



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»

Механико-математический факультет

СОГЛАСОВАНО
заведующий кафедрой МТУиБМ
д.ф.-м.н., профессор

 Л.Ю. Коссович
"29" августа 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ
Председатель НМС механико-
математического факультета

 к.ф.-м.н., доцент
С.В. Тышкевич
"29" августа 2022 г.

Фонд оценочных средств
текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

ОСНОВЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

Направление подготовки бакалавриата
01.03.03 Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки бакалавриата
Все реализуемые профили

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Саратов
2022 год

Карта компетенций

Контролируемые компетенции (шифр компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык)	Виды заданий и оценочных средств
<p>УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</p>	<p>1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.</p>	<p>знать: общие закономерности МСС; основные математические модели и методы МСС, условия применимости данных моделей и методов</p> <p>уметь: извлекать необходимую научно-техническую информацию из электронных и бумажных носителей по МСС</p> <p>владеть: основными методами МСС, навыками определения общих форм и закономерностей предметной области</p>	
	<p>2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p>	<p>знать: основные понятия, идеи, общие формы и закономерности МСС; основные математические модели и методы МСС; необходимые и достаточные условия их реализации;</p> <p>уметь: самостоятельно осуществлять постановку прикладных задач МСС, выбирать и использовать</p>	

		<p>эффективные методы решения поставленной задачи</p> <p>владеть: навыками систематизации и выбора необходимой информации согласно поставленной задаче</p>	
	<p>3.1_Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>знать: основные методы решения задач механики сплошной среды</p> <p>уметь: ставить и решать типичные задачи механики сплошных сред</p> <p>владеть: методами математического моделирования при постановке и решении задач механики сплошной среды; навыками анализа полученных результатов и обоснования их достоверности и новизны</p>	
<p>УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих норм, имеющихся ресурсов и ограничений.</p>	<p>1.1_Б.УК-2. Формулирует в рамках поставленной цели совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения выделенных задач.</p>	<p>знать: общие методы решения краевых задач для выбранных математических моделей</p> <p>уметь: в соответствии с выбранными методами решения строить математическую модель с алгоритмом ее реализации, анализировать полученные</p>	

		результаты владеть: методами физического и математического моделирования; навыками сбора и работы с математическими источниками информации; теоретическими основами построения алгоритмов	
	2.1_Б.УК-2. Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.	знать: основные методы решения задач МСС уметь: применять и модифицировать математические модели сплошных сред при решении конкретных задач в рамках поставленной цели владеть: навыками аналитического и численного решений различных классов краевых задач, описывающих механические процессы	
УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни.	1.1_Б.УК-6. Применяет знание о своих ресурсах и их пределах (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.	знать: способы самоанализа и самооценки собственных сил и возможностей; стратегии личностного развития; основные приемы эффективного управления собственным временем и ресурсами уметь: определять задачи	

		<p>саморазвития и профессионального роста, распределять их на долго- средне- и краткосрочные с обоснованием их актуальности и определением необходимых ресурсов;</p> <p>эффективно планировать и контролировать собственное время; использовать методы саморегуляции, саморазвития и самообучения</p> <p>владеть: приемами целеполагания, планирования, реализации необходимых видов деятельности; методами управления собственным временем; методиками саморазвития и самообразования в течение всей жизни</p>	
	<p>2.1_Б.УК-6. Понимает важность планирования перспективных целей деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>	<p>знать методы эффективного планирования времени; основные методики самоконтроля, саморазвития и самообразования на протяжении всей жизни</p> <p>уметь: планировать свою жизнедеятельность на период обучения в образовательной организации ; планировать</p>	

		<p>перспективные цели в профессиональной деятельности; планировать этапы карьерного роста; владеть: приемами оценки и самооценки результатов деятельности по решению профессиональных задач; инструментами и методами управления временем при выполнении конкретных задач, проектов, при достижении поставленных целей; технологиями планирования перспективных целей профессиональной деятельности</p>	
	<p>5.1_Б.УК-6. Демонстрирует интерес к учебе и использует предоставляемые возможности для приобретения новых знаний и навыков.</p>	<p>знать: эффективные способы обучения и самообучения уметь: анализировать и оценивать собственные силы и возможности; выбирать конструктивные стратегии приобретения новых знаний и навыков владеть: инструментами и методами управления временем в</p>	

		<p>процессе приобретения новых знаний и навыков; технологиями приобретения, использования и обновления социокультурных и профессиональных знаний, умений и навыков</p>	
<p>ОПК-1. Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности.</p>	<p>1.1_Б.ОПК-1. Демонстрирует знание основных понятий, гипотез, теорем, методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p>знать: основные понятия, гипотезы, теоремы и методы МСС, включая основы векторного и тензорного исчисления; основные уравнения и соотношения МСС; математические модели МСС; методы решения основных задач МСС</p> <p>уметь: применять векторное и тензорное исчисления при решении типовых задач МСС</p> <p>владеть: навыками работы с учебной литературой, основной терминологией и понятийным аппаратом МСС; навыками использования МСС при решении практических задач</p>	
	<p>2.1_Б.ОПК-1. Осуществляет первичный сбор и анализ данных в области</p>	<p>знать: методы сбора и анализа данных в области МСС</p> <p>уметь:</p>	

	<p>фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p>находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи; рассматривать возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки; использовать основные приемы обработки и представления данных при решении задач МСС; привлекать для этого дополнительные знания из специальных разделов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук владеть: навыками использования теоретических основ базовых разделов МСС при решении практических задач</p>	
	<p>1.1_Б.ОПК-3. Демонстрирует знание основных методов физического моделирования и экспериментальных исследований, применяемых в</p>	<p>знать: методы физического моделирования и современное экспериментальное оборудование, используемое для определения физических и</p>	

	<p>механике, биомеханике и других естественных науках.</p>	<p>механических свойств материалов и конструкций уметь: используя подходы и методы МСС, заменять реальный физический объект или явление экспериментальным исследованием его модели, имеющей ту же физическую природу владеть: методами физического моделирования и экспериментальных исследований, применяемых в МСС</p>	
	<p>2.1_Б.ОПК-3. Имеет представление о современном экспериментальном оборудовании, применяемом при проведении исследований в механике, биомеханике и других естественных науках.</p>	<p>знать: о возможностях и особенностях современного экспериментального оборудования, применяемого при проведении исследований на прочность, долговечность и надежность материалов и конструкций; знает основные методы и средства проведения экспериментальных исследований, системы стандартизации и сертификации уметь: работать с экспериментальным оборудованием, применяемом при проведении исследований в МСС;</p>	

		<p>умеет выбирать способы и средства измерений и проводить экспериментальные исследования</p> <p>владеть: методами экспериментально о исследования напряжений, деформаций, перемещений с целью оценки прочности и деформируемости различных материалов, элементов машин и сооружений, натуральных конструкций и их моделей;</p> <p>владеет способами обработки и представления полученных данных и оценки погрешности результатов измерений</p>	
	<p>3.1_Б.ОПК-3. Осуществляет первичный сбор и анализ данных о методах физического моделирования, методах экспериментальных исследований, современном экспериментальном оборудовании, используемых при построении и исследовании моделей в области избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p>знать: о методах физического моделирования, о методах экспериментальных исследований, современном экспериментальном оборудовании, используемых при построении и исследовании моделей МСС</p> <p>уметь: выбирать физическую модель механического процесса или явления; ставить в соответствие физической модели</p>	

		ее математическую модель; применять знания математического моделирования к решению конкретных прикладных задач владеть: методами построения и исследования моделей МСС	
ОПК-5. Способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики.	1.1_Б.ОПК-5. Демонстрирует знание научных основ математики и механики.	знать: теоретические основы МСС, воспроизводить и объяснять учебный материал с необходимой степенью научной точности и полноты уметь: использовать фундаментальные знания в области теоретической и прикладной механики, механики сплошной среды, математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, численных методов, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов в педагогической	

		<p>деятельности владеть: профессиональной терминологией, способами публичного представления постановки физической задачи, ее математической модели и полученных результатов</p>	
	<p>2.1_Б.ОПК-5. Корректно интерпретирует научные знания в области математики и механики.</p>	<p>знать: общие подходы к математическому моделированию поведения газов, жидкостей, твердых деформируемых сред, в том числе новых сред со сложными свойствами уметь: корректно интерпретировать знания о равновесии и движении деформируемых сред (газов, жидкостей, твердых деформируемых сред) при решении конкретных задач механики сплошной среды владеть: методами анализа полученных результатов и методами представления полученных результатов в виде научной статьи, доклада, презентации или лекции</p>	

Показатели оценивания планируемых результатов обучения

Семестр	Шкала оценивания	
	«не зачтено»	«Зачтено»
4 семестр	<p>Студент знает основные определения и понятия курса «Основы механики сплошной среды».</p> <p>Может воспроизвести и объяснить учебный материал с необходимой степенью научной точности и полноты.</p> <p>Знает основные элементы векторного и тензорного исчисления, необходимые и достаточные для изучения курса по основам механики сплошной среды.</p> <p>Знает понятия и соответствующие физические величины, используемые для описания движения и состояния сплошной среды.</p> <p>Знает универсальные физические законы сохранения.</p> <p>Знает уравнения и соотношения, справедливые для описания поведения любых сплошных сред независимо от агрегатного состояния и физико-механических характеристик.</p> <p>Знает основные реологические модели сплошных сред и соответствующие физические соотношения.</p> <p>Знает общие принципы постановки задач механики сплошной среды.</p> <p>Знает способы решения типовых задач механики сплошной среды.</p> <p>Не допускает ошибки в моделировании и решении задачи механики сплошных сред.</p> <p>Владеет профессиональной терминологией.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного изучения специализированной учебной и</p>	<p>Студент знает основные определения и понятия курса «Основы механики сплошной среды».</p> <p>Может воспроизвести и объяснить учебный материал с необходимой степенью научной точности и полноты.</p> <p>Знает основные элементы векторного и тензорного исчисления, необходимые и достаточные для изучения курса по основам механики сплошной среды.</p> <p>Знает понятия и соответствующие физические величины, используемые для описания движения и состояния сплошной среды.</p> <p>Знает универсальные физические законы сохранения.</p> <p>Знает уравнения и соотношения, справедливые для описания поведения любых сплошных сред независимо от агрегатного состояния и физико-механических характеристик.</p> <p>Знает основные реологические модели сплошных сред и соответствующие физические соотношения.</p> <p>Знает общие принципы постановки задач механики сплошной среды.</p> <p>Знает способы решения типовых задач механики сплошной среды.</p> <p>Не допускает ошибки в моделировании и решении задачи механики сплошных сред.</p> <p>Владеет профессиональной терминологией.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного изучения специализированной учебной и методической литературы,</p>

<p>методической литературы, посвященной проблемам механики сплошной среды. Понимает содержание специализированной учебной, и методической литературы, посвященной проблемам механики сплошной среды. Может извлечь необходимую научно-техническую информацию из электронных и бумажных носителей по механике сплошной среды. Понимает возможности применения теоретических положений и методов механики сплошной среды для постановки и решения конкретных прикладных задач.</p> <p>Не умеет самостоятельно увидеть общие формы и закономерности механики сплошной среды. Не умеет систематизировать методы МСС для построения математических моделей и их исследования в элементарных прикладных задачах. Не умеет строить математические модели в рамках МСС. Не умеет ставить и решать типичные задачи механики сплошных сред с использованием базовых дисциплин высшей математики, ставить и решать прикладные стандартные задачи механики сплошной среды. Не умеет самостоятельно осуществлять постановку прикладных задач механики сплошной среды. Не умеет выбирать и использовать эффективные методы решения поставленной задачи, в соответствии с выбранными методами решения строить математическую модель с алгоритмом ее реализации. Не умеет анализировать</p>	<p>посвященной проблемам механики сплошной среды. Может извлечь необходимую научно-техническую информацию из электронных и бумажных носителей по механике сплошной среды. Понимает возможности применения теоретических положений и методов механики сплошной среды для постановки и решения конкретных прикладных задач.</p> <p>Умеет самостоятельно увидеть общие формы и закономерности механики сплошной среды. Умеет систематизировать методы МСС для построения математических моделей и их исследования в элементарных прикладных задачах. Умеет строить математические модели в рамках МСС. Умеет ставить и решать типичные задачи механики сплошных сред с использованием базовых дисциплин высшей математики, ставить и решать прикладные стандартные задачи механики сплошной среды. Умеет самостоятельно осуществлять постановку прикладных задач механики сплошной среды. Умеет выбирать и использовать эффективные методы решения поставленной задачи, в соответствии с выбранными методами решения строить математическую модель с алгоритмом ее реализации. Умеет анализировать полученные результаты, обосновывать их достоверность и новизну, систематизировать и обобщать полученные результаты. Умеет самостоятельно осуществлять поиск специальной литературы и выбирать эффективные методы решения согласно поставленным прикладным задачам. В соответствии с выбранными методами решения строить математическую модель с алгоритмом ее реализации.</p>
--	--

<p>полученные результаты, обосновывать их достоверность и новизну, систематизировать и обобщать полученные результаты.</p> <p>Не умеет самостоятельно осуществлять поиск специальной литературы и выбирать эффективные методы решения согласно поставленным прикладным задачам. В соответствии с выбранными методами решения строить математическую модель с алгоритмом ее реализации.</p> <p>Самостоятельно сделать выводы о поведении изучаемого механического процесса на основании полученного решения.</p> <p>Не умеет изложить полученные результаты ясным научным языком, пользуясь научными терминами в соответствии с их смыслом.</p> <p>Не умеет публично представлять как собственные полученные результаты, так и известные.</p> <p>Не умеет выбирать физическую модель механического процесса или явления, ставить в соответствие физической модели ее математическую модель, применять знания математического моделирования к решению конкретных прикладных задач; применять методы физического моделирования к решению конкретных задач механики сплошной среды.</p> <p>Не владеет знанием основных определений и понятий курса «Основы механики сплошной среды».</p> <p>Не владеет основными понятиями векторного и тензорного.</p> <p>Не владеет знаниями понятий и физических величин, используемых для описания</p>	<p>Самостоятельно сделать выводы о поведении изучаемого механического процесса на основании полученного решения. Умеет изложить полученные результаты ясным научным языком, пользуясь научными терминами в соответствии с их смыслом.</p> <p>Умеет публично представлять как собственные полученные результаты, так и известные.</p> <p>Умеет выбирать физическую модель механического процесса или явления, ставить в соответствие физической модели ее математическую модель, применять знания математического моделирования к решению конкретных прикладных задач; применять методы физического моделирования к решению конкретных задач механики сплошной среды.</p> <p>Владеет знанием основных определений и понятий курса «Основы механики сплошной среды».</p> <p>Владеет основными понятиями векторного и тензорного.</p> <p>Владеет знаниями понятий и физических величин, используемых для описания движения и состояния сплошной среды.</p> <p>Владеет знаниями универсальных физических законов сохранения, а также уравнений и соотношений, необходимых для описания поведения любых сплошных сред независимо от агрегатного состояния и физико-механических характеристик.</p> <p>Владеет знаниями основных реологические модели сплошных сред и соответствующие физические соотношения.</p> <p>Владеет общими принципами постановки задач механики сплошной среды.</p> <p>Владеет методами решения типовых задач механики сплошной среды.</p> <p>Владеет специализированной терминологией.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного</p>
---	--

	<p>движения и состояния сплошной среды.</p> <p>Не владеет знаниями универсальных физических законов сохранения, а также уравнений и соотношений, необходимых для описания поведения любых сплошных сред независимо от агрегатного состояния и физико-механических характеристик.</p> <p>Не владеет знаниями основных реологические модели сплошных сред и соответствующие физические соотношения.</p> <p>Не владеет общими принципами постановки задач механики сплошной среды.</p> <p>Не владеет методами решения типовых задач механики сплошной среды.</p> <p>Не владеет специализированной терминологией.</p> <p>Не владеет навыками самостоятельного изучения специализированной учебной и методической литературы, посвященной проблемам механики сплошной среды.</p> <p>Не владеет навыками применения теоретических положений и методов механики сплошной среды для постановки и решения конкретных прикладных задач.</p>	<p>изучения специализированной учебной и методической литературы, посвященной проблемам механики сплошной среды.</p> <p>Владеет навыками применения теоретических положений и методов механики сплошной среды для постановки и решения конкретных прикладных задач.</p>
--	---	---

3. Оценочные средства

3.1 Задания для текущего контроля

1) Контрольная работа

Вариант контрольной работы на тему: «Теория деформаций»:

- В результате перемещения частицы (ξ_1, ξ_2, ξ_3) среды оказались в точках с координатами $x_1 = \xi_1 + a\xi_1, x_2 = \xi_2, x_3 = \xi_3, a = const$ относительно пространственной системы координат (x_i) . Такая деформация называется однородным растяжением в направлении оси x_1 . Что произошло в результате деформации с материальными элементами, первоначально расположенными параллельно и перпендикулярно координатной оси x_1 при $a > 0$ и при $-1 < a < 0$.

2. Для одноосного растяжения из предыдущей задачи найти поле перемещения в лагранжевом и эйлеровом описании и вычислить компоненты тензоров деформаций Грина и Альманси.

3. Найти относительное изменение объема при одноосном растяжении из задачи 1.

4. Простым сдвигом называется деформация сплошной среды, отвечающая закону движения $x_1 = \xi_1 + a(t)\xi_2$, $x_2 = \xi_2$, $x_3 = \xi_3$, где (x_i) – пространственная декартова система координат, (ξ_α) – лагранжева система координат, $a(t)$ – функция времени, причем $a(0) = 0$. Считая функцию $a(t)$ заданной, найдите тензоры деформаций Грина и Альманси. Найдите их главные компоненты и главные оси. Упростите получившиеся формулы для случая $|a(t)| \ll 1$.

5. При простом сдвиге, описанном в предыдущей задаче, найдите относительное удлинение материальных элементов с началом во всевозможных частицах ξ и до деформации параллельных осей x_1, x_2, x_3 .

6. Найдите относительное изменение величины малого объема среды при простом сдвиге. Проведите вычисления двумя способами – при помощи инвариантов тензора Грина и Альманси.

Вариант контрольной работы на тему: «Теория напряжений»:

1. По горизонтальной шероховатой поверхности движется с постоянной скоростью брус. Вес бруса равен 1 кгс, коэффициент кулонова трения о плоскость равен 0.3, площадь основания бруса 0.02 м². Найдите вектор напряжений на части плоскости, находящейся в данный момент под брусом.

2. Пусть ρ_i – векторы напряжений на площадках, перпендикулярных осям x_i декартовой системы координат. Найдите выражения векторов ρ_i через компоненты тензора напряжений Коши ρ_{ij} , каков физический смысл компоненты ρ_{12} тензора напряжений в декартовой системе координат?

3. В некоторой точке тела в декартовой ортогональной системе координат тензор напряжений задан своими компонентами в паскалях:

$$\rho_{ij} = \begin{pmatrix} 100 & 100 & 160 \\ 100 & 0 & -150 \\ 160 & -150 & -60 \end{pmatrix}$$

$$n = \left(0.5, 0.5, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

4. Для площадки с нормалью n найти компоненты вектора ρ_n , а также величины касательного и нормального напряжений. Найдите угол между ρ_n и n .

5. Главной системой координат для тензора ρ называют декартову ортогональную систему координат, в которой $\rho_{ij} = 0$, если $i \neq j$. Его компоненты $\rho_{11} = \rho_1$, $\rho_{22} = \rho_2$, $\rho_{33} = \rho_3$ в этой системе называют главными компонентами, а оси главной системы – главными осями тензора ρ . Покажите, что на площадках,

перпендикулярных главным осям тензора напряжений, векторы напряжений направлены по нормали.

6. Поверхностью напряжений для некоторой точки M сплошной среды называется тензорная поверхность тензора напряжений ρ – такое геометрическое место точек, декартовы координаты x_i которых удовлетворяют условию $\rho_{ij} x_i x_j = \text{const}$, где ρ_{ij} – компоненты тензора ρ в точке M в системе (x_i) . Определите форму поверхности напряжений для точки среды, где компоненты тензора напряжений в ортогональной декартовой системе координат следующие: а) $\rho_{11} = \rho_{22} = \rho_{33} = \rho$, $\rho_{ij} = 0$ при $i \neq j$ – всестороннее растяжение при $\rho > 0$ или сжатие при $\rho < 0$; б) $\rho_{12} = \rho_{21} = \tau$, остальные $\rho_{ij} = 0$ – простой сдвиг.

7. В декартовой системе координат компоненты тензора напряжений в точке M таковы: $\rho_{11} = 12$, $\rho_{12} = \rho_{13} = 4$, $\rho_{23} = 8$, $\rho_{22} = \rho_{33} = 0$. Определите главные компоненты и главные оси тензора напряжений. Разложите тензор напряжений на сумму шарового тензора и девиатора.

Методические рекомендации для выполнения контрольных работ

В качестве меры деформации часто применяют тензор деформаций Грина

$$\varepsilon = \varepsilon_{\alpha\beta} e_{\alpha} e_{\beta}, \quad \varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \xi_{\alpha}} \frac{\partial x_i}{\partial \xi_{\beta}} - \delta_{\alpha\beta} \right)$$

и тензор деформаций Альманси

$$\varepsilon = \varepsilon_{ij} e_i e_j, \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\delta_{ij} - \frac{\partial \xi_{\alpha}}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_{\alpha}}{\partial x_j} \right),$$

где $\xi_{\alpha}(x, t)$ – лагранжевы координаты частицы,

находящейся в момент t в точке x .

Изменение квадрата длины материального элемента может быть выражено через компоненты тензоров деформаций следующим образом

$$ds^2 - ds_0^2 = 2 \varepsilon_{\alpha\beta} d\xi_{\alpha} d\xi_{\beta} = 2 \varepsilon_{ij} dx_i dx_j.$$

Здесь ds_0 – длина материального элемента

в момент времени $t=0$. Тензор деформаций позволяет так же определить относительное изменение величины dV бесконечно малого объема

$$\frac{dV - dV_0}{dV_0} = \sqrt{1 + 2I_1 + 4I_2 + 8I_3} - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - 2I_1 + 4I_2 - 8I_3}} - 1,$$

где I_i, I_i –

инварианты соответствующих тензоров, определяемые как

$$I_1 = \varepsilon_{ii}, \quad I_2 = \frac{1}{2} (I_1^2 - \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}), \quad I_3 = \det \|\varepsilon_{ij}\|.$$

Тензором напряжений называют тензор ρ с компонентами ρ_{ij} такой, что вектор напряжений ρ_n с компонентами ρ_{ni} , для площадки с нормалью n в рассматриваемой точке может быть вычислен по формуле $\rho_n = \rho n$, то есть, $\rho_{ni} = \rho_{ij} n_j$. Тензор напряжений является симметричным.

Шаровая составляющая тензора напряжений вычисляется следующим образом

$$p_{ij}^{(s)} = \frac{1}{3} p_{kk} \delta_{ij}, \quad p_{ij}^{(d)} = p_{ij} - \frac{1}{3} p_{kk} \delta_{ij}.$$

а девиатор по формуле

Существуют такие площадки, на которых действуют только главные напряжения. Такие площадки называют главными, а нормальные напряжения на них – главными напряжениями. Для нахождения главных напряжений и главных площадок решают

$$\det \| p_{ij} - \sigma \delta_{ij} \| = 0.$$

уравнение. В результате получают корни $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения. Которые затем используются для нахождения векторов нормали к главным

площадкам из системы уравнений $p_{ij} n_j = \sigma n_i$. Подставляя в систему найденные значения главных напряжений, находим вектор нормали с учетом условия нормировки (длина вектора должна быть равна единице).

Критерии оценивания контрольной работы

Каждое задание должно быть представлено с подробным описанием решения. Только в этом случае студенту зачитывается решение той или иной задачи. Из шести предлагаемых задач на положительную оценку достаточно решить 3. Менее 3 решенных задач – оценка не зачтено.

Таким образом, контрольная работа оценивается от 0 до 10 баллов. Оценка соответствует следующей шкале:

<i>Отметка</i>	<i>Кол-во баллов</i>	<i>Процент верных ответов</i>
Отлично	9-10	Свыше 86 %
Хорошо	7-8	61 – 85 %
Удовлетворительно	5-6	50 – 60 %
Неудовлетворительно	менее 5	менее 50 %

2) Задания для практических и лабораторных занятий

В ходе семинарских занятий и самостоятельной работы студентами решаются задания, служащие для освоения и детального изучения материала темы. Для решения каждого из заданий используется материал одной или нескольких тем, рассмотренных ранее в ходе лекционных занятий.

Раздел 1. Основы тензорного исчисления

1. Даны тензоры первого ранга $a(1,2,3)$ и $b(3,3,2)$. Требуется определить их скалярное произведение (свертку) и результат их сложения между собой.

$$b \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Дан тензор первого ранга $a(1,2,3)$ и тензор второго ранга. Определить результат из скалярного произведения (свертки) и результат диадного произведения a на b слева и справа.

$$b \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

3. Разложить тензор второго ранга на шаровую и девиаторную составляющие. Записать получившееся разложение с помощью тензора Кронекера.

4. Составить матрицу компонент тензора, заданного формулой $a = 3ii - 5ij + 6ji + jj - 3jk + 3kk$

Допустимо ли проводить сложение тензоров, заданных в виде $a = a_{ij} e_i e_j$ и $b = b_{ijk} e_i e_j e_k$?

5. Найдите главные оси и главные значения тензора, заданного матрицей

$$(\varepsilon_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Раздел 2. Сплошная среда и ее кинематика

1. Перемещение сплошной среды задано в виде

$$\begin{aligned} u_1 &= 2\xi_1 + \xi_2 - \xi_3 \\ u_2 &= 3\xi_1 + 2\xi_2 - 8\xi_3, \\ u_3 &= \xi_1 + 2\xi_2 - 4\xi_3 \end{aligned}$$

где u_i – компоненты вектора перемещения, ξ_i – переменные Лагранжа. Определить положение частиц после перемещения, если начальные положения частиц совпадали с их лагранжевыми координатами. Вычислить компоненты тензоров деформаций Лагранжа и Эйлера.

2. Для поля перемещений из предыдущей задачи, определить компоненты тензоров деформаций Коши, Грина и Альманси.

Для тензора деформации Коши из предыдущей задачи, проверить выполнение условий совместности деформации.

3. Скорости частиц в переменных Эйлера заданы выражениями

$$\begin{aligned} v_1 &= A \cos \omega t \\ v_2 &= A \sin \omega t \\ v_3 &= \xi_3 \end{aligned}$$

Определить траектории и линии тока частиц, если в начальный момент времени положения частиц совпадали с их лагранжевыми координатами.

4. Для поля скоростей из предыдущей задачи, записать закон движения частиц в эйлеровой форме. Исходя из этого закона, найти субстанциональную, локальную и конвективные составляющие скорости. Убедиться, что субстанциональная скорость совпадает с исходными данными задачи.

4. Для поля скоростей из предыдущей задачи, определить компоненты тензора скоростей деформации.

5. Для поля скоростей из предыдущей задачи, найти поток массы через единичные круги с центрами в начале координат, расположенными в координатных плоскостях.

Раздел 3. Основы динамики сплошной среды. Силы. Напряжения. Дифференциальные уравнения движения

1. Тензор напряжений Коши задан матрицей $(\sigma_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$. Определить вектор

полного внутреннего напряжения и найти его длину на площадке, заданной единичной нормалью $n = \frac{2}{3}i - \frac{2}{3}j + \frac{1}{3}k$. Разложить вектор полного внутреннего напряжения на нормальную и касательную составляющие.

2. Для тензора напряжений из предыдущей задачи, определить его главные значения и главные направления.

3. Вывести формулы перехода от декартовой к цилиндрической системе координат. Записать тензор напряжений из предыдущей задачи в цилиндрической системе координат.

Методические указания для выполнения заданий практических занятий

Задания используются как в качестве наглядной демонстрации решения задач того или иного типа в ходе семинарских занятий, так и для самостоятельной работы студентов. Решение задания на семинарском занятии занимает 10-15 минут. В качестве самостоятельной работы студентам целесообразно использовать 2-3 задания, в зависимости от степени усвоения материала.

Критерии оценивания

Каждое задание оценивается 0-2 балла, в зависимости от качества его выполнения:

– задание, выполненное полностью без существенной помощи преподавателя, оценивается в 2 балла;

– задание, выполненное не полностью, с небольшими ошибками либо с существенной помощью преподавателя, оценивается в 1 балл;

– задание, не выполненное, выполненное с существенными ошибками или выполненное менее чем наполовину, оценивается в 0 баллов.

3.2. Промежуточная аттестация

1) Список вопросов к устному зачету

№ №	Вопрос	Компетенция в соответствии с РПД
1	Предмет механики сплошных сред (МСС). Сплошная среда.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
2	Сформулируйте основные разделы МСС.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
3	Сформулируйте основные гипотезы МСС.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
4	Методы МСС.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
5	Система координат. Координатная линия. Координатная поверхность.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1,

		ОПК-3 ОПК-5
6	Прямолинейные системы координат.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
7	Криволинейные системы координат.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
8	ДПСК, ЦСК, ССК.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
9	Сложение векторов. Вычитание векторов. Умножение вектора на скаляр. Скалярное произведение двух векторов.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
10	Векторное произведение двух векторов. Векторно-скалярное (смешенное) произведение трех векторов.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
11	Векторная функция скалярного аргумента.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
12	Годограф вектора. Производная векторной функции скалярного аргумента.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
13	Поле скалярное. Поле векторное.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
14	Поверхность уровня. Векторные линии. Градиент скалярной функции векторного аргумента, его геометрический и аналитический смысл.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
15	Дивергенция (расхождение) вектора.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
16	Теорема Остроградского - Гаусса.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
17	Ротор (вихрь) вектора. Теорема Стокса.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
18	Векторный дифференциальный оператор Гамильтона.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
19	Основной базис системы координат. Понятие метрики пространства.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
20	Метрические коэффициенты основного базиса. Метрическая матрица основного базиса.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
21	Взаимный базис системы координат. Метрические коэффициенты взаимного базиса. Метрическая	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1,

	матрица взаимного базиса.	ОПК-3 ОПК-5
22	Контрвариантный закон преобразования.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
23	Ковариантный закон преобразования.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
24	Диадные произведения базисных векторов.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
25	Ковариантные компоненты тензора второго ранга.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
26	Контрвариантные компоненты тензора второго ранга.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
27	Ранг тензора. Тензор нулевого ранга. Тензор первого ранга.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
28	Тензор второго ранга. Тензор третьего ранга. Симметричный тензор. Антисимметричный тензор. Тензорная поверхность.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
29	Главные оси и главные компоненты симметричного тензора второго ранга	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
30	Инварианты симметричного тензора второго ранга.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
31	Разложение симметричного тензора на шаровой тензор и девиатор.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
32	Сложение и вычитание тензоров. Умножение тензора на скаляр.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
33	Операции жонглирования индексами. Свертывание тензора.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
34	Скалярное и векторное умножение тензоров. Дифференцирование тензоров по координатам.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
35	Символы Кристоффеля первого рода. Символы Кристоффеля второго рода.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
36	Геометрический смысл символов Кристоффеля.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
37	Связь символов Кристоффеля первого и второго рода. Вычисление символов Кристоффеля.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5

		ОПК-3 ОПК-5
38	Абсолютная (ковариантная) производная от контрвариантных компонент тензора первого ранга.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
39	Абсолютная (ковариантная) производная от ковариантных компонент тензора первого ранга.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
40	Абсолютная (ковариантная) производная от контрвариантных компонент тензора второго ранга.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
41	Абсолютная (ковариантная) производная от ковариантных компонент тензора второго ранга.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
42	Градиент тензора. Дивергенция тензора. Ротор тензора.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
43	Теорема Остроградского – Гаусса. Теорема Стокса.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
44	Пространственные (эйлеровы) и материальные (лагранжевы) координаты. Закон движения сплошной среды.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
45	Два подхода к описанию движения: лагранжев и эйлеров.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
46	Материальная (индивидуальная) производная по времени.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
47	Тензор деформаций (ранг, симметричность или антисимметричность, геометрический смысл компонент).	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
48	Тензор деформаций Грина. Тензор деформаций Альманси.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
49	Механический смысл ковариантных компонент тензоров деформаций Грина и Альманси в лагранжевой системе координат.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
50	Главные оси и главные компоненты тензоров деформаций Грина и Альманси, связи между ними.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
51	Формулы для величины относительного изменения объема при деформировании.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
52	Компоненты тензоров деформаций Грина и Альманси в пространственной системе координат.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
53	Выражение компонент тензоров деформации через производные от компонент вектора перемещения.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1,

		ОПК-3 ОПК-5
54	Уравнения совместности для компонент тензора деформаций. Поверхность деформаций Коши.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
55	Инварианты тензора деформаций (первый, второй, третий). Производные инварианты тензора деформаций (средняя деформация, интенсивность деформации).	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
56	Тензор скоростей деформаций. Связь между компонентами тензоров деформаций и скоростей деформаций.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
57	Выражения компонент тензора скоростей деформаций через компоненты вектора скорости.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
58	Механический смысл компонент тензора скоростей деформаций. Формулы для скорости относительного изменения объема при движении среды.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
59	Дивергенция скорости и ее механический смысл. Формула Гаусса - Остроградского	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
60	Формула Коши-Гельмгольца для распределения скоростей в малой окрестности точки сплошной среды. Закон сохранения массы для индивидуального объема сплошной среды.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
61	Формулы дифференцирования по времени интеграла по подвижному индивидуальному объему. Закон сохранения массы для пространственного объема.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
62	Дифференциальное уравнение неразрывности. Уравнение неразрывности для несжимаемой среды.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
63	Уравнение неразрывности в лагранжевых координатах. Закон сохранения количества движения.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
64	Силы, действующие на среду: массовые и поверхностные. Вектор напряжений.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
65	Математическая формулировка закона сохранения количества движения для индивидуального объема сплошной среды. Формула Коши для вектора напряжений.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
66	Тензор напряжений (ранг, симметричность или антисимметричность, физический смысл компонент).	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
67	Главные оси, главные площадки, главные значения тензора напряжений.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5

68	Нормальные и касательные напряжения и их представление через главные напряжения. Экстремальные значения нормальных и касательных напряжений.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
69	Геометрическое представление тензора напряжений. Основные инварианты тензора напряжений в произвольной схеме координат, в декартовой системе главных осей.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
70	Производные инварианты тензора напряжений (среднее напряжение, интенсивность напряжений), их физический смысл.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
71	Разложение тензора напряжений на шаровой тензор и девиатор напряжений.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
72	Вычисление среднего значения и интенсивности напряжений для исходного тензора, шарового тензора и девиатора. Нормальное и касательное напряжение.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
73	Дифференциальные уравнения движения. Вывод дифференциальных уравнений равновесия.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
74	Закон сохранения момента количества движения. Момент количества движения для конечного объема сплошной среды.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
75	Массовые и поверхностные пары. Вектор моментных напряжений.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
76	Математическая формулировка закона сохранения момента количества движения для индивидуального объема сплошной среды. Формула Коши для вектора моментных напряжений.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
77	Тензор моментных напряжений. Дифференциальное уравнение момента количества движения.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5
78	Симметрия тензора напряжений как следствие закона сохранения момента количества движения при некоторых условиях.	
79	Математическая модель среды или явления.	УК-1, УК-2, УК-6, ОПК-1, ОПК-3 ОПК-5

Методические рекомендации по подготовке и процедуре осуществления контроля выполнения

Промежуточная аттестация по дисциплине «Основы механики сплошной среды» проводится в виде теоретического зачета. Учебным планом по направлению подготовки **01.03.03 «Механика и математическое моделирование»** предусмотрено одна промежуточная аттестация по данной дисциплине. Подготовка студента к прохождению

промежуточной аттестации осуществляется в период лекционных и семинарских занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, основной и дополнительной литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

Критерии оценивания

Во время теоретического зачета студент должен дать развернутый ответ на вопросы, изложенные в билете. Преподаватель вправе задавать дополнительные вопросы по всему изучаемому курсу.

Во время ответа студент должен продемонстрировать знания по основам механики сплошной среды: основы тензорного исчисления, подходы к изучению движения деформируемых сред, понятие сплошной среды, проблемы механики сплошных сред, гипотезы механики сплошных сред, представление движения материального континуума, индивидуализация точек материального континуума, сущность точек зрения Лагранжа и Эйлера на изучение движения сплошных сред, теория деформаций, теория напряжений, законы сохранения массы – уравнение неразрывности, закон сохранения количества движения – уравнение движения. Студент должен уметь разделять факты и их интерпретации в МСС, высказывать и аргументировать собственную точку зрения по тем или иным вопросам МСС. Полнота ответа определяется показателями оценивания планируемых результатов обучения.

Критерии оценки

Зачтено

Ответ на «зачтено» оценивается от 20 до 40 баллов.

- наблюдается усвоение основного материала;
- при ответе допускаются неточности;
- при ответе присутствуют недостаточно правильные формулировки;
- нарушение последовательности в изложении программного материала.


Не зачтено

Ответ на «не зачтено» оценивается от 0 до 19 баллов:

- незнание программного материала;
- при ответе возникают грубые ошибки.

<i>Отметка</i>	<i>Кол-во баллов</i>	<i>Процент верных ответов</i>
Зачтено	20-40	свыше 50%
Не зачтено	0-19	менее 50 %

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры математической теории упругости и биомеханики (протокол № 1 от 29 августа 2022 года).

Автор:  Кириллова И.В., к.ф.-м.н., доцент кафедры математической теории упругости и биомеханики механико-математического факультета СГУ.