

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Факультет компьютерных наук и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета компьютерных
наук и информационных технологий

С.В. Миронов

" 22 " 09 20 21 г.



Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика

Направление подготовки бакалавриата
09.03.03 Прикладная информатика

Профиль подготовки бакалавриата
Прикладная информатика в социологии

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
заочная

Саратов,
2021

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Бродская Ю.А.		22.09.2021
Председатель НМК	Кондратова Ю.Н.		22.09.2021
Заведующий кафедрой	Тяпаев Л.Б.		22.09.2021
Специалист Учебного управления	Севакина Ю.А.		22.09.2021

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Дискретная математика» является знакомство с основными дискретными моделями высшей математики. Знание этих моделей позволяет адекватно решать различные прикладные задачи в области профессиональной деятельности выпускников по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, т.е. в математическом обеспечении информационной деятельности и производстве программного обеспечения для информационно-вычислительных систем различного назначения

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Дискретная математика» (Б1.В.04) дисциплиной обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП бакалавриата по направлению 09.03.03 Прикладная информатика, профилю «Прикладная информатика в социологии». На ее изучение отводится 108 часов (14 часов аудиторной работы, 90 часов СР, 4 часа контроль). Согласно учебному плану данный курс изучается в третьем и четвертом семестрах, заканчивается зачетом.

Для освоения данной дисциплины студентам необходимы знания и умения, полученные при изучении дисциплины «Математика», «Информатика и программирование» и освоении учебной практики. Дисциплина «Дискретная математика» является основой для последующего изучения дисциплин: «Имитационное моделирование социальных процессов», «Экономическая социология» и др.

3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
--------------------------------	--	---------------------

<p>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в Профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1. Демонстрирует знания по основам математики, физики, вычислительной техники и программирования. ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и обще-инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3. Успешно проводит теоретические и экспериментальные исследования объектов профессиональной деятельности.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные задачи дискретной математики; – основные источники информации дискретной математики; – способы извлечения необходимой информации из электронных и бумажных носителей дискретной математики. – основные методы решения задач дискретной математики. - основные понятия дискретной математики – основные факты дискретной математики, направления ее применения в прикладной социологии. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – анализировать задачи, выделяя ее базовые составляющие; – осуществлять декомпозицию задачи. – находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. – оценить достоинства и недостатки различных вариантов решения задач методами дискретной математики. – определить практические последствия решения задач дискретной математики; – оценить практические последствия решения задач дискретной математики. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками анализа задачи с выделением ее базовых составляющих. – навыками критического анализа информации, необходимой для решения поставленной задачи дискретной математики. – навыками выбора оптимального решения для поставленной задачи. – навыками формирования собственных суждений и оценок в области применения дискретной математики в прикладной информатике в социологии; – навыками грамотного, логичного и аргументированного изложения своей позиции по вопросам применения дискретной математики в прикладной информатике в социологии. – навыками определения и оценивания практических последствий возможных решений задач дискретной математики.
---	--	---

<p>ОПК-6. Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования</p>	<p>ОПК-6.1. Демонстрирует знания по основам теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования. ОПК-6.2. Эффективно применяет методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений, анализа информационных потоков, расчета экономической эффективности и надежности информационных систем и технологий. ОПК-6.3. Осуществляет инженерные расчеты основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методы и приемы формализации задач; - основные понятия дискретной математики, формулировки основных результатов, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать методы и приемы формализации задач; - разрабатывать математические модели процессов и явлений, относящихся к исследуемому объекту. разрабатывать основные алгоритмы математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ. решать типовые задачи дискретной математики; формулировать и доказывать основные результаты в области дискретной математики. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методами формализации задач, - навыками математического моделирования процессов и явлений, относящихся к исследуемому объекту. навыками построения основных алгоритмов математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ - понятийным аппаратом дискретной математики. методами доказательств утверждений; основной терминологией и понятийным аппаратом дискретной математики.
<p>ПК-2 Способен применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач</p>	<p>ИПК 2.1 Находит решение прикладных задач, применяя системный подход и математические методы ИПК 2.2 Вырабатывает формулировки решения прикладных задач в собственной научно-исследовательской деятельности ИПК 2.3 Имеет практический опыт в области формализации решения прикладных задач</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> методы дискретной математики. - формулировки и доказательства основных утверждений, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> использовать методы дискретной математики в решении задач профессиональной деятельности. - разрабатывать математические модели процессов и явлений, относящихся к исследуемому объекту. разрабатывать основные алгоритмы математических моделей на базе языков- решать

		задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дискретной математики; - самостоятельно находить взаимосвязь между различными понятиями, используемыми в данной дисциплине; и пакетов прикладных программ. Владеть: навыками применения методов дискретной математики в решении задач профессиональной деятельности
--	--	---

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа.

3 семестр трудоемкость 36 часов

№ п/п	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра Лек/прак.	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				лекции	Практик	занятия	СР	
1	Введение Предмет дискретной математики	3					6	
2	Элементы теории множеств и отношений. Элементы комбинаторики. Элементы теории отношений. Мощность бесконечных множеств (элементы классической теории множеств). Элементы комбинаторики.	3	2	2	4	Проектные и лабораторные задания по ФГОС	24	Опрос, проверка домашнего задания
7	ИТОГО (36 ч.)	3		2	4		30	

4 семестр трудоемкость 36 часов

№ п/п	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра Лек/прак.	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)
-------	-------------------	---------	------------------------------	--	--

			пра к.	лекции	Практ занят ия		СР	КСР	семестра) Формы промежуточн ой аттестации (по семестрам)
1	Функции алгебры логики. Понятие и число функций алгебры логики. Задание функций алгебры логики формулой. Функциональные системы с операциями. Алгебра логики. Разложение функций алгебры логики по переменным. СДНФ, СКНФ Логические полиномы. Функциональная полнота в классе функций алгебры логики. Критерий функциональной полноты. Минимизация булевых функций.	4		1	2		6		Опрос, проверка домашнего задания
2	Функции k-значной логики. Понятие и задание функций таблицами, формулами. Функциональная полнота в классе функций k -значной логики.	4		1			4		Опрос, проверка домашнего задания
3 5	Элементы теории графов. Основные понятия теории графов. Способы задания графов. Эйлеровы и Гамильтоновы графы. Планарные графы Раскраски.	4		2	2		14		Контрольная работа №2
4	Промежуточная аттестация	4							Зачет 4 часа Контрольная работа
7	ИТОГО (36 ч.)	4		4	4		24		

Содержание дисциплины

Раздел 1. Введение. Предмет дискретной математики.

Сущность понятия дискретного. Дискретное и непрерывное в природе.

Раздел 2. Элементы теории множеств и отношений.

2.1. Элементы комбинаторики.

Тема 2. 1.1. Выборки из n по k .

Типы выборок. Выборки без повторений. Выборки из n по k Типы выборок.. Правило суммы и произведения. Теорема о числе элементов в множестве $A \cup B$ и $A_1 \times \dots \times A_n$ Оценка числа выборок без повторения (размещений и сочетаний).

Тема 2.1.2. Размещения с повторениями.

Оценка числа размещений с повторениями (с неограниченными повторениями и с ограниченными спецификацией).

Тема 2.1.3. Сочетания с повторениями.

Оценка числа сочетаний с неограниченными повторениями. Теорема о числе подмножеств конечного множества. Следствия. Биномиальные и полиномиальные коэффициенты.

2.2. Элементы теории отношений.

Тема 2. 2.1. Отношение. Типы отношений. Задание отношений.

N -местное отношение, пустое, универсальное, унарное, бинарное, отношение на множестве. Назначение понятия. Задание отношения перечислением наборов, описанием общего свойства наборов, т.е. указанием характера связи элементов. Задание бинарных отношений графом и матрицей. Свойства бинарных отношений на множестве (рефлексивность, симметричность, транзитивность).

Тема 2.2.2. Отношение эквивалентности.

Понятие отношение эквивалентности. Класс эквивалентности. Лемма о классах эквивалентности, порожденных эквивалентными элементами. Разбиение множества. Классы разбиения. Связь отношений эквивалентности и разбиений множества.

Тема 2.2.3. Отношение толерантности.

Понятие отношения толерантности Класс толерантности. Покрытие множества. Класс покрытия. Связь покрытий множества с отношениями толерантности на этом множестве.

Тема 2.2.4. Отношение порядка.

Понятие отношение порядка. Частично упорядоченные множества. Решетки. Диаграммы частично упорядоченных множеств. Линейный порядок.

Тема 2.2.5. Операции над отношениями. Проекция отношений.

Операции над отношениями: пересечение, объединение, разность, дополнение, обращение, композиция. Проекция отношений.

Тема 2.2.6. Отображения. Функции. Типы отображений.

Понятие отношения как функционального соответствия. Типы отображений: всюду определенное, инъективное, сюръективное, биекция. Понятие функции.

2.3. Мощность бесконечных множеств.

Тема 2.3.1. Равномощность множеств. Конечные и счетные множества.

Равномощность множеств. Понятие конечного и счетного множества. Кардинальная эквивалентность. Представление счетного множества в виде последовательности. Теорема о том, что всякое бесконечное множество

содержит счетное подмножество. Объединение конечного множества со счетным. Объединение конечного и счетного множества счетных множеств.

Тема 2.3.2. Несчетные множества. Множества мощности континуума.

Понятие несчетного множества. Несчетность множества вещественных чисел в интервале $(0,1)$. Понятие множества мощности континуума. Мощность множества вещественных чисел в произвольном интервале (a,b) .

Тема 2.3.3. Сравнение бесконечных множеств. Иерархия бесконечных множеств.

Мощность объединения бесконечного множества с конечным или счетным. Определение бесконечного множества. Сравнение бесконечных множеств. Мощность множества всех подмножеств конечного и счетного множества. Мощность множества всех подмножеств бесконечного множества. Отношение равномощности на множестве всех бесконечных множеств. Континуум-гипотеза. Алгебра Кантора. Система аксиом Цермело-Френкеля (ZF). Система аксиом теории множеств (ZFC). Парадоксы теории множеств.

Раздел 3. Функции алгебры логики.

Тема 3.1. Понятие функции алгебры логики. Число функций алгебры логики.

Множество E_2 . Понятие функций алгебры логики. Задание функций алгебры логики таблицей. Число двоичных наборов длины n . Теорема о числе булевых функций от n переменных x_1, x_2, \dots, x_n . Элементарные булевы функции.

Тема 3.2. Задание функций алгебры логики формулой. Равенство функций.

Понятие формулы над множеством функций. Задание булевых функций формулой. Зависимость функций алгебры логики от переменной существенным образом. Равенство функций. Эквивалентность формул.

Тема 3.3. Функциональные системы с операциями. Алгебра логики.

Понятие алгебраической системы, алгебры, модели. Функциональные системы с операциями. Операция суперпозиции. Алгебра логики.

Тема 3.4. Двойственные функции.

Понятие функции, двойственной к функции алгебры логики. Получение таблицы для двойственной функции. Функции, двойственные к элементарным функциям алгебры логики. Теорема о функции, двойственной к суперпозиции. Принцип двойственности.

Тема 3.5. Разложение функций алгебры логики по переменным. СДНФ, СКНФ

Теорема о разложении функций алгебры логики по переменным, СКНФ, СДНФ.

Тема 3.6. Логические полиномы.

Понятие логического полинома (полинома Жегалкина). Теорема о представлении функций алгебры логики в виде полинома Жегалкина. Единственность представления.

Тема 3.7. Функциональная полнота в классе функций алгебры логики.

Понятие функциональной полноты в классе булевых функций.
Примеры Функционально полных систем.

Тема 3.8. Замкнутые классы в (P_2, C) .

Замыкание множества функций из P_2 . Связь замкнутости и полноты.
Важнейшие замкнутые классы функций алгебры логики.

Тема 3.9. Критерий функциональной полноты в классе функций алгебры логики.

Критерий функциональной полноты в классе функций алгебры логики.
Лемма о несамодвойственной функции. Лемма о немонотонной функции.
Лемма о нелинейной функции. Понятие базиса в классе функций алгебры логики. Примеры базисов.

Тема 3.10. Преобразование формул булевых функций. Минимизация булевых функций.

Основные эквивалентные преобразования функций алгебры логики.
Методы упрощения формул. Методы группировки и метод Блейка.

Тема 3.11. Синтез схем из функциональных элементов для функций алгебры логики. Метод Шеннона построения схем из функциональных элементов по формуле функции алгебры логики. Построение схем в различных базисах.

Раздел 4. Функции k -значной логики.

Тема 4.1. Понятие функции k -значной логики. Задание функций таблицами, формулами.

Функции k -значной логики. Элементарные функции. Теорема о числе функции k -значной логики от n переменных x_1, x_2, \dots, x_n .

Тема 4.2. Функциональная полнота в классе функций k -значной логики.

Функциональная полнота в классе функций k -значной логики.
Примеры функционально полных систем.

Раздел 5. Элементы теории графов.

Тема 5.1. Основные понятия теории графов.

Псевдограф, вершины, рёбра. Мультиграф, граф, орграф.
Инцидентность вершины и ребра. Смежность вершин и рёбер. Степень вершины. Изолированные и висячие вершины. Полный граф, пустой граф. Маршрут, цепь, цикл, компонента связности графа, обхват, окружение. Фактор. Двудольный граф. Точка сочленения. Блок. Разрез. Путь, контур, дерево, лес. Сеть.

Тема 5.2. Способы задания графов.

Задание графа перечислением, диаграммой, матрицей смежности, матрицей инцидентности, списками смежности.

Тема 5.3. Изоморфизм графов. Конкретный и абстрактный графы.

Основные понятия теории графов. Способы задания графов.
Изоморфизм графов.

Тема 5.4. Оценка числа графов. Лемма «о рукопожатиях».

Оценка числа абстрактных и конкретных графов. Лемма «о рукопожатиях». Следствия.

Тема 5.5. Эйлеровы графы.

Понятие эйлерова цикла, эйлерова графа. Критерий эйлеровости графа.

Тема 5.6. Гамильтоновы графы.

Гамильтонов цикл, гамильтонов граф. Достаточное условие гамильтоновости графа. Задача коммивояжера.

Тема 5.7. Планарные графы.

Планарный и плоский графы. Грань плоского графа. Формула Эйлера для плоских графов. Подразбиение ребра графа. Гомеоморфизм графов. Критерий Понтрягина-Куратовского планарности графов (без доказательства).

Тема 5.8. Раскраски.

Основные понятия. Хроматическое число. Теорема о пяти красках. Гипотеза четырех красок. Критические вершины и ребра. Критические графы.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

В учебном процессе при реализации компетентного подхода используются активные и интерактивные формы проведения занятий:

1) при проведении лекционных занятий: информационные лекции, проблемные лекции, лекции беседы, лекции дискуссии, лекции с заранее запланированными ошибками.

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором студенты не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установления связей с ранее освоенным материалом.

2) при проведении практических занятий: традиционные занятия, занятия исследования, проблемные ситуации, ситуации с ошибкой.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий ставятся следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем; отработка у обучающихся навыков взаимодействия в составе коллектива; закрепление основ теоретических знаний.

Проведение некоторых практических занятий основывается на интерактивном методе обучения, при котором обучающиеся взаимодействуют не только с преподавателем, но и друг с другом. При этом доминирует активность обучающихся в процессе обучения. Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности обучающихся на достижение целей занятия.

3) при организации самостоятельной работы студентов: поиск и обработка информации, в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий; исследование проблемной ситуации; опережающая самостоятельная работа; постановка и решение задач из предметной области; отработка навыков применения стандартных методов к решению задач предметной области.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу студентов и руководство этой работой со стороны преподавателей. Применяются следующие формы контроля: устный опрос, проверка решения практических задач, контрольная работа.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий.

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидностью используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами и лицами с ОВЗ, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов и лиц с ОВЗ, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Самостоятельная аудиторная работа студентов проводится в форме самостоятельного решения задач на практических занятиях с дальнейшим их разбором и обсуждением; проведения контрольной работы; поиска решений проблемных ситуаций, предложенных на лекциях и практических занятиях; поиска и устранения ошибок, заложенных в представлении материала преподавателем и допущенных другими студентами.

Самостоятельная работа студентов включает в себя:

- 1) выполнение домашних заданий по практическим занятиям;
- 2) выполнение индивидуальных практических заданий;
- 3) изучение лекционного материала;
- 4) углублённое изучение материала курса с использованием научной и учебно-методической литературы (включающей и интернет-ресурсы, указанные преподавателем), в том числе, предложенных задач повышенной трудности.
- 5) подготовку к контрольной работе,
- 6) подготовку к промежуточной аттестации.

Примеры заданий для практических занятий.

Раздел «Элементы теории множеств и отношений».

1). Доказать с помощью диаграмм Венна следующие тождества:

- а) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
- б) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$;
- в) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$;
- г) $A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$;
- д) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C) = (A \cap B) \setminus C$;
- е) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$;

2) Проверить выполнение равенств:

- а) $A \cup B = \bar{A} \cup (B \setminus A)$;
- б) $A \cap (B \setminus A) = \emptyset$
- в) $(A \cup B) \setminus \bar{C} = (A \setminus C) \cup (B \setminus \bar{C})$;
- г) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$;
- д) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$;

3). Доказать, что число элементов в объединении 3-х множеств определяется формулой:

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - |A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$$

4). В отделе научно-исследовательского института работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык, 6 человек знают английский, 6 – немецкий, 7 – французский, 4 знают

английский и немецкий, 3 – немецкий и французский, 2 – французский и английский, 1 человек знает все три языка. Сколько человек работает в отделе? Сколько из них знают только английский язык? Только французский? Сколько человек знает ровно 1 язык?

5) Задачи на оценку числа выборок различных типов.

1. Имеется 5 видов конвертов без марок и 4 вида марок. Сколькими способами можно выбрать конверт с маркой для посылки письма?
2. Сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы из слова «задание»? А из слова «камзол»?
3. На вершину горы ведут 7 дорог. Сколькими способами турист может подняться на гору и потом спуститься с нее? Решите ту же задачу при дополнительном условии, что спуск и подъем происходят по разным дорогам.
4. Из 12 слов мужского рода, 9 женского и 10 среднего нужно выбрать по одному слову каждого рода. Сколькими способами может быть сделан этот выбор?
5. Сколькими способами можно сделать трехцветный флаг с горизонтальными полосами одинаковой ширины, если имеется материя 6 различных цветов? Та же задача, если один из цветов должен быть красным.
6. Сколькими способами можно посадить за круглый стол 5 мужчин и 5 женщин так, чтобы никакие два лица одного пола не сидели рядом?
7. Пять девушек и трое юношей играют в городки. Сколькими способами они могут разбиться на две команды по 4 человека, если хотя бы один юноша входит в каждую команду.
8. У одного человека есть 7 книг по математике, а у другого – 9 книг. Сколькими способами они могут обменять 3 книги одного на 3 книги другого?
9. В некотором государстве не было двух жителей с одинаковым набором зубов. Какова может быть наибольшая численность населения этого государства (во рту человека может быть не более 32 зубов)?
10. У мамы 2 яблока и 3 груши. Каждый день в течение 5 дней она выдает сыну по одному фрукту. Сколькими способами это может быть сделано? Решите аналогичную задачу, если яблок n , а груш k .

6) Задачи на подсчёт слов заданной структуры.

1. Найдите количество слов длины 6 в алфавите $\{a, b, c, d\}$, в которых буква **a** встречается на один раз больше, чем буква **b**.
2. Найдите число слов длины 7 в алфавите $\{a, b, c, d\}$, в которых буквы **a** и **b** встречаются одинаковое количество раз.
3. Найдите количество слов длины 6 в алфавите $\{a, b, c, d\}$, в которых буква **a** встречается столько же раз, сколько буквы **b** и **c** вместе взятые.

Раздел «Функции алгебры логики».

1) По формуле булевой функции построить ее таблицу.

$$F(x, y, z) = xy \vee \bar{z}(x \oplus y).$$

2) Для функции, заданной таблицей, построить СДНФ, СКНФ:

$$F(x, y, z) = 10010100.$$

3) Для функции, заданной таблицей, построить полином Жегалкина методом неопределённых коэффициентов:

$$F(x, y, z) = 10010100.$$

4) Дана система булевых функций $\{f_1, f_2\}$. Определить

а) принадлежит ли функция f_2 классам T_0, T_1, S, M, L ;

б) полна ли система:

1. $\{x, x(y \rightarrow z) \vee yz\}$

2. $\{x \oplus y, (x \sim y)z \vee (x \oplus y)z\}$

3. $\{x \vee y, x(y \oplus z) \oplus (y|z)\}$

5) Для функции, заданной формулой, построить схему из функциональных элементов в заданном базисе:

$$F(x, y, z) = xy \vee \bar{z}(x \oplus y) \text{ базис а) } \{\uparrow\},$$

б) $\{\neg, \rightarrow\}$,

в) $\{0, \rightarrow\}$,

г) $\{1, \overline{\rightarrow}\}$,

д) $\{\uparrow\}$

Раздел «Элементы теории графов».

1. Для заданного графа $G=(V, X)$

а) постройте диаграмму, матрицу смежности и матрицу инцидентности графа,

$$G: V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \}, X = \{a, b, c, d, e, f, g, h\},$$

$$a = \{1, 3\}, b = \{2, 6\}, c = \{3, 6\}, d = \{1, 5\}, e = \{2, 4\}, f = \{1, 6\}, g = \{2, 5\}, h = \{2, 3\}.$$

б) определите, является ли он связным, эйлеровым, гамильтоновым, планарным, циклическим.

2. Выполните следующие упражнения с заданным псевдографом.

а) Найдите какие-либо маршруты длины 5 и длины 8 между вершинами 1 и 4.

б) Определите все цепи и простые цепи между вершинами 1 и 4.

в) Определите все простые циклы графа.

3. Изобразите все неизоморфные графы с 5 вершинами (изолированные вершины допускаются), содержащие три, пять, восемь, девять и десять ребер (всего их должно быть 14).

4. Найти число конечных помеченных графов с n вершинами и m ребрами

5. Доказать, что в связном ациклическом графе состоящем из n вершин число ребер равняется $n-1$.

6. Доказать, что в графе, все степени вершин которого равны 3, число вершин четно.

7. Найти максимальное число рёбер в полном графе.

Задачи, аналогичные задачам для практических занятий, предлагаются студентам для самостоятельной работы при подготовке к выполнению контрольных работ.

Дополнительные задачи для самостоятельной (индивидуальной) работы.

Раздел «Элементы теории множеств и отношений».

1. Построить граф и матрицу бинарного отношения « x делит y » на множестве чисел от 1 до 10.
2. Определить свойства бинарного отношения «проживать на соседних улицах» на множестве людей (рефлексивность, симметричность, транзитивность, антисимметричность, асимметричность).
3. Проверить, является ли отношение «иметь хотя бы одну общую цифру в записи числа» на множестве чисел от 1 до 10 отношением эквивалентности. Если да, то указать классы эквивалентности.
4. По заданному разбиению указать отношение эквивалентности, классы которого совпадают с классами разбиения.

Раздел «Функции алгебры логики».

1. Вывести формулу для подсчёта функций, сохраняющих 0.
2. Вывести формулу для подсчёта функций, сохраняющих 1.
3. Вывести формулу для подсчёта самодвойственных функций.
4. Вывести формулу для подсчёта функций, сохраняющих 0 и 1.
5. Вывести формулу для подсчёта функций, сохраняющих 0 и самодвойственных.
6. Вывести формулу для подсчёта функций, сохраняющих 1 и самодвойственных.
7. Вывести формулу для подсчёта функций, сохраняющих 0, 1 и самодвойственных.

Раздел «Элементы теории графов».

1. Какие части города нужно соединить мостами, чтобы задача о кенигсбергских мостах имела положительное решение? Достаточно ли для этого одного дополнительного моста?
2. Докажите по индукции, что в любом двоичном дереве число вершин степени не менее 2 на единицу меньше числа листьев.
3. Покажите, что двоичное дерево с n вершинами имеет высоту не меньше $\log n$.
4. Переведите на язык неориентированных графов и докажите следующие утверждения (предполагается, что отношение «быть другом» симметрично, и человек не включается в число своих друзей).
 - а) В любой компании из $n \geq 2$ человек найдутся два человека с одинаковым числом друзей (из присутствующих).

б) В любой группе из 6 человек можно найти либо трех человек, являющихся друзьями друг друга, либо 3-х человек, никакие двое из которых не являются друзьями друг друга.

в) Если в компании из n человек у каждого не менее $n/2$ друзей, то эту компанию можно рассадить за круглым столом так, чтобы каждый сидел между двумя друзьями.

5. Переведите задачу на язык неориентированных графов.

При производстве печатных плат сверлильный станок с числовым программным управлением должен сделать большое количество отверстий в заданных точках платы, переходя от одной точки к другой. Время работы такого станка складывается из суммарного времени сверления, которое не зависит от порядка обхода точек, и из суммарного времени переходов от одной точки к другой. Требуется задать такую последовательность обхода точек, чтобы общее время работы станка было минимально.

6. Переведите задачу на язык неориентированных графов.

Имеется машина (станок, компьютер) и n заданий, каждое из которых она способна выполнить после соответствующей настройки. При этом необходимо затратить на переналадку t_{ij} единиц времени для того, чтобы после выполнения i -того задания выполнить j -тое. В предположении, что $t_{ij}=t_{ji}$, требуется найти последовательность выполнения заданий, при которой время каждой переналадки не превосходит величины t .

Фонд оценочных средств дисциплины включает в себя контрольные работы, вопросы к промежуточной аттестации (зачет), опросы на практических занятиях

Типовые задания (варианты) контрольной работы.

Контрольная работа №1.

1. Найдите число слов длины 8 в алфавите $\{a, b, c\}$, в которые буква a входит не менее 3 раз и не более 5 раз.

2. По формуле булевой функции построить ее таблицу:

$$F(x, y, z) = xy \vee \bar{z}(x \oplus y)$$

3. Для функции, заданной таблицей, построить СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина методом неопределённых коэффициентов:

$$F(x, y, z) = 10010100.$$

4. Группа состоит из 10 артистов. Сколькими способами можно выбирать из нее в течение двух вечеров по 6 человек для участия в спектаклях так, чтобы эти составы не совпадали друг с другом?

Контрольная работа №2.

1. Дана система булевых функций $\{f_1, f_2\}$. Определить

а) принадлежит ли функция f_2 классам T_0, T_1, S, M, L ;

б) полна ли система.

2. Для функции, заданной формулой, построить схему из функциональных элементов в заданном базисе:

$F(x, y, z) = xy \vee \bar{z}(x \oplus y)$ базис а) $\{\uparrow\}$,

б) $\{\neg, \rightarrow\}$.

3. Для заданного графа $G=(V, X)$

а) постройте диаграмму, матрицу смежности и матрицу инцидентности графа,

$G: V=\{1,2,3,4,5,6\}, X=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$,

$a=\{1,3\}, b=\{2,6\}, c=\{3,6\}, d=\{1,5\}, e=\{2,4\}, f=\{1,6\}, g=\{2,5\}, h=\{2,3\}$.

б) определите, является ли он связным, эйлеровым, гамильтоновым, планарным, циклическим.

Вопросы для текущего контроля успеваемости

1. Может ли подмножество множества совпадать с самим множеством?
2. Сколько существует всех подмножеств у конечного n -элементного множества?
3. Какое множество называется бесконечным?
4. Существует ли множество максимальной мощности?
5. Всегда ли число элементов в объединении двух конечных множеств равно сумме числа элементов в каждом из них?
6. Какой мощности получится множество, если объединить множество мощности континуума со счётным
7. Определить, является ли отношение «выиграть партию» на множестве игроков в шахматы рефлексивным, симметричным, транзитивным, антисимметричным, асимметричным, иррефлексивным, отношением эквивалентности, толерантности, порядка?
8. В чём особенность графа рефлексивного, симметричного, транзитивного, антисимметричного, асимметричного, иррефлексивного отношения, отношения эквивалентности, толерантности, порядка?
9. Какие существуют типы выборок?
10. К какому типу выборок относятся телефонные номера?
11. К какому типу выборок относится множество?
12. Какие существуют формы представления булевых функций?
13. Как по таблице определить число слагаемых СДНФ?
14. Какие булевы операции участвуют в построении логических полиномов?
15. Что такое суперпозиция функций?
16. Какие важнейшие замкнутые классы в множестве функций алгебры логики?
17. Какие системы функций называются полными, предполными?

18. Какие системы функций являются полными, предполными?
19. Сколько существует функций k -значной логики от n переменных?
20. Назовите элементарные функции k -значной логики?
21. Что такое граф (псевдограф) и каковы его формы представления?
22. Какой граф называется эйлеровым, гамильтоновым, планарным, деревом?
23. Какие графы называются изоморфными, гомеоморфными?
24. Каково максимальное число рёбер в полном n -вершинном графе?
25. Что такое абстрактный и конкретный граф?

Вопросы для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Раздел «Элементы теории множеств и отношений».

1). Комбинаторика.

1. Понятие выборки из n по k . Типы выборок. Правило суммы. Число элементов в объединении n множеств (формула включений и исключений).

2. Оценка числа размещений без повторений. Размещения с повторениями по спецификации. Размещения с неограниченными повторениями.

3. Сочетания без повторений. Сочетания с неограниченными повторениями.

4. Теорема о числе подмножеств конечного множества. Следствия. Правило произведения. Число элементов в декартовом произведении n множеств.

2). Элементы теории и отношений

1. Понятия n -местного отношения. Типы отношений. Способы задания n -местных отношений. Задание бинарных отношений.

2. Свойства бинарных отношений на множестве. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. Лемма о классах эквивалентности, порожденных эквивалентными элементами. Примеры.

3. Разбиение множества. Классы разбиения. Теорема о связи отношений эквивалентности с разбиениями множества. Построение отношения эквивалентности по разбиению.

4. Отношение толерантности. Классы толерантности. Базис. Теорема о связи отношений толерантности с покрытиями множества.

5. Отношение строгого и нестрогого частичного порядка. Частично упорядоченные множества. Диаграммы Хассе для частично упорядоченных множеств. Примеры частично упорядоченных множеств.

6. Проекция бинарных отношений. Отображение как отношение. Понятие функции, операции.

3.) Мощность бесконечных множеств.

1. Понятие конечного, счётного множества, множества мощности континуума. Теорема о существовании счётного подмножества бесконечного

множества. Теорема о мощности множества всех подмножеств счётного множества. Теорема о мощности объединения бесконечного множества с конечным или счётным.

2 Понятие бесконечного множества. Сравнение бесконечных множеств по мощности. Теорема о мощности множества всех подмножеств произвольного множества. Иерархия бесконечных множеств.

Раздел «Функции алгебры логики (ф.а.л.)».

1. Понятие ф.а.л. (булевой функции). Задание ф.а.л. таблицей. Теорема о числе ф.а.л. от n переменных. Элементарные булевы функции
2. Понятие формулы над множеством функций. Задание булевых функций формулой. Суперпозиция функций. Существенные и фиктивные переменные. Равенство функций. Эквивалентность формул. Основные равносильности алгебры логики..
3. Понятие алгебры, функциональной системы с операциями, алгебры логики.
4. Понятие функции, двойственной к ф.а.л.. Теорема о функции, двойственной к суперпозиции. Принцип двойственности. Следствие.
5. Разложение ф.а.л. по переменным. СДНФ.
6. Теорема о разложении ф.а.л. в СКНФ. Примеры.
7. Логические полиномы. Теорема о представлении ф.а.л. в виде полинома Жегалкина. Метод неопределенных коэффициентов.
8. Замыкание множества в P_2 . Свойства замыкания. Замкнутость множества. Важнейшие замкнутые классы в P_2 . Доказательство замкнутости классов T_0, T_1, S .
9. Доказательство замкнутости классов L, M .
10. Понятие функциональной полноты в P_2 . Теорема о сводимости задачи проверки полноты одной системы к задаче проверки полноты другой системы. Понятие базиса в P_2 . Примеры функционально полных систем в P_2 (с доказательством полноты).
11. Критерий функциональной полноты (ф.п.) в P_2 (формулировка). Доказательство необходимости. Лемма о несамодвойственной функции.
12. Критерий ф.п. в P_2 . Лемма о немонотонной функции.
13. Критерий ф.п. в P_2 . Лемма о нелинейной функции.
14. Критерий ф.п. в P_2 . Доказательство достаточности.
15. Следствия из критерия ф.п. в P_2 . Предполные классы в P_2 .

Раздел «Функции k -значной логики».

1. Понятие функции k -значной логики. Способы задания функций k -значной логики. Теорема о числе функций k -значной логики. Элементарные функции k -значной логики.
2. Функциональная полнота систем B_0 и $\{V_k\}$.

3. Функциональная полнота системы $\{ \bar{x}, \max(x_1, x_2) \}$.

Построение математических моделей комбинационных устройств с помощью теории функций алгебры логики

1. Описание функционирования сумматора параллельного действия.
2. Описание работы системы герметизации подводной лодки.

Раздел «Элементы теории графов».

1. Основные понятия теории графов. Псевдограф, вершины, рёбра. Мультиграф, граф, орграф. Инцидентность вершины и ребра. Смежность вершин и рёбер. Степень вершины. Изолированные и висячие вершины. Способы задания графов.

2. Полный и пустой граф. Маршрут, цепь, простая цепь. Цикл, простой цикл. Подграф. Связный граф. Компонента связности графа. Дерево, лес. Путь, контур. Лемма «о рукопожатиях». Следствия.

3. Изоморфизм графов. Конкретный и абстрактный графы. Оценка числа графов. Теорема Рейда.

4. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графов.

5. Гамильтоновы графы. Достаточное условие гамильтоновости графа.

6. Планарный и плоский графы. Формула Эйлера для плоских графов.

7. Следствия из формулы Эйлера. Подразбиение ребра графа. Гомеоморфизм графов. Критерий планарности графов (без доказательства).

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
3-4	10	0	25	15	0	15	35	100

Программа оценивания учебной деятельности студента

3-4 семестры

Лекции

*Посещаемость, активность, умение выделить главную мысль и др.
(от 0 до 10 баллов)*

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 3 баллов;
- от 51% до 75% – 6 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены

Практические занятия

Самостоятельность при выполнении работы, активность работы в аудитории, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д. (от 0 до 25 баллов)

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 10 баллов;
- от 51% до 75% – 18 баллов;
- от 76% до 100% – 25 баллов.

Самостоятельная работа

Качество и количество выполненных домашних работ, правильность выполнения и т.д. (от 0 до 15 баллов)

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности – от 0 до 15 баллов
Контрольная работа (от 0 до 15 баллов).

Промежуточная аттестация – от 0 до 35 баллов

Формой промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины является *зачет*, который проводится в виде ответа на билет, состоящий из двух вопросов. Задаются еще два–три дополнительных вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации. На прохождение аттестации студенту отводится 30 минут.

При проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 30 до 35 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 20 до 29 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 10 до 19 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 9 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 3-4 семестры по дисциплине «Дискретная математика» составляет **100** баллов.

Таблица 2.2 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Дискретная математика» в оценку (зачет):

85 – 100 баллов	«отлично» / «зачтено»
71 – 84 баллов	«хорошо» / «зачтено»
55 – 70 баллов	«удовлетворительно» / «зачтено»
менее 55 баллов	«неудовлетворительно» / «не зачтено»

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) литература:

1. Гусева А. И. Дискретная математика [Текст] : Учебник (СПО) / А. И. Гусева. - 1. - Москва : ООО "КУРС" ; Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2017. - 208 с. - ISBN 978-5-906818-21-8 : Б. ц. Перейти к внешнему ресурсу <http://znanium.com/go.php?id=761307> Книга находится в ЭБС "ZNANIUM.com" (ИД "ИНФРА-М")

2. Гусева А. И. Дискретная математика. Сборник задач [Текст] : Учебник. / А. И. Гусева, В. С. Киреев, А. Н. Тихомирова. - 1. - Москва : ООО "КУРС" ; Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2017. - 208 с. - ISBN 978-5-906818-72-0 : Б. ц. Перейти к внешнему ресурсу <http://znanium.com/go.php?id=761310> Книга находится в ЭБС "ZNANIUM.com" (ИД "ИНФРА-М")

3. Мальцев Дискретная математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / И. А. Мальцев. - 2-е изд. - Санкт-Петербург : Лань, 2011. - 304 с. - ISBN 978-5-8114-1010-1 : Б. ц. Перейти к внешнему ресурсу <https://e.lanbook.com/book/638> Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ". Книга из коллекции Лань - Математика

4. Шевелев Ю. П. Дискретная математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю. П. Шевелев. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 592 с. - ISBN 978-5-8114-4284-3 : Б. ц. Перейти к внешнему ресурсу <https://e.lanbook.com/book/118616> Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ". Книга из коллекции Лань - Математика.

5. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов [Электронный ресурс] : Учебное пособие / Р. Хаггарти. - Москва : Техносфера, 2012. - 400 с. - ISBN 978-5-94836-303-5 : Б. ц. Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12723.html>. Книга находится в ЭБС «IPRbooks»

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" предоставляет свободный доступ к полнотекстовой электронной учебно-методической библиотеке для профессионального образования. <http://window.edu.ru/>
2. Лицензионное программное обеспечение: ОС Microsoft Windows 7, ОС Microsoft Windows 8, Microsoft Office 2007.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционные занятия проводятся в аудиториях на 30-40 посадочных мест, практические занятия – на 20-30 посадочных мест. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски для визуализации информации.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика и профилю подготовки «Прикладная информатика в социологии».

Автор

доцент кафедры дискретной
математики и информационных технологий



Ю.А. Бродская

Программа одобрена на заседании кафедры дискретной математики и информационных технологий от 22.09. 2021 года, протокол № 2.

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература:

1. Розен В. В. Введение в дискретную математику [Текст] : учебное пособие для студентов, изучающих курс дискретной математики и смежные дисциплины : 2 ч. / В. В. Розен, Ю. А. Бродская ; Сарат. нац. исслед. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского. - Саратов : Издательство Саратовского университета, 2016 - ISBN 978-5-292-04411-6. Ч. 1. - Саратов : Издательство Саратовского университета, 2016. - 90 с.
2. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику [Текст] : учеб. пособие / С. В. Яблонский; под ред. В. А. Садовниченко; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 4-е изд., стер. - Москва : Высш. шк., 2006. - 384 с. :
3. Соболева Т.С. Дискретная математика. Углубленный курс [Электронный ресурс] : Учебник / Т. С. Соболева. - 1. - Москва : ООО "КУРС" ; Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2016. - 278 с. – ISBN 978-5-906818-11-9 : Б. ц. Перейти к внешнему ресурсу <http://znanium.com/go.php?id=520541> книга находится в ЭБС "ZNANIUM.com" (ИД "ИНФРА-М")
4. Канцедал С.А. Дискретная математика [Электронный ресурс] : Учебное пособие / С. А. Канцедал. - 1. - Москва : Издательский Дом "ФОРУМ" ; Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2017. - 222 с. - ISBN 978-5-8199-0304-9 : Б. ц. Перейти к внешнему ресурсу <http://znanium.com/go.php?id=614950> Книга находится в ЭБС "ZNANIUM.com" (ИД "ИНФРА-М")
5. Новиков Ф. Дискретная математика: Учебник для вузов. Стандарт третьего поколения [Электронный ресурс] / Ф. Новиков. - Санкт-Петербург : Питер, 2011. - 384 с. : ил. - ISBN 978-5-459-00452-6.