



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»
Механико-математический факультет

СОГЛАСОВАНО
заведующий кафедрой геометрии


Галаев С.В.
"30" августа 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ
председатель НМК механико-
математического факультета


Тышкевич С.В.
"30" августа 2022 г.

Фонд оценочных средств
Текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Аналитическая геометрия

Направление подготовки бакалавриата
01.03.03 Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки бакалавриата
Механика деформируемых тел и сред

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Саратов,
2022

Карта компетенций

Контролируемые компетенции (шифр компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык)	Виды заданий и оценочных средств
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.	Знать: – постановку основных задач аналитической геометрии; - методы и приемы формализации задач. Уметь: – анализировать задачи, выделяя ее базовые составляющие; – осуществлять декомпозицию задачи. Владеть: – навыками анализа задачи с выделением ее базовых составляющих.	Задания для практических занятий
	2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи	Знать: - основные источники информации по аналитической геометрии и ее применению в математике и компьютерных науках. Уметь: – находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. Владеть: навыками работы с информацией из различных источников.	
	3.1_Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	Знать: основные задачи аналитической геометрии. Уметь: – оценить достоинства и недостатки различных вариантов решения задач при применении	

		<p>аналитической геометрии в математике и компьютерных науках.</p> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками выбора оптимального решения для поставленной задачи. 	
	<p>4.1_ Б.УК-1. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – основные факты аналитической геометрии и направления ее применения в математике и компьютерных науках. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь; <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками формирования собственных суждений и оценок в области применения аналитической геометрии; – навыками грамотного, логичного и аргументированного изложения своей позиции по вопросам применения аналитической геометрии 	
	<p>5.1_ Б.УК-1. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – применение аналитической геометрии в математике и компьютерных науках. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – определить практические последствия решения задач в области применения аналитической геометрии. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками определения и оценивания практических последствий возможных решений задач аналитической геометрии. 	
<p>УК-2. Способен определять круг</p>	<p>1.1_ Б.УК-2. Формулирует в рамках</p>	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – сформулировать 	<p>Задания для практических занятий</p>

<p>задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих норм, имеющихся ресурсов и ограничений.</p>	<p>поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения выделенных задач.</p>	<p>совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели; – определить ожидаемые результаты решения выделенных задач. Владеть: – навыками постановки и решения задач в рамках поставленной цели; – навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи проекта.</p>	
	<p>2.1_Б.УК-2. Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.</p>	<p>Уметь: – спроектировать решение конкретной задачи аналитической геометрии, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений. Владеть: – навыками проектирования решения задачи аналитической геометрии, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений.</p>	
	<p>3.1_Б.УК-2. Решает конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время.</p>	<p>Знать: – постановку и методы решения основных задач аналитической геометрии. Уметь: – правильно распределить время, выделенное на решение поставленной задачи. Владеть: – навыками постановки и решения задач в области применения аналитической геометрии в механике и математическом моделировании.</p>	

	<p>4.1_Б.УК-2. Публично представляет результаты решения конкретной задачи проекта.</p>	<p>Уметь: – публично представлять результаты решения конкретной задачи.</p> <p>Владеть: – навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи аналитической геометрии.</p>	
<p>УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни.</p>	<p>1.1_Б.УК-6. Применяет знание о своих ресурсах и их пределах (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</p>	<p>Знать: – свои ресурсы и их пределы (личностные, ситуативные, временные и т.д.).</p> <p>Уметь: – применять имеющиеся ресурсы (личностные, ситуативные, временные и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</p> <p>Владеть: – навыками использования имеющихся ресурсов (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</p>	<p>Задания для практических занятий</p>
	<p>2.1_Б.УК-6. Понимает важность планирования перспективных целей деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>	<p>Знать: – основы планирования целей деятельности.</p> <p>Уметь: – планировать цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.</p> <p>Владеть: – навыками планирования целей деятельности при решении задач аналитической геометрии с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.</p>	

	<p>3.1_Б.УК-6. Реализует намеченные цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>	<p>Знать: – основы планирования целей деятельности.</p> <p>Уметь: – реализовывать намеченные цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.</p> <p>Владеть: – навыками реализации намеченных целей деятельности при решении задач аналитической геометрии с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.</p>	
	<p>4.1_Б.УК-6. Критически оценивает эффективность использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.</p>	<p>Знать: – основы планирования целей деятельности.</p> <p>Уметь: – критически оценить эффективность использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.</p> <p>Владеть: – навыками корректировки плана в зависимости от эффективности использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.</p>	
	<p>5.1_Б.УК-6. Демонстрирует интерес к учебе и использует предоставляемые возможности для приобретения новых</p>	<p>Знать: – свои ресурсы и их пределы (личностные, ситуативные, временные и т.д.).</p> <p>Уметь: – видеть предоставленные</p>	

	знаний и навыков.	возможности. Владеть: – способностью к использованию предоставляемых возможностей для приобретения новых знаний и навыков.	
<p>ОПК-1. Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности.</p>	<p>1.1_Б.ОПК-1. Демонстрирует знание основных понятий, гипотез, теорем, методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p>Знать: - методы решения задач профессиональной деятельности на основе аналитической геометрии. Уметь: - применять методы аналитической геометрии в решении задач профессиональной деятельности. Владеть: - навыками применения аналитической геометрии в решении задач профессиональной деятельности.</p>	Контрольная работа
	<p>2.1_Б.ОПК-1. Осуществляет первичный сбор и анализ данных в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p>Знать: - профессиональную терминологию, способы воздействия на аудиторию в рамках профессиональной коммуникации Уметь: - использовать современные методы сбора, анализа и обработки научной информации, – изложить научные знания по аналитической геометрии Владеть: - навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования, способностью публично представлять научные результаты</p>	

	<p>3.1_Б.ОПК-1. Корректно интерпретирует различные данные в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p>Знать: - основные понятия, теоремы аналитической геометрии. Уметь: - доказывать основные теоремы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве; Владеть: - понятийным и формальным математическим аппаратом аналитической геометрии.</p>	
	<p>4.1_Б.ОПК-1. Обладает навыками анализа математических задач и/или естественнонаучных фактов/явлений.</p>	<p>Знать: - основные понятия аналитической геометрии и их применение в профессиональной деятельности. Уметь: - применять аналитическую геометрию в решении задач профессиональной деятельности. Владеть: - навыками применения аналитической геометрии в профессиональной деятельности.</p>	
	<p>5.1_Б.ОПК-1. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, при решении задач в области избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p>Знать: - основные понятия аналитической геометрии и их применение в области избранных видов профессиональной деятельности. Уметь: - применять аналитическую геометрию при решении задач в области избранных видов профессиональной деятельности. Владеть: - навыками применения аналитической геометрии при решении задач в</p>	

		области избранных видов профессиональной деятельности.	
	6.1_Б.ОПК-1. Имеет опыт теоретического исследования объектов профессиональной деятельности с помощью методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методы решения задач профессиональной деятельности на основе аналитической геометрии. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - применять методы аналитической геометрии в решении задач профессиональной деятельности. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками применения аналитической геометрии в решении задач профессиональной деятельности. 	
ОПК-5. Способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики.	1.1_Б.ОПК-5. Демонстрирует знание научных основ математики и механики.	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основы аналитической геометрии; <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - применять методы аналитической геометрии для решения математических и прикладных задач информатики; <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками применения аналитической геометрии в математике и компьютерных науках. 	Опрос
	2.1_Б.ОПК-5. Корректно интерпретирует научные знания в области математики и механики.	<p>Знать: постановку и методы решения основных задач аналитической геометрии.</p> <p>Уметь: использовать аппарат векторной алгебры для решения геометрических задач; применять основные формулы аналитической геометрии при решении практических задач.</p> <p>Владеть: навыками</p>	

		<p>профессионального мышления, необходимыми для использования методов аналитической геометрии в собственной научно-исследовательской деятельности.</p>	
	<p>3.1_Б.ОПК-5. Может различным образом представлять и адаптировать знания в сфере математики и механики с учетом уровня аудитории.</p>	<p>Знать: основные методы и способы сбора, обработки, анализа и обобщения информации. Уметь: формулировать определения геометрических понятий и теорем на математическом языке; - использовать аппарат аналитической геометрии в научно-исследовательской деятельности. Владеть: навыками самостоятельных исследований в области аналитической геометрии.</p>	
	<p>4.1_Б.ОПК-5. Владеет научной терминологией и может публично представлять собственные и известные научные результаты в сфере математики и механики.</p>	<p>Знать: профессиональную терминологию, способы воздействия на аудиторию в рамках профессиональной коммуникации Уметь: использовать современный геометрический аппарат в научно-исследовательской деятельности; - публично представлять научные результаты в сфере аналитической геометрии. Владеть: научной терминологией в области аналитической геометрии; навыками публичного представления научных результатов в сфере аналитической геометрии.</p>	

Показатели оценивания результатов обучения

Семестр	Шкала оценивания			
	2	3	4	5
1 семестр	<p>Не знает основные понятия аналитической геометрии.</p> <p>Не умеет доказывать теоремы и утверждения курса, сформулировать решаемую задачу; не способен выбрать метод её решения и обосновать его применимость в данном случае; не может грамотно пользоваться научной терминологией, обосновывать правильность математических выкладок.</p> <p>Не владеет понятийным аппаратом аналитической геометрии. Не владеет навыками сбора и работы с математическими источниками информации.</p>	<p>Знает основные понятия векторной алгебры и аналитической геометрии. Слабо знает логические методы доказательства математических теорем. Слабо знает основные формулы аналитической геометрии. Не знает некоторые специальные виды уравнений фигур первого и второго порядков. Умеет осуществлять вывод основных уравнений. Допускает ошибки в преобразованиях. Не умеет ставить и решать стандартные задачи.</p> <p>Слабо владеет понятийным аппаратом аналитической геометрии. Не владеет навыками сбора и работы с математическими источниками информации.</p>	<p>Знает основные понятия векторной алгебры и аналитической геометрии. Хорошо знает логические методы доказательства математических теорем. Знает основные формулы аналитической геометрии, уравнения фигур первого и второго порядков. Умеет осуществлять вывод основных уравнений, доказывать теоремы и утверждения курса. Допускает ошибки при выводе уравнений и решении задач.</p> <p>Владеет понятийным аппаратом аналитической геометрии. Хорошо владеет навыками сбора и работы с математическими источниками информации.</p>	<p>Знает основные понятия векторной алгебры и аналитической геометрии. Отлично знает логические методы доказательства математических теорем. Знает основные формулы аналитической геометрии, уравнения фигур первого и второго порядков. Умеет осуществлять вывод основных уравнений, доказывать теоремы и утверждения курса, решать стандартные задачи. Умеет грамотно выбрать метод решения и доказательства, грамотно пользоваться терминологией.</p> <p>Владеет понятийным аппаратом аналитической геометрии. Хорошо владеет навыками сбора и работы с математическими источниками информации.</p>

• *Оценочные средства*

2.1 Задания для текущего контроля

• **Контрольные работы**

Методические рекомендации.

Контрольные работы по дисциплине «Аналитическая геометрия» проводится в письменном виде. Учебным планом по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование предусмотрены две контрольные работы. Подготовка студента к контрольным работам осуществляется в период лекционных и практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

Критерии оценивания. Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий, зависит от полноты решения и правильности ответа. Общие требования к выполнению заданий: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Имеется верное доказательство утверждения и обоснованно получен верный ответ - 2 балла.

Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - 1 балл.

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше - 0 баллов.

Задания для оценки «ОПК-1»:

Вариант 1

1. Векторы \vec{a} и \vec{b} составляют угол 45° . Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} - 2\vec{b}$ и $3\vec{a} + 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 5$.
2. Даны две смежные вершины $A(-3; -1)$ и $B(2; 2)$ параллелограмма $ABCD$ и точка $Q(3; 0)$ пересечения его диагоналей. Составить уравнения сторон этого параллелограмма.

Вариант 2

1. Даны два вектора $\vec{a}(0;1;1)$ и $\vec{b}(1;1;0)$. Найти вектор \vec{c} длины 1, перпендикулярный вектору \vec{a} , образующий с вектором \vec{b} угол $\frac{\pi}{4}$ и направленный так, чтобы упорядоченная тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имела положительную ориентацию.
2. Найти точку M_1 , симметричную точке $M_2(8;-9)$ относительно прямой, проходящей через точки $A(3;-4)$ и $B(-1;-2)$.

Вариант 3

1. Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, образующие правую тройку, взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 2, |\vec{c}| = 3$, вычислить $\vec{a} \vec{b} \vec{c}$.
2. Точка $E(1;-1)$ является центром квадрата, одна из сторон которого лежит на прямой $x - 2y + 12 = 0$. Составить уравнения прямых, на которых лежат остальные стороны этого квадрата.

Примерные варианты контрольной работы № 2

Вариант № 1

1. На оси Oy найти точку, отстоящую от плоскости $x + 2y - 2z - 2 = 0$ на расстоянии $d = 4$.
2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $(-2;3;4)$ и перпендикулярной прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ и $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}$.
3. Определить угол между асимптотами гиперболы, у которой расстояние между фокусами вдвое больше расстояния между директрисами.

Вариант № 2

1. Составить уравнение плоскости, параллельной плоскости $x - 2y + 2z + 5 = 0$ и удаленной от точки $M(3;4;-2)$ на расстояние $d = 5$.
2. В уравнении прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{n} = \frac{z}{3}$ найти параметр n , при котором эта прямая пересекается с прямой $\frac{x}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{1}$. Найти координаты точки их пересечения.
3. Через фокус эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{15} = 1$ проведен перпендикуляр к его большой оси. Определить расстояния от точек пересечения этого перпендикуляра с эллипсом до фокусов.

Вариант № 3

1. Составить уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости $2x - 2y + 4z - 5 = 0$ и отсекающей на координатных осях Ox, Oy отрезки $a = -2, b = \frac{2}{3}$.
 2. Найти кратчайшее расстояние между диагональю куба с ребром, равным 1, и непересекающей ее диагональю грани.
 3. Составить каноническое уравнение эллипса, если даны точка эллипса $M_1(2; -\frac{5}{3})$ и его эксцентриситет $e = 2/3$.
-

• **Задания для практических занятий**

Задания для оценки УК-1, 2, 6:

Цель решаемых задач - позволяют оценить и диагностировать знания материала по курсу "Аналитическая геометрия" и умение правильно использовать специальные термины и понятия.

N – номер в списке группы

1. *Линейные операции над векторами. Базис и координаты.*

Типовые задачи.

1. На плоскости относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов:

при N - четном: $\vec{a}\left(\frac{N+4}{2}; 1\right), \vec{b}\left(\frac{N-4}{2}; 2\right), \vec{c}\left(\frac{N-10}{2}; 3\right);$

при N – нечетном: $\vec{a}\left(\frac{N+7}{2}; 2\right), \vec{b}\left(\frac{N-5}{2}; 3\right), \vec{c}\left(\frac{N-11}{2}; 1\right).$

- 1) Найти координаты векторов $\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$; $2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}$.
- 2) Проверить, что векторы \vec{a} и \vec{b} образуют базис на плоскости. Найти координаты вектора \vec{c} в этом базисе.
- 3) Определить, при каком значении параметра α векторы \vec{a} и $\vec{m}(-2, \alpha)$ будут коллинеарными.

2. В пространстве относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов

при N – четном: $\vec{a}\left(2; \frac{N-4}{2}; 3\right), \vec{b}\left(1; \frac{N+4}{2}; -2\right), \vec{c}\left(3; \frac{N+6}{2}; -2\right);$

при N – нечетном: $\vec{a}\left(2; \frac{N+7}{2}; -3\right), \vec{b}\left(3; \frac{N-5}{2}; 4\right), \vec{c}\left(-1; \frac{N+1}{2}; 5\right).$

Найти координаты вектора $2\vec{a} + 5\vec{b} - \vec{c}$.

2. *Операции скалярного, векторного, смешанного произведения.*

Типовые задачи.

1. На плоскости относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов:

при N - четном: $\vec{a}\left(\frac{N+4}{2}; 1\right), \vec{b}\left(\frac{N-4}{2}; 2\right), \vec{c}\left(\frac{N-10}{2}; 3\right);$

при N - нечетном: $\vec{a}\left(\frac{N+7}{2}; 2\right), \vec{b}\left(\frac{N-5}{2}; 3\right), \vec{c}\left(\frac{N-11}{2}; 1\right).$

1) Найти координаты вектора $\vec{b}(\vec{a}\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\vec{b})$.

Вычислить $\vec{a}^2 - \vec{b}\vec{c}, \vec{b}^2 + (\vec{a} + 3\vec{c})\vec{b}$.

Найти косинус угла между векторами \vec{a} и \vec{b} .

2. В пространстве относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов

при N - четном: $\vec{a}\left(2; \frac{N-4}{2}; 3\right), \vec{b}\left(1; \frac{N+4}{2}; -2\right), \vec{c}\left(3; \frac{N+6}{2}; -2\right);$

при N - нечетном: $\vec{a}\left(2; \frac{N+7}{2}; -3\right), \vec{b}\left(3; \frac{N-5}{2}; 4\right), \vec{c}\left(-1; \frac{N+1}{2}; 5\right).$

1) Найти координаты вектора $\vec{b}(\vec{a}\vec{c})$.

2) Вычислить $\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - \vec{b}\vec{c}$.

3) Найти косинус угла между векторами \vec{a} и \vec{b} .

Найти $[\vec{a}\vec{b}], |[\vec{a}\vec{b}]|, [[\vec{a}\vec{b}]\vec{c}], [\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]], \vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

3. *Системы координат на плоскости и в пространстве.*

Типовые задачи.

На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты трех точек:

при N - четном: $A\left(\frac{N+4}{2}; 1\right), B\left(\frac{N+10}{2}; 4\right), C\left(\frac{N+4}{2}; 7\right);$

при N - нечетном: $A\left(1; \frac{N+1}{2}\right), B\left(4; \frac{N+7}{2}\right), C\left(1; \frac{N+13}{2}\right).$

Найти:

- 1) координаты вектора \overline{CA} ;
- 2) координаты точек M_1, M_2, M_3 , делящих отрезки AB, BC, AC в отношениях $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1/2, \lambda_3 = -3$, соответственно;
- 3) координаты центра тяжести треугольника ABC ;
- 4) длину отрезка AB ;
- 5) площадь треугольника ABC ;
- 6) угол B .

4. Формулы преобразования аффинных координат.

Типовые задачи.

Даны две аффинные системы координат. Координаты x, y произвольной точки относительно первой системы выражаются через ее координаты x', y' относительно второй системы следующими формулами:

$$\begin{aligned}x &= Nx' - (N+1)y' + 1 \\ y &= x' + 2Ny' - N\end{aligned}$$

Найти координаты начала второй системы и единичных векторов ее осей относительно первой системы.

5. Прямая на плоскости.

Типовые задачи.

1. Относительно декартовой системы координат даны координаты вершин треугольника:

при N - четном: $A\left(\frac{N+8}{2}; 7\right), B\left(\frac{N-8}{2}; 1\right), C\left(\frac{N-2}{2}; -3\right);$

при N - нечетном: $A\left(3; \frac{N+13}{2}\right), B\left(-5; \frac{N+1}{2}\right), C\left(-2; \frac{N-7}{2}\right).$

Составить уравнения:

- 1) трех его сторон;
- 2) медианы, проведенной из вершины C ;
- 3) высоты, опущенной из вершины A на сторону BC .

2. Относительно декартовой системы координат даны координаты точки:

при N - четном: $A\left(\frac{N}{2}; \frac{N+2}{2}\right);$

при N – нечетном: $A\left(\frac{N+3}{2}; \frac{5-N}{2}\right)$.

Найти:

- 1) угловой коэффициент прямой ℓ_1 , проходящей через точку А параллельно вектору $\vec{a}(1;3)$;
- 2) уравнение прямой ℓ_2 , проходящей через точку А под углом $\pi/4$ к прямой ℓ_1 ;
- 3) уравнение прямой ℓ_3 , проходящей через точку А и отсекающей на осях координат равные отрезки;
- 4) косинус угла между прямыми ℓ_1 и ℓ_3 ;
- 5) уравнения прямых ℓ_4 и ℓ'_4 , проходящих через начало координат параллельно прямой ℓ_2 ;
- 6) расстояние между прямыми ℓ_2 и ℓ_4 ;
- 7) координаты точки В пересечения прямых ℓ_3 и ℓ_4 ;
- 8) расстояние от точки В до прямой ℓ_1 .

6. Плоскость в пространстве.

Типовые задачи.

Относительно декартовой системы координат даны координаты четырех точек:

при N - четном: $A\left(\frac{N+6}{2}; -\frac{N}{2}; \frac{N}{2}\right), B\left(\frac{N}{2}; \frac{12-N}{2}; \frac{N}{2}\right), C\left(\frac{N}{2}; -\frac{N}{2}; \frac{N-6}{2}\right); D\left(\frac{N}{2}; -\frac{N}{2}; \frac{N}{2}\right)$;

при N – нечетном: $A\left(\frac{N+3}{2}; -1; \frac{N+1}{2}\right), B\left(\frac{N-3}{2}; 5; \frac{N+1}{2}\right), C\left(\frac{N-3}{2}; -1; \frac{N-5}{2}\right); D\left(\frac{N-3}{2}; -1; \frac{N+1}{2}\right)$.

Составить уравнения плоскостей:

- 1) π_1 , проходящей через точки А,В,Д;
- 2) π_2 , проходящей через точки А,С,Д;
- 3) π_3 , проходящей через точки В,С,Д;
- 4) π_4 , проходящей через точки А,В,С;
- 5) π_5 , проходящей через точки А и В параллельно оси Oz ;
- 6) π_6 , проходящей через ось Ox и точку М – центр тяжести треугольника АВС;
- 7) π_7 , проходящей через точку М и отсекающей на осях координат равные отрезки;
- 8) π_8 , зная, что точка М является основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту плоскость;
- 9) π_9 , проходящей через точку Е, делящую отрезок АМ пополам, параллельно плоскости π_8 .

Найти:

- 1) особенности в расположении плоскостей π_1, π_2, π_3 относительно осей координат;
- 2) отрезки, отсекаемые плоскостью π_4 на осях координат;
- 3) косинус угла между плоскостями π_4 и π_5 ;
- 4) расстояние от точки М до плоскости π_5 ;

5) расстояние между плоскостями π_8 и π_9 .

7. Прямая в пространстве.

Типовые задачи.

Относительно декартовой системы координат даны координаты точки А и координаты векторов \vec{a} и \vec{b} :

при N - четном: $A\left(2; \frac{N}{2}; \frac{N-20}{2}\right), \vec{a}\left(-1; \frac{N-16}{2}; 2\right), \vec{b}\left(\frac{N-10}{2}; 1; -3\right);$

при N – нечетном: $A\left(\frac{N-15}{2}; 1; \frac{N-7}{2}\right), \vec{a}\left(2; \frac{N-9}{2}; 1\right), \vec{b}\left(-3; 2; \frac{N-11}{2}\right).$

Составить:

- 1) каноническое уравнение прямой ℓ_1 , проходящей через точку А параллельно вектору \vec{a} ;
- 2) параметрические уравнения прямой ℓ_2 , проходящей через точку А параллельно вектору \vec{b} ;
- 3) каноническое уравнение прямой ℓ_3 , проходящей через начало координат О и точку А; представить прямую ℓ_3 как линию пересечения двух плоскостей;
- 4) каноническое уравнение прямой ℓ_4 , проходящей через точку Е, делящую отрезок АО в отношении $\lambda = 1/3$, параллельно оси Oz;

Проверить:

- 1) пересекаются ли прямые ℓ_1 и ℓ_4 ;

Найти:

- 1) косинус угла между прямыми ℓ_1 и ℓ_2 .

8. Задачи на прямую и плоскость.

Типовые задачи.

Использовать при решении результаты, полученные при выполнении типовой задачи по теме «Прямая в пространстве».

Относительно декартовой системы координат даны координаты точки А и координаты векторов \vec{a} и \vec{b} :

при N - четном: $A\left(2; \frac{N}{2}; \frac{N-20}{2}\right), \vec{a}\left(-1; \frac{N-16}{2}; 2\right), \vec{b}\left(\frac{N-10}{2}; 1; -3\right);$

при N – нечетном: $A\left(\frac{N-15}{2}; 1; \frac{N-7}{2}\right), \vec{a}\left(2; \frac{N-9}{2}; 1\right), \vec{b}\left(-3; 2; \frac{N-11}{2}\right).$

Составить:

- 1) каноническое уравнение прямой ℓ_5 - линии пересечения плоскостей π_1 и π_2 , проходящих через точку А перпендикулярно векторам \bar{a} и \bar{b} , соответственно;
- 2) уравнение плоскости π_3 , проходящей через прямые ℓ_1 и ℓ_3 ;
- 3) уравнение плоскости π_4 , проходящей через точку Е и прямую ℓ_2 ;
- 4) уравнение плоскости π_5 , проходящей через точку Е перпендикулярно прямой ℓ_5 .

Проверить:

- 1) лежит ли прямая ℓ_1 в плоскости π_5 .

9. Эллипс.

Типовые задачи.

В данной системе координат эллипс имеет каноническое уравнение. Составить это уравнение, зная, что расстояние между фокусами равно $2c$, большая полуось равна a :

при N - четном: $c = \frac{N}{2}, a = \frac{N+2}{2};$

при N – нечетном: $c = \frac{N+1}{2}, a = \frac{N+5}{2}.$

Найти:

- 1) эксцентриситет эллипса;
- 2) уравнения директрис;
- 3) расстояние от правого фокуса до ближайшей директрисы.

10. Гипербола и парабола .

Типовые задачи.

1. В данной системе координат гипербола имеет каноническое уравнение. Составить это уравнение, зная, что расстояние между фокусами равно $2c$, действительная полуось равна a :

при N - четном: $c = \frac{N+4}{2}, a = \frac{N}{2};$

при N – нечетном: $c = \frac{N+3}{2}, a = \frac{N+1}{2}.$

Найти:

- 1) эксцентриситет гиперболы;
- 2) уравнения директрис;
- 3) уравнения асимптот;

- 4) длину отрезка асимптоты гиперболы, заключенного между ее центром и директрисой;
- 5) расстояния от фокусов гиперболы до ее асимптот;
- 6) уравнение сопряженной гиперболы; ее эксцентриситет, уравнения директрис.

2. В данной системе координат парабола имеет каноническое уравнение. Составить это уравнение, зная, что расстояние от фокуса до директрисы равно N .

Найти:

- 1) координаты фокуса;
- 2) уравнение директрисы;
- 3) координаты точек пересечения параболы с окружностью $x^2 + y^2 = 3N^2$.

11. Общая теория линий 2-го порядка.

Типовые задачи.

Привести к каноническому виду уравнения кривой:

- 1) $3x^2 - 2xy + 3y^2 - 4x - 4y - 12 = 0$
- 2) $x^2 - 6xy + y^2 - 4x - 4y + 12 = 0$
- 3) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 20x + 10y - 50 = 0$
- 4) $x^2 - 4xy + 4y^2 - 6x + 12y + 8 = 0$
- 5) $3x^2 + 10xy + 3y^2 - 12x - 12y + 4 = 0$
- 6) $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$.

12. Поверхности в пространстве, цилиндрические поверхности, поверхности вращения.

Предусмотрена самостоятельная работа с предложенной литературой, изучение основных теоретических понятий по теме «Приведение общего уравнения фигуры второго порядка в в пространстве к каноническому виду».

Типовые задачи.

Использовать при решении результаты, полученные при выполнении типовой задачи по темам «Эллипс», «Гипербола и парабола».

Составить уравнения и определить типы фигур, образованных вращением:

- 1) эллипса из задачи по теме «Эллипс» вокруг а) оси Ox , б) оси Oy ;
- 2) гиперболы из задачи по теме «Гипербола» вокруг а) оси Ox , б) оси Oy ;
- 3) сопряженной гиперболы вокруг а) оси Ox , б) оси Oy ;
- 4) асимптот гиперболы вокруг а) оси Ox , б) оси Oy ;
- 5) параболы вокруг оси Ox .

13. Преобразования множеств, Линейные преобразования плоскости и пространства –. Предусмотрена самостоятельная работа с предложенной литературой, изучение основных теоретических понятий.

14. Аффинные преобразования плоскости и пространства.

Типовые задачи.

1. Найти аффинное преобразование, обратное преобразованию

$$x' = Nx - (N+1)y + 1$$

$$y' = x + 2Ny - N$$

2. Вершины тетраэдра находятся в точках

при N - четном: $A\left(\frac{N+6}{2}; -\frac{N}{2}; \frac{N}{2}\right), B\left(\frac{N}{2}; \frac{12-N}{2}; \frac{N}{2}\right), C\left(\frac{N}{2}; -\frac{N}{2}; \frac{N-6}{2}\right); D\left(\frac{N}{2}; -\frac{N}{2}; \frac{N}{2}\right);$

при N – нечетном: $A\left(\frac{N+3}{2}; -1; \frac{N+1}{2}\right), B\left(\frac{N-3}{2}; 5; \frac{N+1}{2}\right), C\left(\frac{N-3}{2}; -1; \frac{N-5}{2}\right); D\left(\frac{N-3}{2}; -1; \frac{N+1}{2}\right).$

Найти аффинное преобразование, переводящее вершины A, B, C, D соответственно в вершины B, C, D, A .

Методические рекомендации. Решение задач осуществляется во время практических занятий. Рекомендуется проводить текущий контроль знаний и умений вначале занятия после изучения соответствующих тем разделов. Подготовка студента к проверочной работе осуществляется в период лекционных и практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы.

Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, основной и дополнительной литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

Критерии оценивания. Общие требования к выполнению заданий: решение должно быть математически грамотным, полным. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Имеется верное доказательство утверждения и обоснованно получен верный ответ - 1 балл.

Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - 0,5 баллов.

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше - 0 баллов.

- **Промежуточная аттестация**

Задания для оценки «ОПК-5»:

Методические указания.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Аналитическая геометрия» проводится в виде устного экзамена. Учебным планом по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование предусмотрена одна промежуточная аттестация. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период лекционных и практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

Критерии оценивания. Во время экзамена студент должен дать развернутый ответ на вопросы, изложенные в билете. Преподаватель вправе задавать дополнительные вопросы по всему изучаемому курсу. Во время ответа студент должен продемонстрировать знания по векторной алгебре и аналитической геометрии. Студент должен знать основные понятия векторной алгебры (понятие свободного и связанного вектора, коллинеарность, компланарность, линейная зависимость и др.), аналитической геометрии (понятие системы координат, уравнение фигуры, классификация фигур и др.) и уравнения фигур первого и второго порядка; основные формулы, позволяющие проводить вычисления для решения соответствующих задач; сферы применения рассматриваемых в курсе теоретических вопросов и компьютерных программ, позволяющих решать вычислительные задачи из данного курса. Студент должен уметь корректно формулировать положения аналитической геометрии; применять основные методы доказательства положений распознавать ошибки в рассуждениях при доказательстве классических положений аналитической геометрии; выбирать и использовать эффективные методы решения поставленной задачи; анализировать и обосновывать результаты. Владеть основными методами аналитической геометрии, языком предметной области, навыками систематизации и выбора необходимой информации согласно поставленной задаче.

Список вопросов к экзамену

1. Свободные и связанные векторы.
2. Линейные операции над векторами.
3. Основные свойства операции сложения векторов и операции умножения вектора на число. Модуль (длина) вектора, основные свойства модуля.
4. Признак коллинеарности вектора ненулевому вектору.
5. Базис на плоскости и в пространстве. Теорема о разложении вектора по базису на плоскости и в пространстве. Л

6. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов, основные свойства линейной зависимости и линейной независимости. Единственность разложения вектора по базису. Линейная независимость системы, состоящей из одного, двух и трех векторов.
7. Координаты вектора в данном базисе. Теорема о координатах линейной комбинации векторов и ее следствия. Признак коллинеарности векторов в координатах.
8. Ортонормированный базис. Правило нахождения ортонормированных координат вектора.
9. Скалярное произведение векторов, его элементарные свойства. Выражение скалярного произведения векторов в произвольных и в ортонормированных координатах. Метрические параметры базиса. Применение скалярного произведения в геометрии и механике.
10. Понятие об ориентации плоскости и пространства.
11. Векторное произведение векторов в ориентированном пространстве, его простейшие свойства.
12. Смешанное произведение векторов, основные свойства смешанного произведения. Выражение смешанного произведения в произвольных и в ортонормированных координатах.
13. Признак компланарности векторов в координатах. Применение векторного и смешанного произведения в геометрии и механике.
14. Координаты векторного произведения в ортонормированном базисе.
15. Двойное векторное произведение, его определение и простейшие свойства. Формула для нахождения двойного векторного произведения.
16. Общее понятие системы координат на плоскости и в пространстве. Аффинная и декартова система координат. Криволинейные системы координат: полярная система координат на плоскости, цилиндрическая и сферическая система координат в пространстве.
17. Основные формулы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве в декартовой системе координат: расстояние между двумя точками, угол между двумя векторами, площадь треугольника, объем тетраэдра.
18. Формулы преобразования аффинных и декартовых координат на плоскости и в пространстве.
19. Уравнение фигуры на плоскости и в пространстве. Алгебраические фигуры. Теорема об алгебраических линиях на плоскости и об алгебраических поверхностях в пространстве. Порядок алгебраической фигуры.
20. Основная теорема о прямой на плоскости (в аффинной системе координат). Виды уравнений прямой на плоскости в аффинной системе координат
21. Взаимное расположение двух прямых. Геометрический смысл коэффициентов общего уравнения прямой в декартовой системе координат. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой (в декартовой системе координат).
22. Основная теорема о плоскости в пространстве (в аффинной системе координат). Виды уравнений плоскости в аффинной системе координат (общее, каноническое, через три заданные точки, параметрическое, в отрезках). Взаимное расположение двух плоскостей.
23. Задачи на плоскость в декартовой системе координат: угол между двумя плоскостями, расстояние от точки до плоскости.
24. Основная теорема о прямой в пространстве в аффинной системе координат. Виды уравнений прямой в пространстве: общее, каноническое, через две заданные точки, параметрическое.

25. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости (в аффинной системе координат).
26. Задачи на прямую (в декартовой системе координат): угол между двумя прямыми, угол между прямой и плоскостью, расстояние от точки до прямой, расстояние между скрещивающимися прямыми.
27. Эллипс, его определение и вывод канонического уравнения. Исследование формы эллипса по его каноническому уравнению.
28. Гипербола, ее определение и вывод канонического уравнения. Асимптоты гиперболы. Сопряженные гиперболы. Равнобочная гипербола, отнесенная к асимптотам.
29. Парабола, ее определение и каноническое уравнение. Форма параболы.
30. Общее директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы. Полярное уравнение эллипса, гиперболы и параболы.
31. Преобразование коэффициентов общего уравнения кривой 2-го порядка при переходе к новой декартовой системе координат. Инварианты. Стандартные упрощения общего уравнения кривой 2-го порядка.
32. Приведение общего уравнения кривой 2-го порядка к каноническому виду. Классификация кривых 2-го порядка.
33. Теорема о цилиндрической поверхности. Достаточный признак цилиндрической поверхности. Цилиндры 2-го порядка.
34. Теорема о поверхности вращения. Достаточный признак поверхности вращения. Примеры.
35. Конические поверхности. Достаточный признак конической поверхности. Примеры.
36. Поверхности 2-го порядка, заданные своими каноническими уравнениями (трехосный эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперболоиды, эллиптический и гиперболический параболоиды).
37. Теорема о приведении общего уравнения поверхности 2-го порядка к каноническому виду (без док-ва).
38. Линейные преобразования множества векторов плоскости.
39. Аффинные преобразования плоскости.
40. Движения плоскости.
41. Формулы аффинного преобразования плоскости в координатах. Геометрический смысл определителя аффинного преобразования.

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры геометрии (протокол № 1 от 30 августа 2022 года).

Автор:
профессор кафедры геометрии

В.Б. Поплавский