МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»
Механико-математический факультет

СОГЛАСОВАНО
заведующий кафедрой
математического анализа,
к.ф.-м.н., доцент
_______________А.М.Захаров
"_28_" ___августа___2022 г.

УТВЕРЖДАЮ
председатель НМК механико-
математического факультета,
к.ф.-м.н., доцент
_____________С.В. Тышкевич
"_29_" ___августа___2022 г.

Фонд оценочных средств

текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Математический анализ

Направление подготовки бакалавриата
01.03.03 Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки бакалавриата
Механика деформируемых тел и сред

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Саратов,
2022

Карта компетенций

Контролируемые компетенции (шифр компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык)	Виды заданий и оценочных средств
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.	**Знать:** постановку основных задач элементарной математики; - методы и приемы формализации задач **Уметь:** – анализировать задачи, выделяя ее базовые составляющие; – осуществлять декомпозицию задачи. **Владеть:** – навыками анализа задачи с выделением ее базовых составляющих.	Контрольная работа, Коллоквиум
	2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	**Знать:** - основные источники информации по элементарной математике и ее применении в компьютерных науках. **Уметь:** – находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. **Владеть:** навыками работы с информацией из различных источников.	
	3.1_ Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	**Знать:** – основные задачи основ математического анализа **Уметь:** – оценить достоинства и недостатки различных вариантов решения задач при применении математического	

		анализа в математике и компьютерных науках. **Владеть:** – навыками выбора оптимального решения для поставленной задачи.	
	4.1_ Б.УК-1. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.	**Знать:** – основные факты основ математического анализа и направления его применения в математике и компьютерных науках. **Уметь:** логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь; **Владеть:** – навыками формирования собственных суждений и оценок в области применения математического анализа; – навыками грамотного, логичного и аргументированного изложения своей позиции по вопросам применения математического анализа	
	5.1_ Б.УК-1. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.	**Знать:** – применение математического анализа в математике и компьютерных науках. **Уметь:** –определить практические последствия решения задач в области применения математического анализа. **Владеть:** –навыками определения и оценивания практических	

		последствий возможных решений задач математического анализа	
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	**1.1_Б.УК-2.** Формулирует в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения выделенных задач.	**Знать:** -основные типы задач, в которых используются методы МА **Уметь:** -выделять основные задачи, решение которых приводит к цели **Владеть:** -навыками сравнительного анализа	Контрольная работа, Коллоквиум
	2.1_Б.УК-2. Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.	**Знать:** - действующие правовые нормы **Уметь:** -выбирать наилучшие методы решения задачи **Владеть:** -навыками сведения задачи к более простым	
	3.1_ Б.УК-2. Решает конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время	**Знать:** -основные методы математического анализа **Уметь:** -использовать методы МА для решения прикладной задачи **Владеть:** -аналитическими методами решения задач механики	
	4.1_ Б.УК-2. Публично представляет результаты решения конкретной задачи проекта.	**Знать:** -издательскую систему TEX **Уметь:** -создавать презентации с использованием системы TEX **Владеть:** -методами выступления с использования презентаций	
УК-6 Способен управлять своим	**1.1_Б.УК-6.** Применяет знание о своих ресурсах и их пределах (личностных,	**Знать:** свои возможности **Уметь:**	Контрольная работа,

временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.	оценивать свои возможности с изменением ситуации **Владеть:** несколькими методами решения конкретной задачи	Коллоквиум
	2.1_Б.УК-6. Понимает важность планирования перспективных целей деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.	**Знать:** -требования рынка труда **Уметь:** -приспосабливаться к рынку труда **Владеть:** -информацией об изменениях на рынке труда	
	3.1_Б.УК-6. Реализует намеченные цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.	**Знать:** -возможные этапы карьерного роста **Уметь:** -использовать свои знания для достижения карьерного роста **Владеть:** -законными методами достижения поставленных целей	
	4.1_Б.УК-6. Критически оценивает эффективность использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.	**Знать:** -трудоемкость используемых методов **Уметь:** -оценивать полученный результат **Владеть:** -различными методами достижения цели	
	5.1_Б.УК-6. Демонстрирует интерес к учебе и использует предоставляемые возможности для приобретения новых знаний и навыков.	**Знать:** -границы имеющихся знаний **Уметь:** -искать необходимую информацию **Владеть:** -методами поиска информации	
ОПК-1. Способен использовать фундаментальные знания,	**1.1_Б.ОПК-1.** Демонстрирует знание основных понятий, гипотез, теорем, методов	**Знать:** -основные понятия, теоремы, методы фундаментальной и	Контрольная работа, Коллоквиум

полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности.	фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.	прикладной математики, механики, **Уметь:** -использовать аналитические методы в решении прикладных задач **Владеть:** -аналитическими методами решения задач механики	
	2.1_Б.ОПК-1. Осуществляет первичный сбор и анализ данных в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.	**Знать:** -основные поисковые системы **Уметь:** -пользоваться основными поисковыми системами **Владеть:** -компьютерными методами поиска информации	
	3.1_Б.ОПК-1. Корректно интерпретирует различные данные в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.	**Знать:** -особенности данных в различных областях науки **Уметь:** -отличать достоверные данные от сомнительных **Владеть:** -терминологией механики и прикладной математики	
	4.1_Б.ОПК-1. Обладает навыками анализа математических задач и/или естественнонаучных фактов/явлений.	**Знать:** -основные проблемы математики и естественных наук **Уметь:** -выбрать нужный математический метод **Владеть:** -различными математическими методами	
	5.1_Б.ОПК-1. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, при решении задач в области	**Знать:** -фундаментальные понятия математического анализа **Уметь:**	

	избранных видов профессиональной деятельности.	-использовать фундаментальные понятия математического анализа **Владеть:** -методами сведения прикладных задач к математическим задачам.	
	6.1_Б.ОПК-1. Имеет опыт теоретического исследования объектов профессиональной деятельности с помощью методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.	**Знать:** -конкретные математические модели в задачах механики **Уметь:** -создавать математические модели самостоятельно **Владеть:** -методами построения математических моделей в избранной специализации	
ОПК-5. Способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики.	**1.1_Б.ОПК-5.** Демонстрирует знание научных основ математики и механики.	**Знать:** -научные основы математики и механики **Уметь:** -применять математические методы при решении задач механики **Владеть:** -методами построения математических моделей механичебских процессов и объектов	Контрольная работа, Коллоквиум
	2.1_Б.ОПК-5. Корректно интерпретирует научные знания в области математики и механики.	**Знать:** -законы механики, лежащие в основе классической физики и механики **Уметь:** -объяснять происходящие явления физическими законами **Владеть:** -математическими методами при решении задач механики	
	3.1_Б.ОПК-5. Может различным образом представлять и	**Знать:** -законы физики и механики	

	адаптировать знания в сфере математики и механики с учетом уровня аудитории.	**Уметь:** - использовать методы бесконечно малых в задачах механики **Владеть:** -концепцией бесконечно малых при решении прикладных задач	
	4.1_Б.ОПК-5. Владеет научной терминологией и может публично представлять собственные и известные научные результаты в сфере математики и механики.	**Знать:** -все основные математические термины и понятия **Уметь:** -публично представлять собственные и известные научные результаты **Владеть:** -научной терминологией в области математики и механики	

Показатели оценивания планируемых результатов обучения

Семестр	Шкала оценивания			
	2	3	4	5
1 семестр	**Не владеет** понятийным аппаратом теории предела последовательностей и функций одной переменной. математического; **Не владеет** методами дифференцирования сложных функций, методами исследования функций и построения их графиков.	**Слабо владеет** понятийным аппаратом теории предела последовательностей и функций одной переменной. математического; **Владеет** методами дифференцирования сложных функций, слабо владеет методами исследования функций и построения их графиков	Структурирует базовые термины и понятия дифференциального исчисления; структурирует элементы теорий (формулирует определения и доказывает основные теоремы) курса математического анализа. **Владеет** понятийным аппаратом дифференциального исчисления функций одной переменной,	Знает дифференциальное исчисление; локально упорядочивает и излагает изученный раздел курса математического анализа. **Владеет** понятийным аппаратом дифференциального исчисления функций одной переменной, владеет методами постановки, анализа и решения задач дифференциального исчисления

			владеет методами постановки, анализа и решения задач дифференциального исчисления функций одной переменной.	функций одной переменной. Отлично ориентируется в математических источниках информации
2 семестр	**Не владеет** понятийным аппаратом теории интегрального исчисления; Не владеет методами вычисления интегралов и исследования числовых и степенных рядов на сходимость.	**Слабо владеет** понятийным аппаратом теории интегрального исчисления; методами вычисления интегралов и исследования числовых и степенных рядов на сходимость	**Владеет** понятийным аппаратом теории интегрального исчисления; методами вычисления интегралов и исследования числовых и степенных рядов на сходимость	**Владеет** понятийным аппаратом теории интегрального исчисления; методами вычисления интегралов и исследования числовых и степенных рядов на сходимость. Отлично ориентируется в математических источниках информации
3 семестр	**Не владеет** понятийным аппаратом теории интегрального и дифференциального исчисления; функций многих переменных Не владеет методами нахождения экстремумов функций многих переменных, методами вычисления кратных интегралов и использования из в прикладных зачах геометрии и	**Не в полной мере владеет** понятийным аппаратом теории интегрального и дифференциального исчисления; функций многих переменных Слабо владеет методами нахождения экстремумов функций многих переменных, методами вычисления кратных интегралов и использования из в прикладных зачах геометрии и	**Владеет** понятийным аппаратом теории интегрального и дифференциального исчисления; функций многих переменных Владеет методами нахождения экстремумов функций многих переменных, методами вычисления кратных интегралов и использования их в прикладных зачах геометрии и механики.	**В полной мере владеет** понятийным аппаратом теории интегрального и дифференциального исчисления; функций многих переменных В полной мере владеет методами нахождения экстремумов функций многих переменных, методами вычисления кратных интегралов и использования из в прикладных зачах геометрии и механики.

	механики	механики		
4 семестр	Не умеет использовать теоремы о непрерывности и дифференцируемости интегралов от параметра для вычисления определенных интегралов, не умеет вычислять длину кривой и криволинейные интегралы, вычислять площадь поверхности и поверхностные интегралы. вычислять коэффициенты Фурье. Не владеет методами использования интегралов от параметра для определенных интегралов, не владеет методами вычисления криволинейных и поверхностных интегралов.	Умеет использовать теоремы о непрерывности и дифференцируемости интегралов от параметра для вычисления определенных интегралов, умеет вычислять длину кривой и криволинейные интегралы, вычислять площадь поверхности и поверхностные интегралы как 1 так и 2 рода,. вычислять коэффициенты Фурье. Слабо владеет методами использования интегралов от параметра для определенных интегралов, т методами вычисления криволинейных и поверхностных интегралов, может доказывать некоторые простые теоремы	Умеет использовать теоремы о непрерывности и дифференцируемости интегралов от параметра для вычисления определенных интегралов, умеет вычислять длину кривой и криволинейные интегралы, вычислять площадь поверхности и поверхностные интегралы как 1 так и 2 рода,. вычислять коэффициенты Фурье., Слабо владеет методами использования интегралов от параметра для определенных интегралов, методами вычисления криволинейных и поверхностных интегралов. Может доказывать большинство простых и некоторые сложные теоремы.	Уверенно использует теоремы о непрерывности и дифференцируемости интегралов от параметра для вычисления определенных интегралов, умеет вычислять длину кривой и криволинейные интегралы, вычислять площадь поверхности и поверхностные интегралы как 1 так и 2 рода,. вычислять коэффициенты Фурье., Уверенно владеет методами использования интегралов от параметра для вычисления определенных интегралов, методами вычисления криволинейных и поверхностных интегралов. Может доказывать большинство простых и сложных теорем

Оценочные средства

1.1 Задания для текущего контроля

1) Задания для оценки «УК-1»:

Контрольная работа

(примеры типовых заданий контрольных работ)

Перед написанием контрольных работ студент должен освоить соответствующий теоретический материал, выучить необходимые формулы, разобрать ранее решенные задачи и примеры.

1 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Вариант 1

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{2x+1}$,

2. Исследовать на разрыв функцию $f(x)=\frac{x^2-0{,}25}{2x-1}$,

3. Найти производную функции $f(x)=\arcsin^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x)=\frac{2x^3+28}{2x^2-1}$

Вариант 2

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{1-\sqrt{3-x}}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1+x^2}{3+x^2}\right)^{4x^2}$,

2. Исследовать на разрыв функцию $f(x)=\frac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$,

3. Найти производную функции $f(x)=\arccos^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$,

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x)=\frac{8x^5+2}{x^3-3}$.

1 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Вариант 1

1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+3x-10}{5x^2-4x+3}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x^2}{0{,}1x^2}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$,

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x)=\dfrac{x^2-1}{2x-1}$,

4. Найти асимптоты $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}25}{2x-1}$.

Вариант 2

1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3-9x+1}{2x^3-3x}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{tg4x}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$.

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x)=\dfrac{x^2-4}{3x-2}$.

4. Найти асимптоты $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$.

2 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

Вариант 1

1. Найти интегралы:

1) $\int\dfrac{x^4-x^2+5x}{x^3}dx$; 2) $\int\dfrac{2x+5}{x^3-x^2+2x-2}dx$; 3) $\int x\arcsin x dx$; 4) $\int\dfrac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=2px, x^2=2py$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int\limits_3^{+\infty}\dfrac{x^2}{x^2+4}dx$;

Вариант 2

1. Найти интегралы:

1) $\int \frac{(x^3+2)^2}{\sqrt{x}}dx$; 2) $\int \frac{x^2-1}{x^3+x^2+x}dx$; 3) $\int x\ln x dx$; 4) $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x}dx$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x-2y-1=0,\ y^2=2px$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2+1}dx$;

<u>2 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

<u>Вариант 1</u>

1. Исследовать на сходимость ряд: $2-\frac{3}{2}+...+(-1)^{n+1}\frac{n+1}{n}+...$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(x+1)^n}$,

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $1+2x^2+4x^4+8x^6+...$.

4. Разложить функцию $y=\frac{x-3}{(x+1)^1}$ в степенной ряд по степеням *x*.

<u>Вариант 2</u>

1. Исследовать на сходимость ряд: $-1+\frac{1}{\sqrt{2}}-...+(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n}}+...$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n^2}$

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $(x-4)-\frac{(x-4)^3}{3}+\frac{(x-4)^5}{5}-...$

4. Разложить функцию $y=\frac{x+2}{x^2-5x+6}$ в степенной ряд по степеням *x*.

<u>3 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5

<u>Вариант 1</u>

1. Найти частные производные функции: 1) $z = \cos(2x^2 + y^2)$, 2) $z = tg(\arcsin(2x + y) + 5)$

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $z = x^y + y^2$, 2) $z = \frac{\sin x}{3^y}$.

3. Найти экстремум функции: $z = x^2 - 3xy - y^2 - 2x + 6y + 1$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x = 0, \quad x = 2, \quad y = 1, \quad y = -1.$

Вариант 2

1. Найти частные производные функции: 1) $z = xe^y + ye^x$, 2) $z = \sin x(tgy) + e^x \cos(y + x)$.

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $z = x^2 + y^x$, 2) $z = \frac{\sin y}{2^x}$.

3. Найти экстремум функции: $z = 3x^2 + xy - 6y^2 - 6x - y + 9$

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = arctg(x^2 - xy + y)$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x = -2, \quad x = 2, \quad y = 3, \quad y = -3.$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №6

Вариант 1

1. Изменить порядок интегрирования $\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x + y, z = xy,$ $x + y = 1, x = o, y = 0$

3.Вычислить интеграл $\iint\limits_{x^2+y^2} \frac{dx\,dy}{(x^2 + y^2)^p}$

4.Вычислить интеграл $\iint\limits_{\substack{xy\ge1 \\ x\ge1}} \frac{dx\,dy}{x^p y^q}$

5. Выразить через Эйлеровы интегралы $\int_0^{+\infty} x^m e^{-x^n} dx$

Вариант 2

1. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{\sqrt{1-y^2}}^{2\sqrt{y+\lambda}} f(x,y)dx$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2, z = 0, y = 1, y = 2x, y = 6 - x$

3.Вычислить интеграл $\iint\limits_G xydxdy, G = \{x^2 + y^2 \le 25, 3x + y \ge 5\}$

4.Вычислить интеграл $\iint\limits_{\substack{\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}\le 1,\\ x^2+y^2\ge 1}} |\, y \,|\, dxdy,$

5. Выразить через Эйлеровы интегралы $\int\limits_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-\alpha x}\, dx, p > 0, \alpha > 0$

4 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №7

Вариант 1

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_L xdy + ydx$ по контуру треугольника, ограниченного осями координат и прямой $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$;

2) $\int\limits_L \frac{xdx}{y} + \frac{dy}{y-a}$ по отрезку циклоиды: $x = a(t - \sin t),\ y = a(1 - \cos t)$ от точки $t = \frac{\pi}{6}$ до точки $t = \frac{\pi}{3}$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F} = x^2 y \cdot \vec{i} + y^2 z \cdot \vec{j} + z^2 x \cdot \vec{k}$.

Вариант 2

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_L xdy - ydx$ по кривой $y = x^3$ от точки (0;0) до точки (2;8);

2) $\int\limits_L \frac{x^2 dy - y^2 dx}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}$ по астроиде $x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t$ от точки $(a;0)$ до точки $(0;a)$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F} = xy^2 \cdot \vec{i} - yz \cdot \vec{j} + z^2 \cdot \vec{k}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

<u>Вариант 1</u>

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S x^2 dS,$ где S – боковая поверхность конуса $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{a^2}=\dfrac{z^2}{c^2}, 0\le z\le h.$

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_{\sigma} y^2 dxdz,$ где σ – внутренняя сторона полусферы $x^2+y^2+z^2=R^2, y\ge 0.$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}=(x-2z)\cdot\vec{i}+(3z-4x)\cdot\vec{j}+(5x+y)\cdot\vec{k}$ через треугольник ABC с вершинами *A(1;0;0),B(0;1;0),C(0;0;1),* предполагая, что нормальный вектор составляет острые углы с координатными осями.

4. Пользуясь формулой Стокса, вычислить криволинейный интеграл $I=\int\limits_{ÎÀ} yzdx+3xzdy+2xydz,$ где OA – кривая, $x=t\cos t,\ y=t\sin t,\ z=t^2,$ $0\le t\le 2\pi,$ *O(0;0;0), A(2π(2π;0*^{2} *).*

<u>Вариант 2</u>

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S x^2 dS,$ где S – нижняя часть полусферы $x^2+y^2+z^2=R^2, z\le 0.$

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_{\sigma} z^4 dxdy,$ где σ – внутренняя сторона поверхности полусферы $x^2+y^2+z^2=R^2, z\ge 0.$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}=(x-2z)\cdot\vec{i}+(3z-4x)\cdot\vec{j}+(5x+y)\cdot\vec{k}$ через треугольник, полученный при пересечении плоскости $6x+2y+3z-6=0$ с плоскостями координат (нормаль составляет острые углы с осями координат).

4. Пользуясь формулой Остроградского-Гаусса, вычислить интеграл $Ï=\iint\limits_{\Phi} x^2dydz+y^2dzdx+z^2dxdy,$ где Φ – внешняя сторона сферы $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2.$

Критерии оценивания контрольных работ:

1. Работа №1 (от 0 до 20 баллов).
Критерии оценки:

- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов

- от 76 % до 100 % - 20 баллов

2. Работа №2 (от 0 до 20 баллов).
- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов
- от 76 % до 100 % - 20 баллов

Таблица. Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку (экзамен):

от 90 до 100 баллов	«отлично»
от 80 до 89 баллов	«хорошо»
от 65 до 79 баллов	«удовлетворительно»
меньше 64 баллов	«неудовлетворительно»

Задания для оценки «УК-2» :

Контрольная работа

(примеры типовых заданий контрольных работ)

Перед написанием контрольных работ студент должен освоить соответствующий теоретический материал, выучить необходимые формулы, разобрать ранее решенные задачи и примеры.

<u>1 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

<u>Вариант 1</u>

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^{2x+1}$,

2. Исследовать на разрыв функцию $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}25}{2x-1}$,

3. Найти производную функции $f(x)=\arcsin^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x)=\dfrac{2x^3+28}{2x^2-1}$

<u>Вариант 2</u>

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{1-\sqrt{3-x}}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+x^2}{3+x^2}\right)^{4x^2}$,

2. Исследовать на разрыв функцию $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$,

3. Найти производную функции $f(x)=\arccos^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$,

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x)=\dfrac{8x^5+2}{x^3-3}$.

1 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Вариант 1

1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+3x-10}{5x^2-4x+3}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x^2}{0{,}1x^2}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$,

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x)=\dfrac{x^2-1}{2x-1}$,

4. Найти асимптоты $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}25}{2x-1}$.

Вариант 2

1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3-9x+1}{2x^3-3x}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{tg4x}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$.

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x)=\dfrac{x^2-4}{3x-2}$.

4. Найти асимптоты $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$.

2 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

Вариант 1

1. Найти интегралы:

1) $\int \frac{x^4 - x^2 + 5x}{x^3} dx$; 2) $\int \frac{2x+5}{x^3 - x^2 + 2x - 2} dx$; 3) $\int x \arcsin x dx$; 4) $\int \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2px, x^2 = 2py$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int_3^{+\infty} \frac{x^2}{x^2+4} dx$;

Вариант 2

1. Найти интегралы:

1) $\int \frac{(x^3+2)^2}{\sqrt{x}} dx$; 2) $\int \frac{x^2 - 1}{x^3 + x^2 + x} dx$; 3) $\int x \ln x dx$; 4) $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x - 2y - 1 = 0,\ y^2 = 2px$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2+1} dx$;

2 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

Вариант 1

1. Исследовать на сходимость ряд: $2 - \frac{3}{2} + \ldots + (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n} + \ldots$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x+1)^n}$,

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $1 + 2x^2 + 4x^4 + 8x^6 + \ldots$.

4. Разложить функцию $y = \frac{x-3}{(x+1)^1}$ в степенной ряд по степеням *x*.

Вариант 2

1. Исследовать на сходимость ряд: $-1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - \ldots + (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}} + \ldots$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n^2}$

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $(x-4)-\frac{(x-4)^3}{3}+\frac{(x-4)^5}{5}-...$

4. Разложить функцию $y=\frac{x+2}{x^2-5x+6}$ в степенной ряд по степеням *x*.

__3 семестр__

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5

<u>Вариант 1</u>

1. Найти частные производные функции: 1) $z=\cos(2x^2+y^2)$, 2) $z=\mathrm{tg}(\arcsin(2x+y)+5)$

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $z=x^y+y^2$, 2) $z=\frac{\sin x}{3^y}$.

3. Найти экстремум функции: $z=x^2-3xy-y^2-2x+6y+1$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=x^3+8y^3-6xy+1$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x=0,\quad x=2,\quad y=1,\quad y=-1.$

<u>Вариант 2</u>

1. Найти частные производные функции: 1) $z=xe^y+ye^x$, 2) $z=\sin x(\mathrm{tg}y)+e^x\cos(y+x)$.

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $z=x^2+y^x$, 2) $z=\frac{\sin y}{2^x}$.

3. Найти экстремум функции: $z=3x^2+xy-6y^2-6x-y+9$

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=arctg(x^2-xy+y)$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x=-2,\quad x=2,\quad y=3,\quad y=-3.$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №6

<u>Вариант 1</u>

1. Изменить порядок интегрирования $\int_1^e dx\int_0^{\ln x}f(x,y)dy$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z=x+y, z=xy,$

$x+y=1, x=o, y=0$

3.Вычислить интеграл $\iint\limits_{x^2+y^2} \dfrac{dx\,dy}{(x^2+y^2)^p}$

4.Вычислить интеграл $\iint\limits_{\substack{xy\geq 1\\ x\geq 1}} \dfrac{dx\,dy}{x^p y^q}$

5. Выразить через Эйлеровы интегралы $\int\limits_0^{+\infty} x^m e^{-x^n}\,dx$

<u>Вариант 2</u>

1. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{\sqrt{1-y^2}}^{2\sqrt{y+\lambda}} f(x,y)dx$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z=x^2+y^2, z=0, y=1, y=2x, y=6-x$

3.Вычислить интеграл $\iint\limits_G xydxdy, G=\{x^2+y^2 \leq 25, 3x+y\geq 5\}$

4.Вычислить интеграл $\iint\limits_{\substack{\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}\leq 1,\\ x^2+y^2\geq 1}} |y|\,dxdy,$

5. Выразить через Эйлеровы интегралы $\int\limits_0^{+\infty} x^{p-1}e^{-\alpha x}\,dx, p>0, \alpha>0$

<u>4 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №7

<u>Вариант 1</u>

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_L xdy+ydx$ по контуру треугольника, ограниченного осями координат и прямой $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$;

2) $\int\limits_L \dfrac{xdx}{y}+\dfrac{dy}{y-a}$ по отрезку циклоиды: $x=a(t-\sin t),\ y=a(1-\cos t)$ от точки $t=\dfrac{\pi}{6}$ до точки $t=\dfrac{\pi}{3}$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F}=x^2y\cdot\vec{i}+y^2z\cdot\vec{j}+z^2x\cdot\vec{k}$.

Вариант 2

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_L xdy - ydx$ по кривой $y = x^3$ от точки (0;0) до точки (2;8);

2) $\int\limits_L \dfrac{x^2dy - y^2dx}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}$ по астроиде $x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t$ от точки $(a;0)$ до точки $(0;a)$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F} = xy^2 \cdot \vec{i} - yz \cdot \vec{j} + z^2 \cdot \vec{k}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

Вариант 1

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S x^2 dS,$ где S – боковая поверхность конуса $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{a^2} = \dfrac{z^2}{c^2}, 0 \le z \le h.$

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_\sigma y^2 dxdz,$ где σ – внутренняя сторона полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, y \ge 0.$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a} = (x - 2z) \cdot \vec{i} + (3z - 4x) \cdot \vec{j} + (5x + y) \cdot \vec{k}$ через треугольник ABC с вершинами *A(1;0;0),B(0;1;0),C(0;0;1),* предполагая, что нормальный вектор составляет острые углы с координатными осями.

4. Пользуясь формулой Стокса, вычислить криволинейный интеграл $I = \int\limits_{\text{ÎÀ}} yzdx + 3xzdy + 2xydz,$ где OA – кривая, $x = t\cos t,\ y = t\sin t,\ z = t^2,$ $0 \le t \le 2\pi,$ *O(0;0;0), A(2π(2π;0*^{2} *).*

Вариант 2

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S x^2 dS,$ где S – нижняя часть полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \le 0.$

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_\sigma z^4 dxdy,$ где σ – внутренняя сторона поверхности полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \ge 0.$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a} = (x - 2z) \cdot \vec{i} + (3z - 4x) \cdot \vec{j} + (5x + y) \cdot \vec{k}$ через треугольник, полученный при пересечении плоскости $6x + 2y + 3z - 6 = 0$ с плоскостями координат (нормаль составляет острые углы с осями координат).

4. Пользуясь формулой Остроградского-Гаусса, вычислить интеграл $\ddot{I} = \iint\limits_{\Phi} x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy,$ где Ф – внешняя сторона сферы $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2.$

Критерии оценивания контрольных работ:

3. Работа №1 (от 0 до 20 баллов).
Критерии оценки:

- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов
- от 76 % до 100 % - 20 баллов

4. Работа №2 (от 0 до 20 баллов).

- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов
- от 76 % до 100 % - 20 баллов

Таблица. Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку (экзамен):

от 90 до 100 баллов	«отлично»
от 80 до 89 баллов	«хорошо»
от 65 до 79 баллов	«удовлетворительно»
меньше 64 баллов	«неудовлетворительно»

Задания для оценки «УК-6» :

Контрольная работа

(примеры типовых заданий контрольных работ)

Перед написанием контрольных работ студент должен освоить соответствующий теоретический материал, выучить необходимые формулы, разобрать ранее решенные задачи и примеры.

<u>1 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

<u>Вариант 1</u>

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^{2x+1}$,

2**.** Исследовать на разрыв функцию $f(x) = \dfrac{x^2 - 0{,}25}{2x-1}$,

3. Найти производную функции $f(x) = \arcsin^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x) = \dfrac{2x^3+28}{2x^2-1}$

<u>Вариант 2</u>

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{1-\sqrt{3-x}}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+x^2}{3+x^2}\right)^{4x^2}$,

2. Исследовать на разрыв функцию $f(x) = \dfrac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$,

3. Найти производную функции $f(x) = \arccos^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$,

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x) = \dfrac{8x^5+2}{x^3-3}$.

<u>1 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

<u>Вариант 1</u>

1**.** Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+3x-10}{5x^2-4x+3}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x^2}{0{,}1x^2}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$,

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x) = \dfrac{x^2-1}{2x-1}$,

4. Найти асимптоты $f(x) = \dfrac{x^2-0{,}25}{2x-1}$.

<u>Вариант 2</u>

1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3-9x+1}{2x^3-3x}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{tg4x}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$.

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x)=\dfrac{x^2-4}{3x-2}$.

4. Найти асимптоты $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$.

<u>2 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

<u>Вариант 1</u>

1. Найти интегралы:

1) $\int \dfrac{x^4-x^2+5x}{x^3}dx$; 2) $\int \dfrac{2x+5}{x^3-x^2+2x-2}dx$; 3) $\int x\arcsin x dx$; 4) $\int \dfrac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=2px,\ x^2=2py$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int\limits_3^{+\infty}\dfrac{x^2}{x^2+4}dx$;

<u>Вариант 2</u>

1. Найти интегралы:

1) $\int \dfrac{(x^3+2)^2}{\sqrt{x}}dx$; 2) $\int \dfrac{x^2-1}{x^3+x^2+x}dx$; 3) $\int x\ln x dx$; 4) $\int \dfrac{\sqrt{x-1}}{x}dx$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x-2y-1=0,\ y^2=2px$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int\limits_1^{+\infty}\dfrac{1}{x^2+1}dx$;

<u>2 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

<u>Вариант 1</u>

1. Исследовать на сходимость ряд: $2-\dfrac{3}{2}+\ldots+(-1)^{n+1}\dfrac{n+1}{n}+\ldots$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n(x+1)^n}$,

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $1+2x^2+4x^4+8x^6+\ldots$.

4. Разложить функцию $y=\dfrac{x-3}{(x+1)^1}$ в степенной ряд по степеням *x*.

Вариант 2

1. Исследовать на сходимость ряд: $-1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\ldots+(-1)^n\dfrac{1}{\sqrt{n}}+\ldots$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\cos nx}{n^2}$

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $(x-4)-\dfrac{(x-4)^3}{3}+\dfrac{(x-4)^5}{5}-\ldots$

4. Разложить функцию $y=\dfrac{x+2}{x^2-5x+6}$ в степенной ряд по степеням *x*.

3 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5

Вариант 1

1. Найти частные производные функции: 1) $z=\cos(2x^2+y^2)$, 2) $z=tg(\arcsin(2x+y)+5)$

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $z=x^y+y^2$, 2) $z=\dfrac{\sin x}{3^y}$.

3. Найти экстремум функции: $z=x^2-3xy-y^2-2x+6y+1$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=x^3+8y^3-6xy+1$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x=0,\quad x=2,\quad y=1,\quad y=-1$.

Вариант 2

1. Найти частные производные функции: 1) $z=xe^y+ye^x$, 2) $z=\sin x(tgy)+e^x\cos(y+x)$.

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $z=x^2+y^x$, 2) $z=\dfrac{\sin y}{2^x}$.

3. Найти экстремум функции: $z=3x^2+xy-6y^2-6x-y+9$

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = arctg(x^2 - xy + y)$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x = -2, \quad x = 2, \quad y = 3, \quad y = -3.$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №6

Вариант 1

1. Изменить порядок интегрирования $\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x,y)dy$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x + y, z = xy,$

$x + y = 1, x = o, y = 0$

3.Вычислить интеграл $\iint\limits_{x^2+y^2} \frac{dx\,dy}{(x^2+y^2)^p}$

4.Вычислить интеграл $\iint\limits_{\substack{xy\geq 1\\ x\geq 1}} \frac{dx\,dy}{x^p y^q}$

5. Выразить через Эйлеровы интегралы $\int_0^{+\infty} x^m e^{-x^n} dx$

Вариант 2

1. Изменить порядок интегрирования $\int_{-1}^{0} dy \int_{\sqrt{1-y^2}}^{2\sqrt{y+\lambda}} f(x,y)dx$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2, z = 0, y = 1, y = 2x, y = 6 - x$

3.Вычислить интеграл $\iint\limits_G xydxdy, G = \{x^2 + y^2 \leq 25, 3x + y \geq 5\}$

4.Вычислить интеграл $\iint\limits_{\substack{\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}\leq 1,\\ x^2+y^2\geq 1}} |\,y\,|\,dxdy,$

5. Выразить через Эйлеровы интегралы $\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-\alpha x}\, dx, p > 0, \alpha > 0$

4 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №7

Вариант 1

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_L xdy + ydx$ по контуру треугольника, ограниченного осями координат и прямой $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$;

2) $\int\limits_L \frac{xdx}{y} + \frac{dy}{y-a}$ по отрезку циклоиды: $x = a(t - \sin t),\ y = a(1 - \cos t)$ от точки $t = \frac{\pi}{6}$ до точки $t = \frac{\pi}{3}$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F} = x^2 y \cdot \vec{i} + y^2 z \cdot \vec{j} + z^2 x \cdot \vec{k}$.

<u>Вариант 2</u>

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_L xdy - ydx$ по кривой $y = x^3$ от точки (0;0) до точки (2;8);

2) $\int\limits_L \frac{x^2 dy - y^2 dx}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}$ по астроиде $x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t$ от точки $(a;0)$ до точки $(0;a)$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F} = xy^2 \cdot \vec{i} - yz \cdot \vec{j} + z^2 \cdot \vec{k}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

<u>Вариант 1</u>

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S x^2 dS$, где S – боковая поверхность конуса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = \frac{z^2}{c^2}, 0 \le z \le h$.

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_\sigma y^2 dxdz$, где σ – внутренняя сторона полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, y \ge 0$.

3. Найти поток векторного поля $\vec{a} = (x - 2z) \cdot \vec{i} + (3z - 4x) \cdot \vec{j} + (5x + y) \cdot \vec{k}$ через треугольник АВС с вершинами *A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1),* предполагая, что нормальный вектор составляет острые углы с координатными осями.

4. Пользуясь формулой Стокса, вычислить криволинейный интеграл $I = \int\limits_{ÎÀ} yzdx + 3xzdy + 2xydz$, где OA – кривая, $x = t\cos t,\ y = t\sin t,\ z = t^2$, $0 \le t \le 2\pi$, *O(0;0;0), A(2π(2π;0²).*

<u>Вариант 2</u>

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S x^2 dS,$ где $S-$ нижняя часть полусферы $x^2+y^2+z^2=R^2, z\le 0.$

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_\sigma z^4 dxdy,$ где $\sigma-$ внутренняя сторона поверхности полусферы $x^2+y^2+z^2=R^2, z\ge 0.$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}=(x-2z)\cdot\vec{i}+(3z-4x)\cdot\vec{j}+(5x+y)\cdot\vec{k}$ через треугольник, полученный при пересечении плоскости $6x+2y+3z-6=0$ с плоскостями координат (нормаль составляет острые углы с осями координат).

4. Пользуясь формулой Остроградского-Гаусса, вычислить интеграл Ï $=\iint\limits_\Phi x^2dydz+y^2dzdx+z^2dxdy,$ где Φ – внешняя сторона сферы $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2.$

Критерии оценивания контрольных работ:

5. Работа №1 (от 0 до 20 баллов).
Критерии оценки:

- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов
- от 76 % до 100 % - 20 баллов

6. Работа №2 (от 0 до 20 баллов).

- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов
- от 76 % до 100 % - 20 баллов

Таблица. Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку (экзамен):

от 90 до 100 баллов	«отлично»
от 80 до 89 баллов	«хорошо»
от 65 до 79 баллов	«удовлетворительно»
меньше 64 баллов	«неудовлетворительно»

Задания для оценки «ОПК-1» :

Контрольная работа

(примеры типовых заданий контрольных работ)

Перед написанием контрольных работ студент должен освоить соответствующий теоретический материал, выучить необходимые формулы, разобрать ранее решенные задачи и примеры.

<u>1 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

<u>Вариант 1</u>

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^{2x+1}$,

2. Исследовать на разрыв функцию $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}25}{2x-1}$,

3. Найти производную функции $f(x)=\arcsin^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x)=\dfrac{2x^3+28}{2x^2-1}$

<u>Вариант 2</u>

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{1-\sqrt{3-x}}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+x^2}{3+x^2}\right)^{4x^2}$,

2. Исследовать на разрыв функцию $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$,

3. Найти производную функции $f(x)=\arccos^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$,

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x)=\dfrac{8x^5+2}{x^3-3}$.

<u>1 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

<u>Вариант 1</u>

1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+3x-10}{5x^2-4x+3}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x^2}{0{,}1x^2}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$,

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x)=\frac{x^2-1}{2x-1}$,

4. Найти асимптоты $f(x)=\frac{x^2-0{,}25}{2x-1}$.

Вариант 2

1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{6x^3-9x+1}{2x^3-3x}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{tg4x}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x)=\frac{x^2}{x-1}$.

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x)=\frac{x^2-4}{3x-2}$.

4. Найти асимптоты $f(x)=\frac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$.

2 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

Вариант 1

1. Найти интегралы:

1) $\int\frac{x^4-x^2+5x}{x^3}dx$; 2) $\int\frac{2x+5}{x^3-x^2+2x-2}dx$; 3) $\int x\arcsin x dx$; 4) $\int\frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=2px, x^2=2py$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int\limits_3^{+\infty}\frac{x^2}{x^2+4}dx$;

Вариант 2

1. Найти интегралы:

1) $\int\frac{(x^3+2)^2}{\sqrt{x}}dx$; 2) $\int\frac{x^2-1}{x^3+x^2+x}dx$; 3) $\int x\ln x dx$; 4) $\int\frac{\sqrt{x-1}}{x}dx$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x-2y-1=0, y^2=2px$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int\limits_{1}^{+\infty} \frac{1}{x^2+1} dx$;

<u>2 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

<u>Вариант 1</u>

1. Исследовать на сходимость ряд: $2-\frac{3}{2}+\ldots+(-1)^{n+1}\frac{n+1}{n}+\ldots$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(x+1)^n}$,

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $1+2x^2+4x^4+8x^6+\ldots$.

4. Разложить функцию $y=\frac{x-3}{(x+1)^1}$ в степенной ряд по степеням *x*.

<u>Вариант 2</u>

1. Исследовать на сходимость ряд: $-1+\frac{1}{\sqrt{2}}-\ldots+(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n}}+\ldots$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n^2}$

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $(x-4)-\frac{(x-4)^3}{3}+\frac{(x-4)^5}{5}-\ldots$

4. Разложить функцию $y=\frac{x+2}{x^2-5x+6}$ в степенной ряд по степеням *x*.

<u>3 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5

<u>Вариант 1</u>

1. Найти частные производные функции: 1) $z=\cos(2x^2+y^2)$, 2) $z=\mathrm{tg}(\arcsin(2x+y)+5)$

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $z=x^y+y^2$, 2) $z=\frac{\sin x}{3^y}$.

3. Найти экстремум функции: $z=x^2-3xy-y^2-2x+6y+1$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x = 0, \quad x = 2, \quad y = 1, \quad y = -1.$

<u>Вариант 2</u>

1. Найти частные производные функции: 1) $z = xe^y + ye^x$, 2) $z = \sin x(\mathrm{tg} y) + e^x \cos(y + x)$.

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $z = x^2 + y^x$, 2) $z = \dfrac{\sin y}{2^x}$.

3. Найти экстремум функции: $z = 3x^2 + xy - 6y^2 - 6x - y + 9$

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = arctg(x^2 - xy + y)$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x = -2, \quad x = 2, \quad y = 3, \quad y = -3.$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №6

<u>Вариант 1</u>

1. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_1^e dx \int\limits_0^{\ln x} f(x, y) dy$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x + y, z = xy,$
$x + y = 1, x = o, y = 0$

3.Вычислить интеграл $\iint\limits_{x^2+y^2} \dfrac{dx\,dy}{(x^2 + y^2)^p}$

4.Вычислить интеграл $\iint\limits_{\substack{xy \geq 1 \\ x \geq 1}} \dfrac{dx\,dy}{x^p y^q}$

5. Выразить через Эйлеровы интегралы $\int\limits_0^{+\infty} x^m e^{-x^n} dx$

<u>Вариант 2</u>

1. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{\sqrt{1-y^2}}^{2\sqrt{y+\lambda}} f(x, y) dx$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2, z = 0, y = 1, y = 2x, y = 6 - x$

3.Вычислить интеграл $\iint\limits_G xydxdy, G = \left\{x^2 + y^2 \leq 25, 3x + y \geq 5\right\}$

4.Вычислить интеграл $\iint\limits_{\substack{\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}\le 1,\\ x^2+y^2\ge 1}} |y|\,dxdy,$

5. Выразить через Эйлеровы интегралы $\int\limits_0^{+\infty} x^{p-1}e^{-\alpha x}\,dx, p>0, \alpha>0$

<u>4 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №7

<u>Вариант 1</u>

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_L xdy+ydx$ по контуру треугольника, ограниченного осями координат и прямой $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$;

2) $\int\limits_L \frac{xdx}{y}+\frac{dy}{y-a}$ по отрезку циклоиды: $x=a(t-\sin t)$, $y=a(1-\cos t)$ от точки $t=\frac{\pi}{6}$ до точки $t=\frac{\pi}{3}$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F}=x^2y\cdot\vec{i}+y^2z\cdot\vec{j}+z^2x\cdot\vec{k}$.

<u>Вариант 2</u>

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_L xdy-ydx$ по кривой $y=x^3$ от точки (0;0) до точки (2;8);

2) $\int\limits_L \frac{x^2dy-y^2dx}{x^{\frac{5}{3}}+y^{\frac{5}{3}}}$ по астроиде $x=a\cos^3 t$, $y=a\sin^3 t$ от точки $(a;0)$ до точки $(0;a)$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F}=xy^2\cdot\vec{i}-yz\cdot\vec{j}+z^2\cdot\vec{k}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

<u>Вариант 1</u>

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S x^2dS$, где S – боковая поверхность конуса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}=\frac{z^2}{c^2}, 0\le z\le h$.

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_{\sigma} y^2 dxdz,$ где σ – внутренняя сторона полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, y \geq 0.$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a} = (x - 2z) \cdot \vec{i} + (3z - 4x) \cdot \vec{j} + (5x + y) \cdot \vec{k}$ через треугольник ABC с вершинами $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1),$ предполагая, что нормальный вектор составляет острые углы с координатными осями.

4. Пользуясь формулой Стокса, вычислить криволинейный интеграл $I = \int\limits_{\hat{I}\hat{A}} yzdx + 3xzdy + 2xydz,$ где OA – кривая, $x = t\cos t,\ y = t\sin t,\ z = t^2,$ $0 \leq t \leq 2\pi,\ O(0;0;0),\ A(2\pi(2\pi;0^2).$

<u>Вариант 2</u>

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_{S} x^2 dS,$ где S – нижняя часть полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \leq 0.$

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_{\sigma} z^4 dxdy,$ где σ – внутренняя сторона поверхности полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0.$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a} = (x - 2z) \cdot \vec{i} + (3z - 4x) \cdot \vec{j} + (5x + y) \cdot \vec{k}$ через треугольник, полученный при пересечении плоскости $6x + 2y + 3z - 6 = 0$ с плоскостями координат (нормаль составляет острые углы с осями координат).

4. Пользуясь формулой Остроградского-Гаусса, вычислить интеграл $\ddot{I} = \iint\limits_{\Phi} x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy,$ где Ф – внешняя сторона сферы $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2.$

Критерии оценивания контрольных работ:

7. Работа №1 (от 0 до 20 баллов).
Критерии оценки:
- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов
- от 76 % до 100 % - 20 баллов

8. Работа №2 (от 0 до 20 баллов).
- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов
- от 76 % до 100 % - 20 баллов

Таблица. Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку (экзамен):

от 90 до 100 баллов	«отлично»
от 80 до 89 баллов	«хорошо»
от 65 до 79 баллов	«удовлетворительно»
меньше 64 баллов	«неудовлетворительно»

Задания для оценки «ОПК-5» :

Контрольная работа

(примеры типовых заданий контрольных работ)

Перед написанием контрольных работ студент должен освоить соответствующий теоретический материал, выучить необходимые формулы, разобрать ранее решенные задачи и примеры.

<u>1 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

<u>Вариант 1</u>

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^{2x+1}$,

2. Исследовать на разрыв функцию $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}25}{2x-1}$,

3. Найти производную функции $f(x)=\arcsin^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x)=\dfrac{2x^3+28}{2x^2-1}$

<u>Вариант 2</u>

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{1-\sqrt{3-x}}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+x^2}{3+x^2}\right)^{4x^2}$,

2. Исследовать на разрыв функцию $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$,

3. Найти производную функции $f(x)=\arccos^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$,

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x)=\dfrac{8x^5+2}{x^3-3}$.

<u>1 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Вариант 1

1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+3x-10}{5x^2-4x+3}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x^2}{0{,}1x^2}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$,

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x)=\dfrac{x^2-1}{2x-1}$,

4. Найти асимптоты $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}25}{2x-1}$.

Вариант 2

1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3-9x+1}{2x^3-3x}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{tg4x}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$.

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x)=\dfrac{x^2-4}{3x-2}$.

4. Найти асимптоты $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$.

<u>2 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

Вариант 1

1. Найти интегралы:

1) $\int\dfrac{x^4-x^2+5x}{x^3}dx$; 2) $\int\dfrac{2x+5}{x^3-x^2+2x-2}dx$; 3) $\int x\arcsin x\,dx$; 4) $\int\dfrac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=2px,\ x^2=2py$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int\limits_3^{+\infty}\dfrac{x^2}{x^2+4}dx$;

Вариант 2

1. Найти интегралы:

1) $\int \frac{(x^3+2)^2}{\sqrt{x}}dx$; 2) $\int \frac{x^2-1}{x^3+x^2+x}dx$; 3) $\int x\ln x dx$; 4) $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x}dx$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x-2y-1=0,\ y^2=2px$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int\limits_1^{+\infty} \frac{1}{x^2+1}dx$;

<u>2 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

Вариант 1

1. Исследовать на сходимость ряд: $2-\frac{3}{2}+...+(-1)^{n+1}\frac{n+1}{n}+...$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(x+1)^n}$,

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $1+2x^2+4x^4+8x^6+...$.

4. Разложить функцию $y=\frac{x-3}{(x+1)^1}$ в степенной ряд по степеням x.

Вариант 2

1. Исследовать на сходимость ряд: $-1+\frac{1}{\sqrt{2}}-...+(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n}}+...$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n^2}$

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $(x-4)-\frac{(x-4)^3}{3}+\frac{(x-4)^5}{5}-...$

4. Разложить функцию $y=\frac{x+2}{x^2-5x+6}$ в степенной ряд по степеням x.

<u>3 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5

Вариант 1

1. Найти частные производные функции: 1) $z = \cos(2x^2 + y^2)$, 2) $z = tg(\arcsin(2x + y) + 5)$

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $z = x^y + y^2$, 2) $z = \frac{\sin x}{3^y}$.

3. Найти экстремум функции: $z = x^2 - 3xy - y^2 - 2x + 6y + 1$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x = 0, \quad x = 2, \quad y = 1, \quad y = -1.$

Вариант 2

1. Найти частные производные функции: 1) $z = xe^y + ye^x$, 2) $z = \sin x(tgy) + e^x \cos(y + x)$.

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $z = x^2 + y^x$, 2) $z = \frac{\sin y}{2^x}$.

3. Найти экстремум функции: $z = 3x^2 + xy - 6y^2 - 6x - y + 9$

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = arctg(x^2 - xy + y)$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x = -2, \quad x = 2, \quad y = 3, \quad y = -3.$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №6

Вариант 1

1. Изменить порядок интегрирования $\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x + y, z = xy,$ $x + y = 1, x = o, y = 0$

3.Вычислить интеграл $\iint\limits_{x^2+y^2} \frac{dx\,dy}{(x^2 + y^2)^p}$

4.Вычислить интеграл $\iint\limits_{\substack{xy \ge 1 \\ x \ge 1}} \frac{dx\,dy}{x^p y^q}$

5. Выразить через Эйлеровы интегралы $\int_0^{+\infty} x^m e^{-x^n} dx$

Вариант 2

1. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{\sqrt{1-y^2}}^{2\sqrt{y+\lambda}} f(x,y)dx$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2, z = 0, y = 1, y = 2x, y = 6 - x$

3.Вычислить интеграл $\iint\limits_{G} xydxdy, G = \left\{x^2 + y^2 \le 25, 3x + y \ge 5\right\}$

4.Вычислить интеграл $\iint\limits_{\substack{\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}\le 1,\\ x^2+y^2\ge 1}} |\,y\,|\, dxdy,$

5. Выразить через Эйлеровы интегралы $\int\limits_{0}^{+\infty} x^{p-1} e^{-\alpha x}\, dx, p > 0, \alpha > 0$

4 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №7

Вариант 1

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_{L} xdy + ydx$ по контуру треугольника, ограниченного осями координат и прямой $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$;

2) $\int\limits_{L} \frac{xdx}{y} + \frac{dy}{y-a}$ по отрезку циклоиды: $x = a(t - \sin t),\ y = a(1 - \cos t)$ от точки $t = \frac{\pi}{6}$ до точки $t = \frac{\pi}{3}$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F} = x^2 y \cdot \vec{i} + y^2 z \cdot \vec{j} + z^2 x \cdot \vec{k}$.

Вариант 2

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_{L} xdy - ydx$ по кривой $y = x^3$ от точки (0;0) до точки (2;8);

2) $\int\limits_{L} \frac{x^2 dy - y^2 dx}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}$ по астроиде $x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t$ от точки $(a;0)$ до точки $(0;a)$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F} = xy^2 \cdot \vec{i} - yz \cdot \vec{j} + z^2 \cdot \vec{k}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

<u>Вариант 1</u>

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S x^2 dS,$ где S – боковая поверхность конуса $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{a^2}=\dfrac{z^2}{c^2}, 0 \le z \le h.$

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_\sigma y^2 dxdz,$ где σ – внутренняя сторона полусферы $x^2+y^2+z^2=R^2, y \ge 0.$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}=(x-2z)\cdot\vec{i}+(3z-4x)\cdot\vec{j}+(5x+y)\cdot\vec{k}$ через треугольник ABC с вершинами *A(1;0;0),B(0;1;0),C(0;0;1),* предполагая, что нормальный вектор составляет острые углы с координатными осями.

4. Пользуясь формулой Стокса, вычислить криволинейный интеграл $I=\int\limits_{\hat{I}\hat{A}} yzdx+3xzdy+2xydz,$ где OA – кривая, $x=t\cos t,\ y=t\sin t,\ z=t^2,$ $0 \le t \le 2\pi,\ O(0;0;0),\ A(2\pi(2\pi;0^2\ ).$

<u>Вариант 2</u>

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S x^2 dS,$ где S – нижняя часть полусферы $x^2+y^2+z^2=R^2, z \le 0.$

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_\sigma z^4 dxdy,$ где σ – внутренняя сторона поверхности полусферы $x^2+y^2+z^2=R^2, z \ge 0.$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}=(x-2z)\cdot\vec{i}+(3z-4x)\cdot\vec{j}+(5x+y)\cdot\vec{k}$ через треугольник, полученный при пересечении плоскости $6x+2y+3z-6=0$ с плоскостями координат (нормаль составляет острые углы с осями координат).

4. Пользуясь формулой Остроградского-Гаусса, вычислить интеграл $\ddot{I}=\iint\limits_\Phi x^2dydz+y^2dzdx+z^2dxdy,$ где Φ – внешняя сторона сферы $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2.$

Критерии оценивания контрольных работ:

9. Работа №1 (от 0 до 20 баллов).
Критерии оценки:

- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов

- от 76 % до 100 % - 20 баллов

10. Работа №2 (от 0 до 20 баллов).

- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов
- от 76 % до 100 % - 20 баллов

Таблица. Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку (экзамен):

от 90 до 100 баллов	«отлично»
от 80 до 89 баллов	«хорошо»
от 65 до 79 баллов	«удовлетворительно»
меньше 64 баллов	«неудовлетворительно»

Коллоквиум

Коллоквиум - средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися по изученным ранее темам.

Список вопросов к коллоквиуму:

Вопросы	***Компетенция в соответствии с РПД***
<u>Вопросы к коллоквиуму в 1 семестре</u> 1. Счетное множество. Бесконечное подмножество счетного множества. Счетное объединение счетных множеств. 2. Несчетность множества действительных чисел. 3. Существование верхней грани множества. 4. Сходящаяся последовательность, единственность предела. 5. Ограниченность сходящейся последовательности. 6. Сходимость ограниченной монотонной последовательности. 7. Бесконечно малые последовательности, действия над ними. 8. Арифметические действия над сходящимися последовательностями. 9. Переход к пределу в неравенстве. 10. Сходимость последовательности, которая ограничена двумя другими, имеющими одинаковый предел. 11. Подпоследовательность сходящейся последовательности. 12. Частичный предел. Существование верхнего предела. 13. Сходимость последовательности, имеющей равные верхний и нижний пределы. 14. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши. 15. Числовой ряд. Свойства рядов как свойства последовательностей частных сумм. Необходимое условие сходимости ряда. 16. Признак мажорации сходимости ряда.	*УК-1* *УК-2* *УК-6* *ОПК-1* *ОПК-5*

17. Признак сравнения сходимости ряда. 18. Признак Коши сходимости ряда. 19. Признак Даламбера сходимости ряда. 20. Абсолютная сходимость ряда, ее связь со сходимостью. 21. Преобразование Абеля. 22. Признак Дирихле сходимости ряда. 23. Признак Абеля сходимости ряда. 24. Признак Лейбница сходимости ряда. 25. Сочетательное свойство сходящегося ряда. 26. Переместительное свойство абсолютно сходящегося ряда. 27. Теорема Римана.	
<u>Вопросы к коллоквиуму во 2 семестре</u> 1. Несобственный интеграл, его линейность. 2. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Критерий сходимости несобственного интеграла от неотрицательной функции. 3. Связь абсолютной сходимости и сходимости несобственного интеграла. 4. Признак мажорации сходимости несобственного интеграла. 5. Признак сравнения сходимости несобственного интеграла. 6. Интегральный признак сходимости числовых рядов. 7. Признак Дирихле сходимости несобственного интеграла. 8. Признак Абеля сходимости несобственного интеграла. 9. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов, критерий Коши. 10. Переход к пределу в равномерно сходящихся функциональных рядах и непрерывность суммы функционального ряда. 11. Интегрирование равномерно сходящихся функциональных рядов. 12. Дифференцирование равномерно сходящихся функциональных рядов. 13. Признак мажорации и признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. 14. Признак Дирихле равномерной сходимости функционального ряда. 15. Признак Абеля равномерной сходимости функционального ряда. 16. Степенной ряд, теорема Коши-Адамара. 17. Равномерная сходимость степенного ряда. 18. Непрерывность и интегрируемость суммы степенного ряда. 19. Первообразная суммы степенного ряда. 20. Дифференцируемость и бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда. 21. Представление экспоненты и логарифма в виде суммы степенного ряда. 22. Представление синуса и косинуса в виде суммы степенного ряда. Формулы Эйлера. 23. Представление биномиальной функции в виде суммы степенного ряда.	*УК-1* *УК-2* *УК-6* *ОПК-1* *ОПК-5*

<u>Вопросы к коллоквиуму в 3 семестре</u> 1. Теорема Леви в классе L. 2. Операции над суммируемыми функциями. 3. Теорема Фату. 4. Теорема Лебега. 5. Суммируемость характеристической функции интервала и ступенчатых функций. 6. Суммируемость функций, интегрируемых по Риману. 7. Суммируемость функций, несобственный интеграл которых абсолютно сходится. 8. Измеримые функции, условие их суммируемости. 9. Измеримость и мера нуль-множества. 10. Открытые и замкнутые множества метрического пространства, связь между ними. 11. Объединение и пересечение открытых и замкнутых множеств.. 12. Связь между сходящимися, фундаментальными и ограниченными последовательностями. 13. Компактные множества в метрическом пространстве, их ограниченность и замкнутость. 14. Образ компактного множества при непрерывном отображении. 15. Теорема Кантора. 16. Принцип сжатых отображений. 17. Принцип сжатых отображений, непрерывно зависящих от параметра. 18. Нормированные пространства. Метрика порожденная нормой. 19. Скалярное произведение. Неравенство Шварца. 20. Норма, порожденная скалярным произведением. Декартово произведение банаховых пространств, его свойство	*УК-1* *УК-2* *УК-6* *ОПК-1* *ОПК-5*
<u>Вопросы к коллоквиуму в 4 семестре</u> 1. Теорема о непрерывности несобственного интеграла Римана, зависящего от параметра. 2. Теорема о дифференцируемости несобственного интеграла Римана, зависящего от параметра. 3. Теорема об интегрируемости несобственного интеграла Римана, зависящего от параметра. 4. Признак Дирихле равномерной сходимости несобственного интеграла Римана, зависящего от параметра. 5. Признак Абеля равномерной сходимости несобственного интеграла Римана, зависящего от параметра. 6. Гамма-функция, ее существование и вычисление $\Gamma(n+1)$. 7. Дифференцируемость гамма-функции. 8. Бета-функция, ее существование и вычисление $\Gamma(1/2)$. 9. Связь между бета-функцией и гамма-функцией. 10. Вычисление интеграла Дирихле. 11. Свойства отношения эквивалентности и отношения положительной эквивалентности гладких векторных функций скалярного переменного. 12. Длина гладкой кривой, ее независимость от параметрического представления и ориентации кривой. 13. Криволинейный интеграл 1 типа, его независимость от	*УК-1* *УК-2* *УК-6* *ОПК-1* *ОПК-5*

параметрического представления и ориентации гладкой кривой. 14. Криволинейный интеграл II типа, его независимость от параметрического представления гладкой кривой и смена знака при смене ее ориентации. 15. Формула для вычисления криволинейных интегралов. 16. Свойства отношения эквивалентности и отношения положительной эквивалентности гладких векторных функций векторного переменного. 17. Формула для выражения вектора нормали к гладкой (n-1)-мерной поверхности в n-мерном пространстве. 18. Площадь гладкой поверхности, ее независимость от параметрического представления и ориентации поверхности. 19. Поверхностный интеграл I типа, его независимость от параметрического представления и ориентации поверхности. 20. Поверхностный интеграл II типа, его независимость от параметрического представления гладкой поверхности и смена знака при смене ее ориентации. 21. Формулы для вычисления поверхностных интегралов.	

Критерии оценки.

Коллоквиум по курсу лекций проводится в виде индивидуального собеседования по вопросам, входящих в число экзаменационных - от **0 до 25 баллов**.

Критерии оценки:

- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 5 баллов
- от 51 % до 75 % - 15 баллов
- от 76 % до 100 % - 25 баллов

1.2 Промежуточная аттестация

Список вопросов к устному экзамену:

Вопросы	***Компетенция в соответствии с РПД***
Вопросы к экзамену в 1 семестре 1. Предел и непрерывность функции в точке по Коши и Гейне. Эквивалентность двух определений. 2. Арифметические действия над непрерывными функциями. 3. Непрерывность сложной функции. 4. Сохранение знака функции в окрестности точки непрерывности. 5. Критерий Коши существования предела функции в точке. 6. Односторонние пределы функции, их связь с пределом. 7. Существование односторонних пределов монотонной функции. 8. Теорема Кантора. 9. Первая теорема Вейерштрасса. 10. Вторая теорема Вейерштрасса.	*УК-1* *УК-2* *УК-6* *ОПК-1* *ОПК-5*

11. Лемма о вложенных отрезках.
12. Теорема Коши о промежуточном значении.
13. Дифференцируемость функции, ее связь с непрерывностью
14. Арифметические действия над дифференцируемыми функциями.
15. Производная сложной функции.
16. Производная обратной функции.
17. Теорема Ферма.
18. Теорема Ролля.
19. Теорема Лагранжа.
20. Теорема Коши о среднем значении.
21. Правило Лопиталя для отношения бесконечно малых.
22. Критерий монотонности функции.
23. Формула Тейлора с остатком Пеано.
24. Формула Тейлора с остатком Лагранжа.
25. Достаточное условие локального экстремума функции.
26. Критерий выпуклости функции.
27. Точка перегиба, необходимое условие.
28. Первообразная. Множество первообразных данной функции.
29. Линейность определенного интеграла.
30. Аддитивность определенного интеграла
31. Интегрирование по частям определенного интеграла и интеграла Римана.
32. Замена переменной в определенном интеграле и интеграле Римана.
33. Интеграл от ступенчатой функции, его линейность.
34. Монотонность интеграла от ступенчатой функции.
35. Существование верхнего интеграла.
36. Полулинейность верхнего интеграла
37. Интеграл Римана, его линейность.
38. Монотонность интеграла Римана.
39. Аддитивность интеграла Римана
40. Интегрируемость модуля интегрируемой функции.
41. Первая теорема о среднем для интеграла Римана.
42. Интегрируемость непрерывной на отрезке функции.
43. Интегрируемость монотонной на отрезке функции.
44. Интегрируемость произведения интегрируемых функций.
45. Интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность.
46. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом.
47. Существование первообразной для непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
48. Вторая теорема о среднем для интеграла Римана.

Вопросы к экзамену во 2 семестре	
1. Скалярное произведение в векторном пространстве, неравенство Коши. 2. Связь между ограниченностью векторной последовательности и ее координатных последовательностей. 3. Связь между сходимостью векторной последовательности и ее координатных последовательностей 4. Связь между фундаментальностью векторной последовательности и ее координатных последовательностей. 5. Ограниченность сходящейся векторной последовательности и критерий Коши. 6. Теорема Больцано-Вейерштрасса для векторных последовательностей. 7. Теорема о повторном пределе. 8. Теорема Кантора. 9. Образ ограниченного замкнутого множества при непрерывном отображении. 10. Теорема Коши о промежуточном значении. 11. Дифференцируемость скалярных и векторных функций многих переменных. Дифференцируемость координат дифференцируемой векторной функции. 12. Линейность операции дифференцирования. 13. Дифференцируемость сложной функции. 14. Частные производные. Существование частных производных дифференцируемой функции. 15. Достаточное условие дифференцируемости функции. 16. Существование производных по направлению дифференцируемой функции. Геометрическое истолкование градиента. 17. Независимость смешанных частных производных второго порядка от очередности дифференцирования. 18. Независимость смешанных частных производных произвольного порядка от очередности дифференцирования. 19. Общий вид дифференциала произвольного порядка. 20. Формулы Тейлора с остатками Лагранжа и Пеано. 21. Необходимое условие локального экстремума. 22. Достаточное условие локального экстремума. 23. Повторный интеграл от характеристической функции прямоугольника. 24. Повторный интеграл от ступенчатой функции. 25. Теорема о повторном интеграле Римана, ее следствия. 26. Теорема Дини-Леви, ее следствия. 27. Интеграл в классе Lo. Монотонность интеграла в классе Lo. 28. Теорема Леви в классе Lo. 29. Интегральное приближение функции класса Lo финитными непрерывными функциями. 30. Нуль-множества, их свойства. Счетное объединение нуль-множеств. 31. Интеграл Лебега. Монотонность интеграла Лебега. 32. Линейность интеграла Лебега. 33. Операции над одной и конечным числом суммируемых функций.	*УК-1* *УК-2* *УК-6* *ОПК-1* *ОПК-5*

<u>Вопросы к экзамену в 3 семестре</u> 1. Эквивалентность свойств непрерывности и ограниченности линейного оператора 2. Различные формы определения нормы линейного непрерывного оператора. 3. Банаховость пространства линейных непрерывных операторов. 4. Произведение линейных непрерывных операторов и их свойства. 5. Линейность оператора, обратного к линейному. 6. Дифференцируемость отображений по Фреше. Связь дифференцируемости и непрерывности. 7. Линейность операции дифференцирования отображений. 8. Дифференцируемость сложного отображения. 9. Теорема Лагранжа для функционалов. 10. Теорема Лагранжа для отображений, ее следствие. 11. Производная Гато. Дифференцируемость по Гато отображений, дифференцируемых по Фреше. 12. Дифференцируемость по Фреше отображений, непрерывно дифференцируемых по Гато. 13. Формула Тейлора для отображений с остатком Пеано. 14. Необходимое условие локального экстремума функционалов. 15. Достаточное условие локального экстремума функционалов. 16. Неявная функция, теорема существования неявной функции. 17. Теорема о дифференцируемости неявной функции. 18. Теорема существования и дифференцируемости обратной функции. 19. Зависимые и независимые системы функций. Теорема о независимости системы функций. 20. Условный экстремум. Необходимое условие условного экстремума. 21. Теорема о замене переменной в однократном интеграле Лебега. 22. Замена переменных в кратном интеграле Лебега. 23. Непрерывность интеграла Лебега, зависящего от параметра. 24. Дифференцируемость интеграла Лебега, зависящего от параметра. 25. Интегрирование интеграла Лебега, зависящего от параметра. 26. Гамма-функция, ее существование. Вычислительные свойства гамма-функции. 27. Дифференцируемость гамма-функции. 28. Бета-функция, ее существование. 29. Связь между бета-функцией и гамма-функцией. 30. Вычисление гамма-функции в точке $a=1/2$. 31. Непрерывность несобственного интеграла Римана, зависящего от параметра. 32. Дифференцируемость несобственного интеграла Римана, зависящего от параметра. 33. Интегрируемость несобственного интеграла Римана, зависящего от параметра. 34. Признак Дирихле равномерной сходимости несобственного интеграла Римана, зависящего от параметра. 35. Признак Абеля равномерной сходимости несобственного интеграла Римана, зависящего от параметра. 36. Вычисление интеграла Дирихле.	*УК-1* *УК-2* *УК-6* *ОПК-1* *ОПК-5*
<u>Вопросы к экзамену в 4 семестре</u>	*УК-1*

1. Формула Грина. 2. Потенциальное поле, его эквивалентные условия. 3. Формула Стокса. 4. Формула Гаусса-Остроградского. 5. Дифференциальная форма формулы Стокса. 6. Связь между функциями, интегрируемыми со степенью $p>1$ и $p=1$. 7. Линейность пространства функций, интегрируемых со степенью p. 8. Неравенство Гельдера. 9. Норма в пространстве функций, интегрируемых со степенью p . Неравенство Минковского. 10. Линейная независимость ортогональных систем. 11. Наилучшее приближение в среднем квадратичном, его следствия. 12. Полнота и замкнутость ортогональных систем, связь между ними. 13. Ортогональность тригонометрической системы. 14. Интеграл Дирихле. 15. Теорема Фейера. 16. Теорема Вейерштрасса (тригонометрическая). 17. Теорема Вейерштрасса (алгебраическая). 18. Теорема Ляпунова. 19. Теорема Римана-Лебега для отрезка. 20. Теорема Римана-Лебега для полуоси и оси. 21. Теорема Римана о локализации. 22. Условие Липшица в точке, его связь с непрерывностью дифференцируемостью. 23. Признак Липшица сходимости тригонометрического ряда Фурье. 24. Равномерная сходимость тригонометрического ряда Фурье. 25. Признак Дирихле сходимости тригонометрического ряда Фурье. 26. Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье 27. Интеграл Фурье. Представление частичного интеграла Фурье. 28. Признак Липшица сходимости интеграла Фурье.	*УК-2* *УК-6* *ОПК-1* *ОПК-5*

Методические рекомендации по подготовке и процедуре осуществления контроля.

Промежуточная аттестация по дисциплине «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» проводится в виде экзамена в 1-4 семестрах. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период лекционных и семинарских занятий, а также в специально отведенное время для подготовки перед аттестацией.

Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, основной и дополнительной литературой по дисциплине.

Критерии оценивания.

Промежуточная аттестация проводится в виде письменных ответов на вопросы и индивидуальных собеседований.

При проведении промежуточной аттестации
ответ на **«отлично»** оценивается от **31 до 35 баллов**;
ответ на **«хорошо»** оценивается от **25 до 30 баллов**;
ответ на **«удовлетворительно»** оценивается от **20 до 24 баллов**;
ответ на **«неудовлетворительно»** оценивается **0 баллов.**

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента по дисциплине «Математический анализ» составляет 100 баллов.

Таблица 2.2. Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку (экзамен):

от 90 до 100 баллов	«отлично»
от 80 до 89 баллов	«хорошо»
от 65 до 79 баллов	«удовлетворительно»
меньше 64 баллов	«неудовлетворительно»

ФОС для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры математического анализа (**протокол № 1 от 29 августа 2022 года**).

Автор
Профессор, д.ф.-м.н. Лукомский С.Ф.