМК механико-  
математического факультета

  
"30" августа 2022 г. Тышкевич С.В.

**Фонд оценочных средств**  
Текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Тензорный анализ

Направление подготовки бакалавриата  
01.03.03 Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки бакалавриата  
Механика деформируемых тел и сред

Квалификация (степень) выпускника  
*Бакалавр*

Форма обучения  
*очная*

Саратов,  
2022

## Карта компетенций

Контролируемые компетенции (шифр компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык)	Виды заданий и оценочных средств
<p><b>УК-1</b></p> <p>Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p><b>1.1_Б.УК-1.</b> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.</p>	<p><b>Знать:</b> – постановку основных задач дифференциальной геометрии.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– анализировать задачи, выделяя ее базовые составляющие;</li> <li>– осуществлять декомпозицию задачи.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками анализа задачи с выделением ее базовых составляющих.</li> </ul>	<p>Задания для практических занятий</p>
	<p><b>2.1_Б.УК-1.</b> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные источники информации по дифференциальной геометрии и тензорному анализу и их применение в математике и механике.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками работы с информацией из различных источников.</li> </ul>	
	<p><b>3.1_Б.УК-1.</b> Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные задачи дифференциальной геометрии и тензорного анализа.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оценить достоинства и недостатки различных вариантов решения задач при применении дифференциальной геометрии</li> </ul>	

		<p>в математике и механике.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>– навыками выбора оптимального решения для поставленной задачи.</p>	
	<p><b>4.1_ Б.УК-1.</b> Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки.</p> <p>Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <p>– основные факты дифференциальной геометрии и тензорного анализа и направления их применения в математике и механике.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>– логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь;</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>– навыками формирования собственных суждений и оценок в области применения дифференциальной геометрии;</p> <p>– навыками грамотного, логичного и аргументированного изложения своей позиции по вопросам применения дифференциальной геометрии.</p>	
	<p><b>5.1_ Б.УК-1.</b> Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <p>– применение дифференциальной геометрии и тензорного анализа в математике и механике.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>– определить практические последствия решения задач в области применения дифференциальной геометрии.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>– навыками определения и оценивания практических последствий возможных решений задач дифференциальной геометрии.</p>	
<p><b>УК-2.</b> Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать</p>	<p><b>1.1_ Б.УК-2.</b> Формулирует в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач,</p>	<p><b>Уметь:</b></p> <p>– сформулировать совокупность взаимосвязанных задач в</p>	<p>Задания для самостоятельной работы</p>

<p>оптимальные способы их решения, исходя из действующих норм, имеющихся ресурсов и ограничений.</p>	<p>обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения выделенных задач.</p>	<p>рамках поставленной цели;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определить ожидаемые результаты решения выделенных задач.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками постановки и решения задач в рамках поставленной цели;</li> <li>– навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи проекта.</li> </ul>	
	<p><b>2.1_Б.УК-2.</b> Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.</p>	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– спроектировать решение конкретной задачи дифференциальной геометрии, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками проектирования решения задачи дифференциальной геометрии, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений.</li> </ul>	
	<p><b>3.1_Б.УК-2.</b> Решает конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– постановку и методы решения основных задач дифференциальной геометрии и тензорного анализа.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– правильно распределить время, выделенное на решение поставленной задачи.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками постановки и решения задач в области применения дифференциальной геометрии в механике и математическом моделировании.</li> </ul>	
	<p><b>4.1_Б.УК-2.</b> Публично представляет результаты решения конкретной задачи проекта.</p>	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– публично представлять результаты решения конкретной задачи.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками публичного</li> </ul>	

		представления результатов решения конкретной задачи дифференциальной геометрии.	
<p><b>УК-6.</b> Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни.</p>	<p><b>1.1_Б.УК-6.</b> Применяет знание о своих ресурсах и их пределах (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– свои ресурсы и их пределы (личностные, ситуативные, временные и т.д.).</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять имеющиеся ресурсы (личностные, ситуативные, временные и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками использования имеющихся ресурсов (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</li> </ul>	Тест
	<p><b>2.1_Б.УК-6.</b> Понимает важность планирования перспективных целей деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы планирования целей деятельности.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– планировать цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками планирования целей деятельности при решении задач дифференциальной геометрии с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.</li> </ul>	
	<p><b>3.1_Б.УК-6.</b> Реализует намеченные цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы планирования целей деятельности.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– реализовывать намеченные цели деятельности с учетом условий, средств, личностных</li> </ul>	

	требований рынка труда.	возможностей, временной перспективы развития деятельности.  <b>Владеть:</b>  – навыками реализации намеченных целей деятельности при решении задач дифференциальной геометрии с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.	
	<b>4.1_Б.УК-6.</b> Критически оценивает эффективность использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.	<b>Знать:</b>  – основы планирования целей деятельности.  <b>Уметь:</b>  – критически оценить эффективность использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.  <b>Владеть:</b>  – навыками корректировки плана в зависимости от эффективности использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.	
	<b>5.1_Б.УК-6.</b> Демонстрирует интерес к учебе и использует предоставляемые возможности для приобретения новых знаний и навыков.	<b>Знать:</b>  – свои ресурсы и их пределы (личностные, ситуативные, временные и т.д.).  <b>Уметь:</b>  – видеть предоставленные возможности.  <b>Владеть:</b>  – способностью к использованию предоставляемых возможностей для приобретения новых знаний и навыков.	
<b>ОПК-1.</b> Способен использовать фундаментальные	<b>1.1_Б.ОПК-1.</b> Демонстрирует знание основных понятий,	<b>Знать:</b>  - методы решения задач профессиональной	Контрольная работа

<p>знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности.</p>	<p>гипотез, теорем, методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p>деятельности на основе дифференциальной геометрии и тензорного анализа.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять методы дифференциальной геометрии в решении задач профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения дифференциальной геометрии в решении задач профессиональной деятельности.</li> </ul>
	<p><b>2.1_Б.ОПК-1.</b> Осуществляет первичный сбор и анализ данных в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- профессиональную терминологию, способы воздействия на аудиторию в рамках профессиональной коммуникации</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать современные методы сбора, анализа и обработки научной информации,</li> <li>- изложить научные знания по дифференциальной геометрии.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования, способностью публично представлять научные результаты</li> </ul>
	<p><b>3.1_Б.ОПК-1.</b> Корректно интерпретирует различные данные в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия, теоремы дифференциальной геометрии и тензорного анализа.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- доказывать основные теоремы дифференциальной геометрии и тензорного анализа;</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- понятийным и формальным</li> </ul>

		математическим аппаратом дифференциальной геометрии и тензорного анализа.
	<b>4.1_Б.ОПК-1.</b> Обладает навыками анализа математических задач и/или естественнонаучных фактов/явлений.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия дифференциальной геометрии и тензорного анализа и их применение в профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять дифференциальную геометрию в решении задач профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения дифференциальной геометрии в профессиональной деятельности.</li> </ul>
	<b>5.1_Б.ОПК-1.</b> Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, при решении задач в области избранных видов профессиональной деятельности.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия дифференциальной геометрии и тензорного анализа и их применение в области избранных видов профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять дифференциальной геометрии при решении задач в области избранных видов профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения дифференциальной геометрии при решении задач в области избранных видов профессиональной деятельности.</li> </ul>
	<b>6.1_Б.ОПК-1.</b> Имеет опыт теоретического исследования объектов профессиональной деятельности с помощью методов	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методы решения задач профессиональной деятельности на основе дифференциальной геометрии.</li> </ul>



	<p>фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять методы дифференциальной геометрии в решении задач профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения дифференциальной геометрии и тензорного анализа в решении задач профессиональной деятельности.</li> </ul>	
<p><b>ОПК-5.</b> Способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики.</p>	<p><b>1.1_Б.ОПК-5.</b> Демонстрирует знание научных основ математики и механики.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основы дифференциальной геометрии и тензорного анализа;</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять методы дифференциальной геометрии для решения математических и прикладных задач математики;</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения дифференциальной геометрии в математике и механике.</li> </ul>	Опрос
<p><b>2.1_Б.ОПК-5.</b> Корректно интерпретирует научные знания в области математики и механики.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- постановку и методы решения основных задач дифференциальной геометрии.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять аппарат дифференциальной геометрии для решения задач механики и математического моделирования.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками профессионального мышления, необходимыми для использования методов дифференциальной геометрии в собственной научно-исследовательской деятельности.</li> </ul>		
<p><b>3.1_Б.ОПК-5.</b> Может различным образом представлять и адаптировать знания в сфере математики и механики с учетом уровня аудитории.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные методы и способы сбора, обработки, анализа и обобщения информации.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>формулировать определения геометрических понятий и теорем на математическом</li> </ul>		

		<p>языке;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать аппарат дифференциальной геометрии в научно-исследовательской деятельности.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками самостоятельных исследований в области дифференциальной геометрии.</li> </ul>	
	<p><b>4.1_Б.ОПК-5.</b> Владеет научной терминологией и может публично представлять собственные и известные научные результаты в сфере математики и механики.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- профессиональную терминологию, способы воздействия на аудиторию в рамках профессиональной коммуникации</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать современный геометрический аппарат в научно-исследовательской деятельности.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- научной терминологией в области дифференциальной геометрии и тензорного анализа;</li> <li>- навыками публичного представления научных результатов в сфере дифференциальной геометрии.</li> </ul>	

### *Показатели оценивания планируемых результатов обучения*

Семестр	Шкала оценивания			
	2	3	4	5
5 семестр	<p><b>Не знает</b> основные понятия дифференциальной геометрии и тензорного анализа, логические методы доказательства математических теорем, основные понятия теории кривых и теории поверхностей, понятие тензора.</p> <p><b>Не умеет</b> доказывать теоремы и утверждения курса, записывать уравнения касательных, нормалей кривой, находить кривизну и кручение кривой, записывать уравнения касательной плоскости поверхности и нормали, вычислять первую и вторую квадратичную форму поверхности, определять главные кривизны и главные направления, записывать определения тензора и алгебраических операций.</p> <p><b>Не владеет</b> понятийным аппаратом дифференциальной</p>	<p><b>Знает</b> основные понятия дифференциальной геометрии и тензорного анализа. Слабо знает логические методы доказательства математических теорем. Слабо знает основные понятия теории кривых и теории поверхностей, основные понятия тензорного анализа. Плохо знает основные формулы теории поверхностей.</p> <p><b>Умеет</b> осуществлять вывод основных уравнений теории кривых. Допускает ошибки в преобразованиях. Не умеет получать дериационные формулы, записывать операции тензорного анализа</p> <p><b>Слабо владеет</b> понятийным аппаратом дифференциальной геометрии и тензорного анализа. Не владеет навыками сбора и работы с математическими источниками информации.</p>	<p><b>Знает</b> основные понятия дифференциальной геометрии и тензорного анализа, логические методы доказательства математических теорем. Хорошо знает основные понятия теории кривых и теории поверхностей, основные понятия тензорного анализа.</p> <p><b>Умеет</b> доказывать теоремы и утверждения курса, записывать уравнения касательных, нормалей кривой, находить кривизну и кручение кривой, записывать уравнения касательной плоскости поверхности и нормали, вычислять первую и вторую квадратичную форму поверхности, определять главные кривизны и главные направления, находить линейную комбинацию, свертку, произведение тензоров. Допускает ошибки в преобразованиях и при выводе</p>	<p><b>Знает</b> основные понятия дифференциальной геометрии и тензорного анализа, логические методы доказательства математических теорем, понятия теории кривых и теории поверхностей, основные определения и теоремы тензорного анализа.</p> <p><b>Умеет</b> доказывать теоремы и утверждения курса, записывать уравнения касательных, нормалей кривой, находить кривизну и кручение кривой, записывать уравнения касательной плоскости поверхности и нормали, вычислять первую и вторую квадратичную форму поверхности, определять главные кривизны и главные направления, определение дифференцируемого многообразия, находить</p>

	<p>геометрии и топологии. Не владеет навыками сбора и работы с математическими источниками информации.</p>		<p>деривационных формул и основных формул теории поверхностей. <b>Владеет</b> понятийным аппаратом дифференциальной геометрии и тензорного анализа. Хорошо владеет навыками сбора и работы с математическими источниками информации.</p>	<p>свертку, произведение тензоров, поднимать и опускать индексы. <b>Свободно владеет</b> понятийным аппаратом дифференциальной геометрии и тензорного анализа. Отлично владеет навыками сбора и работы с математическими источниками информации.</p>
--	--	--	--	--

## *Оценочные средства*

### **1.1 Задания для текущего контроля**

#### **1) Задания для оценки «УК-1»:**

##### **Задания для практических занятий**

*Методические рекомендации.* Во время самостоятельной подготовки к практическим занятиям студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, литературой и Интернет-ресурсами по дисциплине (см. «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» в рабочей программе дисциплины).

*Критерии оценивания.*

На практических занятиях оценивается: самостоятельность при выполнении работы, грамотность в оформлении, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д.

*Цель заданий:* оценить и диагностировать знание материала по разделу.

##### **Темы практических занятий**

**Практическое занятие 1.** Определение тензора. Алгебраические операции: линейная комбинация, тензорное произведение, симметрирование, альтернирование, свертка.

**Практическое занятие 2.** Уравнения некоторых кривых в пространстве

**Практическое занятие 3.** Векторная функция скалярного переменного и ее свойства. Геометрический смысл производной векторной функции. Касательная и нормальная плоскость к кривой.

**Практическое занятие 4.** Вычисление кривизны и кручения кривой, Формулы Френе и их применение.

**Практическое занятие 5.** Вычисление первой квадратичной формы. Применение первой квадратичной формы для вычисления длин дуг, углов между кривыми и площадей.

**Практическое занятие 6.** Вторая квадратичная форма. Вычисление нормальных и главных кривизн поверхности.

**Практическое занятие 7.** Вычисление средней и полной кривизны конкретных поверхностей, в частности сферы и псевдосферы.

**Практическое занятие 8.** Примеры дифференцируемых многообразий. Касательные векторы и касательное пространство дифференцируемого многообразия.

**Практическое занятие 9.** Контрольная работа.

##### **Задания для практических занятий**

Примеры заданий по разделу «Теория кривых»

*Цель решаемых задач* – позволяют оценить и диагностировать знания материала по разделу "Теория кривых" и умение правильно использовать специальные термины и понятия.

1. Найти тангенциальный, бинормальный и главный нормальный векторы кривой  $x = 1 - \sin t, y = \cos t, z = t$  в точке  $t = 0$ . Найти единичные векторы в той же точке. Ответ  $t(-1, 0, 1), b(1, 0, 1), n(0, -2, 0), \tau(-1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2}), \beta(1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2}), \nu(0, -1, 0)$ .
2. Написать уравнения главной нормали, бинормали и соприкасающейся плоскости к кривой  $x = t, y = t^2, z = t^3$  в точке  $t = 1$ . Ответ  $B(6, -6, 2), N(-22, -16, 18)$ , главная нормаль  $\frac{x-1}{11} = \frac{y-1}{8} = \frac{z-1}{-9}$ , бинормаль  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$ , соприкасающаяся плоскость  $3x - 3y + z = 1$ .
3. Написать уравнения главной нормали и бинормали кривой  $x = e^t, y = e^{-t}, z = t$  в точке  $t = 0$ . Ответ  $b(-1, 1, 2), n(3, 3, 0)$ , уравнения главной нормали  $x = y, z = 0$ , бинормали  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ .
4. Показать, что уравнения  $x = t \cos t, y = t \sin t, z = t$  определяют коническую винтовую линию, и написать уравнения главной нормали, бинормали и касательной к ней в начале координат.
5. Написать уравнения касательной к винтовой линии  $x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt$  в любой точке и при  $t = \pi/2$ . Показать, что винтовая линия пересекает образующие цилиндра  $x^2 + y^2 = a^2$  под одинаковым углом. Ответ при  $t = \pi/2$   $\frac{x}{-a} = \frac{z - b\pi/2}{b}, y = a$ .
6. Найти углы с осями координат тангенциального вектора кривой  $x^2 = 2az, y^2 = 2bz$  в точке  $z = \sqrt{ab}$ . Ответ  $\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}, \cos \beta = \pm \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}, \cos \gamma = \pm \frac{\sqrt[4]{4ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ .
7. Плоскость  $y = 0$ , на которой дана кривая  $2z = x^2, y = 0$ , накручивается на цилиндр  $x^2 + y^2 = 2y$ . Написать параметрические уравнения образованного кривой винта и определить бинормальный вектор кривой в любой точке и точке  $t = \pi/2$ , где  $t$  – угол поворота.

#### Примеры заданий по разделу «Теория поверхностей»

*Цель решаемых задач* – позволяют оценить и диагностировать знание материала по разделу «Теория поверхностей» и умение правильно использовать специальные термины и понятия.

1. Вычислить вторую и первую квадратичные формы поверхностей, определить углы между координатными линиями.

$$1. \bar{r} = (a + b \cos u) \cos v \bar{i} + (a + b \cos u) \sin v \bar{j} + b \sin u \bar{k}$$

$$2. \bar{r} = (a \operatorname{ch} u \cos v) \bar{i} + (a \operatorname{ch} u \sin v) \bar{j} + b \operatorname{sh} u \bar{k}$$

$$3. \bar{r} = u \cos v \bar{i} + u \sin v \bar{j} + u^2 \bar{k}$$

*Методические рекомендации.* Решение задач осуществляется во время практических занятий. Рекомендуется проводить текущий контроль знаний и умений в начале занятия после изучения соответствующих тем разделов. Подготовка студента к проверочной работе осуществляется в период лекционных и практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы.

Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, основной и дополнительной литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

*Критерии оценивания.* Общие требования к выполнению заданий: решение должно быть математически грамотным, полным. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Имеется верное доказательство утверждения и обоснованно получен верный ответ - 1 балл.

Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - 0,5 баллов.

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше - 0 баллов.

## 2) Задания для оценки «УК-2»:

**Самостоятельная внеаудиторная работа** студентов проводится в форме изучения и анализа лекционного материала, изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе, подбора дополнительных источников для извлечения информации, связанной с проблемами, изучаемыми в рамках данной дисциплины и решения задач с дальнейшим их разбором или обсуждением на аудиторных занятиях, подготовки к промежуточной аттестации.

**Самостоятельная аудиторная работа** студентов проводится в форме самостоятельного решения задач на практических занятиях с дальнейшим их разбором и обсуждением; проведения контрольной работы; поиска решений проблемных ситуаций, предложенных на лекциях и практических занятиях; поиска и устранения ошибок, заложенных в представлении материала преподавателем и допущенных другими студентами.

Студентам требуется вспомнить некоторые разделы математического анализа, необходимые для усвоения основного материала. Основные факты напоминаются на первой лекции, однако большая часть выносится на самостоятельную подготовку. Рекомендуется использовать лекции по соответствующему курсу и предлагаемую в них литературу.

В процессе самостоятельной работы рекомендуется использовать указанные учебники и пособия, чтобы научиться самостоятельно работать с источниками.

Конкретные указания для самостоятельной работы должны даваться на каждом практическом занятии.

### **План самостоятельной работы и варианты заданий**

#### **1. Основы тензорного исчисления – 14 ч.**

Определение тензора. Тензорные обозначения. Алгебраические операции с тензорами. Тензоры в евклидовом пространстве.

Решение задач: Гл.14, §§35-37, №35.1-35.8, 36.1-36.15, 36.21-36.27, 36.36, 37.8-37.13.

### **Литература**

Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Физматлит, 2004.

#### **2. Векторный анализ -4 ч.**

Вектор-функция скалярного аргумента, предел, непрерывность, дифференцируемость. Годограф.

Решение задач: Ч.1, §2, № 2.1-2.16. Ч.2, §17, № 17.12-17.16

#### **3. Теория кривых – 4 ч.**

Касательная, угол между кривыми, нормаль и бинормаль. Длина дуги. Кривизна и кручение кривой.

Решение задач:

Ч.1., §2, № 2.17-2.19, Ч.2. §17, № 17.18-17.20, 17.33-17.36, Ч. 2, §18, № 18.10-18.16.

Ч.1., §2, № 2.20-2.21, §4, № 4.7-4.9, Ч.2. §17, № 17.37-17.40

Ч.1, §4, № 4.1-4.6, 4.10-4.15, 4.32-4.35, 4.45., Ч. 2, §18, № 18.1-18.5, 18.18.

#### **4. Теория поверхностей – 6 ч.**

Определение поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая квадратичная форма поверхностей. Вторая квадратичная форма, гауссова и средняя кривизны. Линии на поверхностях.

Решение задач:

Ч.2., §17, №17.52-17.72.

Ч.1., §5, № 5.1-5.6.

Ч.1., §6, № 6.1-6.16, Ч.2., §20, № 20.1-20.7, 20.14-20.19.

Ч.2., §24, №24.1-24.22.

#### **5. Дифференцируемые многообразия – 14 ч.**

Касательный вектор к многообразию. Связности и параллельный перенос.

Решение задач:

Ч.1., §9, №9.1-10.

Ч.1., §10, №10.12-1021.

### 3) Задания для оценки «УК-6»:

#### Тесты

*Методические указания.* Тест является простой формой текущего контроля, направленной на проверку владения основными понятиями. Тест состоит из небольшого количества простых задач, вопросов. Тестирование может проводиться во время аудиторных занятий, в рамках самостоятельной внеаудиторной работы. Тесты для текущего контроля могут выполняться на портале системы дистанционного обучения Ipsilon Uni.

*Критерии оценивания:*

оценка «зачтено» выставляется студенту, если количество правильных ответов составляет 50 и более процентов;

оценка «не зачтено» выставляется студенту, если количество правильных ответов менее 50%.

Баллы выставляются согласно программе оценивания учебной деятельности студента (см. «Данные для учета успеваемости студентов в БАРС» в рабочей программе дисциплины).

#### Вариант 1

##### Часть А

Выберите правильный вариант ответа.

1. Пусть  $\vec{r} = \vec{r}(t)$ . Тогда производная по  $t$  от  $[\vec{a}\vec{r}']$ , где  $\vec{a}$  - постоянный вектор, равна 1)  $[\vec{a}'\vec{r}'']$ , 2)  $[\vec{a}\vec{r}'] + [\vec{a}\vec{r}'']$ , 3)  $[\vec{a}\vec{r}'']$ , 4) другой ответ.

2. Уравнение касательной к кривой  $\vec{r}(t) = 4\cos t \vec{i} + 4\sin t \vec{j} + 3t \vec{k}$  в точке  $t = 0$  имеет вид  $\frac{x-4}{0} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$ ; 1)  $\frac{x-4}{0} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$ ; 2)  $\frac{x}{4} = \frac{y-4}{0} = \frac{z-3}{3}$ ; 3)  $\frac{x-4}{4} = \frac{y}{0} = \frac{z}{3}$ ; 4) другой ответ.

3. Уравнение соприкасающейся плоскости к кривой  $\vec{r}(t) = t^2 \vec{i} + t \vec{j} + (t^3 - 20)\vec{k}$  в точке  $(9, 3, 7)$  имеет вид 1)  $9x - 27y - z + 7 = 0$ ; 2)  $9x + 27y - z + 169 = 0$ ; 3)  $9x + 27y - z + 51 = 0$ ; 4) другой ответ.

4. Уравнение касательной плоскости к поверхности  $z = x^2 + 2y^2$  в точке  $(1; 1; 3)$  имеет вид 1)  $2x + 4y - z - 3 = 0$ ; 2)  $x + 4y - z = 0$ ; 3)  $2x + 4y - z - 9 = 0$ ; 4) другой ответ.

##### Часть В

Запишите ответ.



5. Найти кривизну и кручение кривой  $\vec{r}(t) = 2t\vec{i} + \ln t \vec{j} + t^2\vec{k}$  в произвольной точке.

6. Найти натуральный параметр (или длину) кривой  $\vec{r}(t) = a(t - \sin t)\vec{i} + a(1 - \cos t)\vec{j}$ .

7. Найти уравнение эволюты кривой  $y = 1 - \frac{x^2}{2}$ .

8. Найти первую квадратичную форма сферы  $\vec{r} = a \cos u \cos v \vec{i} + a \sin u \cos v \vec{j} + a \sin v \vec{k}$ .

### Часть С

Приведите подробное решение задачи.

9. Доказать, что объем тетраэдра, образованного пересечением координатных плоскостей

и касательной плоскости поверхности  $x = u, y = v, z = \frac{a^3}{uv}$ , не зависит от выбора точки касания поверхности.

### Вариант 2

#### Часть А

Выберите правильный вариант ответа.

1. Пусть  $\vec{r} = \vec{r}(t)$ . Тогда производная по  $t$  от  $(\vec{r}')^2$  равна

1)  $2\vec{r}''$ , 2)  $2(\vec{r}'\vec{r}'')$ , 3)  $2[\vec{r}'\vec{r}'']$ , 4) другой ответ.

2. Уравнение касательной к кривой  $\vec{r} = 2 \cos t \vec{i} + 3 \sin t \vec{j} + 2t \vec{k}$  в точке  $t = \frac{\pi}{2}$  имеет вид

1)  $\frac{x}{0} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-\pi}{2}$ ; 2)  $\frac{x}{-2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z-\pi}{2}$ ; 3)  $\frac{x+2}{0} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{\pi}$ ; 4) другой ответ.

3. Уравнение соприкасающейся плоскости к кривой  $\vec{r}(t) = t^2 \vec{i} + (1-t) \vec{j} + t^3 \vec{k}$  в точке  $(1,0,1)$  имеет вид 1)  $3x - 6y - z - 2 = 0$ ; 2)  $3x + 6y - z - 2 = 0$ ; 3)  $3x + 3y - z - 2 = 0$ ; 4) другой ответ.

4. Уравнение касательной плоскости к поверхности  $z^2 = xy$  в точке  $(1;1;1)$  имеет вид 1)  $x + y - 2z = 0$ ; 2)  $x - y + 2z = 0$ ; 3)  $x + y - 2z = 0$ ; 4) другой ответ.

#### Часть В

Запишите ответ.

5. Найти кривизну и кручение кривой  $\vec{r} = e^t \vec{i} + e^{-t} \vec{j} + t\sqrt{2} \vec{k}$  в произвольной точке.

6. Найти натуральный параметр (или длину) кривой  $\vec{r}(t) = a(\cos t + t \sin t) \vec{i} + a(\sin t - t \cos t) \vec{j}$ .

7. Найти уравнение эволюты кривой  $x = 2 \cos t, y = \sin t$ .

8. Найти первую квадратичную форму цилиндра  $\vec{r} = a \cos u \vec{i} + b \sin u \vec{j} + cv \vec{k}$ .

### Часть С

Приведите подробное решение задачи.

9. Доказать, что сумма квадратов длин отрезков, отсекаемых на осях координат касательной плоскостью поверхности  $x = u^3 \sin^3 v, y = u^3 \cos^3 v, z = (a^2 - u^2)^{3/2}$ , постоянна.

### Вариант 3

#### Часть А

Выберите правильный вариант ответа.

1. Пусть  $\vec{r} = \vec{r}(t)$ . Тогда производная по  $t$  от  $[\vec{r}' \vec{r}'']$  равна

1)  $[\vec{r}'' \vec{r}'''] + [\vec{r}' \vec{r}''']$ , 2)  $[\vec{r}' \vec{r}''']$ , 3)  $[\vec{r}'' \vec{r}''']$ , 4) другой ответ.

2. Уравнение касательной к кривой  $\vec{r} = t^3 \vec{i} + 2t^2 \vec{j} + 3t \vec{k}$  в точке  $t = 1$  имеет вид

1)  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{3}$ ; 2)  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-3}{3}$ ; 3)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$ ; 4) другой ответ.

3. Уравнение соприкасающейся плоскости к кривой  $\vec{r}(t) = e^t \vec{i} + e^{-t} \vec{j} + t \vec{k}$  в точке  $(1,1,0)$  имеет вид 1)  $x + y - 2z = 0$ ; 2)  $x - y + 2z + 2 = 0$ ; 3)  $z = 0$ ; 4) другой ответ.

4. Уравнение касательной плоскости к поверхности  $z = x^2 + y^2$  в точке  $(1;1;2)$  имеет вид 1)  $2x + 2y - z - 2 = 0$ ; 2)  $2x + 2y + z - 6 = 0$ ; 3)  $x + y - z = 0$ ; 4) другой ответ.

#### Часть В

Запишите ответ.

5. Найти кривизну и кручение кривой  $\vec{r}(t) = e^t \sin t \vec{i} + e^t \cos t \vec{j} + e^t \vec{k}$  в произвольной точке.

6. Найти натуральный параметр ( или длину) кривой  $\vec{r}(t) = a \cos^3 t \vec{i} + a \sin^3 t \vec{j}$  равна 1); 2)  $\frac{a}{2} \sin t$ ; 3)  $\frac{3a}{2} \cos \frac{t}{2}$ ; 4) другой ответ.

7. Найти уравнение эволюты кривой  $y^2 = 2(x+1)$ .

8. Найти первую квадратичную форму тора  $\vec{r} = (a + b \cos v) \cos u \vec{i} + (a + b \cos v) \sin u \vec{j} + b \sin v \vec{k}$

### Часть С

Приведите подробное решение задачи.

9. Доказать, что касательная плоскость к коноиду  $x = u \cos v, y = u \sin v, z = a \sin 2v$  пересекает коноид по эллипсу.

### Вариант 4

#### Часть А

Выберите правильный вариант ответа.

1. Пусть  $\vec{r} = \vec{r}(t)$ . Тогда производная по  $t$  от  $\vec{a} \vec{r} \vec{r}'$ , где  $\vec{a}$  - постоянный вектор, равна 1)  $\vec{a}' \vec{r}' \vec{r}''$ , 2)  $\vec{a} \vec{r} \vec{r}''$ , 3) 0, 4) другой ответ.

2. Уравнение касательной к кривой  $\vec{r} = e^t \vec{i} + 2e^t \vec{j} + t \vec{k}$  в точке  $t = 0$  имеет вид

1)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{0}$ ; 2)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$ ; 3)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ ; 4) другой ответ.

3. Уравнение соприкасающейся плоскости к кривой  $\vec{r}(t) = 2t \vec{i} + \ln t \vec{j} + t^2 \vec{k}$  в точке (2,0,1) имеет вид 1)  $2x + 2y - z - 3 = 0$ ; 2)  $2x - 2y - z + 3 = 0$ ; 3)  $x - 2y - 2 = 0$ ; 4) другой ответ.

4. Уравнение касательной плоскости к поверхности  $z = 2x^2 - y^2$  в точке (1;1;1) имеет вид 1)  $4x - 2y - z - 1 = 0$ ; 2)  $4x - 2y + z - 3 = 0$ ; 3)  $4x + 2y - z = 0$ ; 4) другой ответ.

#### Часть В

Запишите ответ.

5. Найти кривизну и кручение кривой  $\vec{r}(t) = \cos^3 t \vec{i} + \sin^3 t \vec{j} + \cos 2t \vec{k}$  в произвольной точке

6. Найти натуральный параметр (или длину) кривой

$$\vec{r}(t) = \frac{a}{3}(2 \cos t + \cos 2t)\vec{i} + \frac{a}{3}(2 \sin t + \sin 2t)\vec{j}$$

7. Найти уравнение эволюты кривой  $xy = 4$ .

8. Найти первую квадратичную форму геликоида  $\vec{r} = u \cos v \vec{i} + u \sin v \vec{j} + av \vec{k}$ .

### Часть С

Приведите подробное решение задачи.

9. Доказать, что плоскости, касательные к поверхности  $z = xf(y/x)$ , проходят через одну и ту же точку.

#### 4) Задания для оценки «ОПК-1»:

### Контрольная работа

*Методические рекомендации.* Контрольная работа по дисциплине «Тензорный анализ» проводится на практическом занятии. Подготовка студента к контрольной работе осуществляется в период практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами материалов практических занятий, литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

*Критерии оценивания.* Количество баллов, выставляемых за контрольную работу, зависит от полноты изложения и правильности решения задач.

Неверное решение задач оценивается в 2 балла.

Правильный подобранный материал, неверное решение задач оценивается в 3 балла.

Правильный подобранный материал, верное, но неполное решение задач оценивается в 4 балла.

Полное изложение предложенной темы, правильный подобранный материал, верное решение задач оценивается в 5 баллов.

### ПРИМЕРНЫЕ варианты контрольной работы

#### Вариант 1.

1. Проверить, что у астроида  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  для любой касательной длина ее отрезка, заключенного между осями координат, постоянна.
2. Найти угол между кривыми  $x^2 + y^2 = 12x$ ,  $y = \sqrt[3]{(x-6)^2}$ .
3. Составьте уравнения соприкасающейся плоскости линии пересечения сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  и гиперболического цилиндра  $x^2 - y^2 = 3$  в точке  $M(2;1;2)$ .
4. Определить радиус кривизны кривой  $y = xe^{-x}$ .
5. Определить координаты центра кривизны кривой  $y = \cos x$  в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ .

6. Вычислить первую квадратичную форму поверхности  
 $\vec{r} = (a \operatorname{sh} u \cos v) \vec{i} + (a \operatorname{sh} u \sin v) \vec{j} + b \operatorname{ch} u \vec{k}$  (двуполостный гиперболоид вращения)
- 

Вариант 2

1. Написать уравнения главной нормали и бинормали кривой  $x = e^t$ ,  $y = e^{-t}$ ,  $z = t$  в точке  $t = 0$ .
  2. В каких точках с одной и той же абсциссой (не равной нулю) касательные к кривым  $y = x^2$ ,  $y = x^3$  параллельны?
  3. Определить кручение кривой  $y = \frac{x^2}{2}$ ,  $z = \frac{x^3}{3}$  в любой точке и при  $x = 1$ .
  4. Определить длину дуги кривой  $x = t$ ,  $y = t^2$ ,  $z = \frac{2}{3}t^3$  от  $t = 0$  до  $t = 3$ .
  5. Написать уравнение эволюты кривой  $x = 2 \cos t$ ,  $y = \sin t$ .
  6. Вычислить первую квадратичную форму поверхности  
 $\vec{r} = (a \operatorname{ch} u \cos v) \vec{i} + (a \operatorname{ch} u \sin v) \vec{j} + b \operatorname{sh} u \vec{k}$  (однополостный гиперболоид вращения)
- 

Вариант 3

1. Найти углы, которые образует с осями координат вектор  $\vec{r}$  кривой  $x^2 = 2az$  и  $y^2 = 2bz$  в точке  $z = \sqrt{ab}$ .
  2. Докажите, что все нормали развертки окружности  $x = a(\cos t + t \sin t)$ ,  $y = a(\sin t - t \cos t)$  одинаково удалены от начала координат.
  3. Найти кривизну кривой  $x = t$ ,  $y = t^2$ ,  $z = t^3$  в любой точке и при  $t = 0$ .
  4. Определить длину дуги кривой  $y = \frac{x^2}{2}$ ,  $z = \frac{x^3}{6}$  от  $x = 0$  до  $x = 3$ .
  5. Написать уравнение эволюты кривой  $y^2 = 2(x + 1)$ .
  6. Вычислить первую квадратичную форму поверхности  $\vec{r} = u \cos v \vec{i} + u \sin v \vec{j} + u^2 \vec{k}$  (параболоид вращения)
- 

Вариант 4

1. Проверить, что кривая  $xu \sin(x + y) = 2x^2 - y^2$  касается с прямой  $y = x$  во всех общих точках, кроме начала координат.
  2. Найдите точки на кривой  $x = 2/t$ ,  $y = \ln t$ ,  $z = -t^2$ , в которых бинормаль параллельна плоскости  $x - y + 8z + 2 = 0$ .
  3. Найти длину дуги кривой  $x = e^t$ ,  $y = e^{-t}$ ,  $z = t\sqrt{2}$  от  $t = 0$  до  $t = 3$ .
  4. Определить кручение кривой  $x = e^t$ ,  $y = e^{-t}$ ,  $z = t\sqrt{2}$  в любой точке и при  $t = 0$ .
  5. Найти максимальную кривизну кривой  $y = e^x$ .
  6. Вычислить первую квадратичную форму поверхности  $\vec{r} = u \cos v \vec{i} + u \sin v \vec{j} + av \vec{k}$  (прямой геликоид).
- 

Вариант 5

1. Написать уравнения главной нормали и бинормали кривой  $y = x^2, z = y^2$  в точке  $x = 1$ .
2. Найдите касательные к кривой  $x = t^2 - 1, y = t^3 + 1$ , параллельные прямой  $2x - y + 3 = 0$ .
3. Определить кривизну кривой  $y = \frac{x^2}{2}, z = \frac{x^3}{3}$  в любой точке и при  $x = 1$ .
4. Определить кручение кривой  $x = e^t \sin t, y = e^t \cos t, z = e^t$  в точке  $t = 0$ .
5. Написать уравнение эволюты кривой  $x = t^2, y = \frac{t^3}{2}$ .
6. Вычислить первую квадратичную форму поверхности  $\vec{r} = a \nu \cos u \vec{i} + b \nu \sin u \vec{j} + c \nu \vec{k}$  (конус).

Вариант 6

1. Написать уравнения главной нормали и бинормали кривой  $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, z = 4 \sin \frac{t}{2}$  в точке  $t = \pi$ .
2. Проверить, что расстояние от начала координат до любой нормали к кривой  $x = a(\cos t + t \sin t), y = a(\sin t - t \cos t)$  постоянно.
3. Определить длину дуги кривой  $x = 3 \cos t, y = 3 \sin t, z = 4t$  от  $t = 0$  до произвольного  $t$ .
4. Определить кручение кривой  $x = 2t, y = \ln t, z = t^2$  в любой точке и при  $t = 1$ .
5. Определить координаты центра кривизны кривой  $xy = 4$  в точке  $x = 2$ .
6. Вычислить первую квадратичную форму поверхности  $\vec{r} = a \cos u \vec{i} + b \sin u \vec{j} + \nu \vec{k}$  (эллиптический цилиндр).

Вариант 7

1. Найдите углы, под которыми пересекаются кривые  $y = \sin x, y = \cos x$ .
2. Найдите касательные к кривой  $x = t^3, y = t^2$ , проходящие через точку  $M(-7; -1)$ .
3. Определить радиус кривизны в произвольной точке кривой  $\rho = a(1 - \cos \varphi)$ .
4. Найти длину дуги кривой  $y = \frac{1}{2} \ln x, z = \frac{x^2}{2}$  от  $x = 1$  до  $x = 2$ .
5. Определить координаты центра кривизны кривой  $y = \ln x$  в точке пересечения с осью абсцисс.
6. Вычислить первую квадратичную форму поверхности  $\vec{r} = u \cos v \vec{i} + u \sin v \vec{j} + av \vec{k}$  (прямой геликоид)

Вариант 8

1. Найти углы, которые образует с осями координат вектор бинормали кривой  $x = e^t, y = e^{-t}, z = t\sqrt{2}$  в точке  $t = 0$ .
2. Показать, что семейство гипербол  $x^2 - y^2 = a^2$  и  $xy = b$  образуют ортогональную сетку, т.е. любая кривая первого семейства пересекает любую кривую второго семейства под прямым углом.
3. Определить координаты центра кривизны кривой  $y^2 = x^3$  в точке  $(-1; -1/3)$ .

4. Определить кручение кривой  $x = \frac{y^2}{2}$ ,  $z = x^2$  в любой точке и при  $y = 1$ .
  5. Написать уравнение эволюты кривой  $xy = 4$ .
  6. Вычислить первую квадратичную форму поверхности  $\vec{r} = \frac{a}{2} \left( u + \frac{1}{u} \right) \vec{i} + \frac{b}{2} \left( u - \frac{1}{u} \right) \vec{j} + v \vec{k}$  (гиперболический цилиндр)
- 

#### 4) Задания для оценки «ОПК-5»:

##### Опрос

*Методические рекомендации.* Опрос осуществляется во время занятий. Опрос может проводиться как в устном, так и в письменном виде. Во время самостоятельной подготовки к занятиям студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, литературой и Интернет-ресурсами по дисциплине (см. «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» в рабочей программе дисциплины).

*Критерии оценивания:* полнота и правильность ответа; степень осознанности, понимания изученного материала. Баллы выставляются согласно программе оценивания учебной деятельности студента («Данные для учета успеваемости студентов в БАРС» в рабочей программе дисциплины).

##### Примерный список вопросов для опроса

1. Дайте определение тензора.
2. Что такое метрический тензор?
3. Как определяется свертка тензоров?
4. Что такое векторная функция скалярного переменного?
5. Как определяется предел векторной функции скалярного переменного и его свойства?
6. Какие виды уравнений касательная к кривой в евклидовом пространстве вы знаете?
7. Как выражается кривизна кривой с помощью произвольного параметра?
8. Как выражается кручение с помощью произвольного параметра?
9. Сформулируйте необходимое и достаточное условие плоской кривой.
10. Как выражается в координатах первая квадратичная форма поверхности?
11. Какие задачи решаются с помощью первой квадратичной формы?
12. Как выражается в координатах вторая квадратичная форма поверхности?
13. Что такое нормальная кривизна?
14. Что такое главные направления и главные кривизны?
15. Что такое гауссова и средняя кривизны?
16. Запишите деривационные уравнения.
17. Запишите уравнения Гаусса и Петерсона-Кодацци.
18. Что такое дифференцируемые отображения и диффеоморфизмы пространства  $\mathbf{R}^n$ ?
19. Дайте определение дифференцируемого многообразия.
20. Приведите примеры многообразий.
21. Что такое дифференцируемые отображения многообразий?

## Вопросы для промежуточной аттестации по итогам освоения

### 1.2 Промежуточная аттестация

5 семестр

#### 1) Список вопросов к устному зачету:

<i>Вопрос</i>	<i>Компетенция в соответствии с РПД</i>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение тензора</li> <li>2. Алгебраические операции над тензорами.</li> <li>3. Метрический тензор.</li> <li>4. Свертка тензоров.</li> </ol>	<p><b>УК-1</b></p> <p>Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий.</p>
<ol style="list-style-type: none"> <li>5. Векторная функция скалярного переменного и ее выражение в координатах. Предел векторной функции скалярного переменного и его свойства.</li> <li>6. Непрерывность и дифференцируемость векторной функции скалярного переменного. Формальные свойства производной.</li> <li>7. Кривая в евклидовом пространстве и ее уравнение. Длина дуги и формула для нее. Натуральный параметр.</li> <li>8. Векторная функция скалярного переменного и ее выражение в координатах. Предел векторной функции скалярного переменного и его свойства.</li> <li>9. Непрерывность и дифференцируемость векторной функции скалярного переменного. Формальные свойства производной.</li> <li>10. Кривая в евклидовом пространстве и ее уравнение. Длина дуги и формула для нее. Натуральный параметр.</li> <li>11. Касательная к кривой в евклидовом пространстве. Лемма о производной векторной функции постоянного модуля.</li> <li>12. Вектор кривизны кривой и его выражение с помощью произвольного параметра. Кривизна кривой и ее выражение с помощью произвольного параметра. Необходимое и достаточное условие прямой.</li> <li>13. Соприкасающаяся плоскость бигулярной кривой. Трегранник Френе.</li> <li>14. Единичные векторы касательной, главной нормали и бинормали ориентированной кривой в евклидовом пространстве. Формулы Френе. Кручение и ее выражение с помощью произвольного параметра.</li> <li>15. Необходимое и достаточное условие плоской кривой. Инвариантность кривизны и кручения относительно изометрий. Однозначность (с точностью до собственного движения) задания кривой ее кривизной и кручением.</li> </ol>	<p><b>УК-2.</b> Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих норм, имеющихся ресурсов и ограничений</p>
<ol style="list-style-type: none"> <li>16. Уравнение поверхности. Касательная плоскость и касательное пространство в точке поверхности.</li> <li>17. Первая квадратичная форма поверхности и ее выражение</li> </ol>	<p><b>УК-6.</b> Способен управлять своим временем, выстраивать</p>



<p>в координатах.</p> <p>18. Основные задачи, решаемые с помощью первой квадратичной формы: вычисление длины дуги, угла между кривыми и площади.</p> <p>19. Основной линейный оператор на ориентированной поверхности и вычисление его матрицы.</p> <p>20. Вторая квадратичная форма ориентированной поверхности и ее выражение в координатах.</p> <p>21. Нормальная кривизна. Главные направления и главные кривизны. Формула Эйлера. Гауссова и средняя кривизна.</p> <p>22. Три типа точек на поверхности и локальное поведение поверхности в окрестности каждой из них.</p> <p>23. Теорема о поверхности, все точки которой омбилические или точки уплощения.</p> <p>24. Деривационные уравнения.</p> <p>25. Уравнения Гаусса и Петерсона-Кодацци. Теорема Гаусса.</p>	<p>и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни.</p>
<p>26. Дифференцируемые отображения и диффеоморфизмы пространства <math>\mathbf{R}^n</math>.</p> <p>27. <math>n</math>-мерные карты и <math>n</math>-мерные атласы класса <math>C^r</math>.</p> <p>28. Отношение эквивалентности атласов класса <math>C^r</math>. Максимальный атлас класса <math>C^r</math>. Определение дифференцируемого многообразия. Примеры многообразий.</p> <p>29. Дифференцируемые отображения многообразий. Теорема о дифференцируемом отображении. Дифференцируемые функции.</p>	<p><b>ОПК-1.</b> Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности.</p> <p><b>ОПК-5.</b> Способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики.</p>

### Методические указания

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в виде зачета. Учебным планом по направлению подготовки 01.03.03 – Механика и математическое моделирование предусмотрена одна промежуточная аттестация. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период лекционных и практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, основной и дополнительной литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

**Критерии оценивания.** Во время зачета студент должен дать развернутый ответ на вопросы, изложенные в билете. Преподаватель вправе задавать дополнительные вопросы по всему изучаемому курсу.

Во время ответа студент должен продемонстрировать знания по теории векторных функций скалярного аргумента, теории кривых и теории поверхностей, по тензорному анализу. Студент должен знать: основные понятия дифференциальной геометрии (кривизна и кручение кривой, первая и вторая фундаментальная форма поверхности, нормальные кривизны, средняя и полная кривизна) и определение дифференцируемого многообразия, основные идеи тензорного анализа; основные формулы, позволяющие проводить вычисления для решения соответствующих задач; сферы применения рассматриваемых в курсе теоретических вопросов и компьютерных программ, позволяющих решать вычислительные задачи из данного курса. Студент должен уметь решать задачи дифференциальной геометрии. Студент должен владеть: понятийным аппаратом дифференциальной геометрии и тензорного анализа; методами математического моделирования при анализе прикладных проблем; математическими основами информатики и компьютерных наук. Полнота ответа определяется показателями оценивания планируемых результатов обучения.

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры геометрии (протокол № 1 от 30 августа 2022 года).

Автор:

к.ф.-м.н.



Ю.В. Шевцова