

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет



УТВЕРЖДАЮ
Декан механико-математического
факультета

Захаров А.М.

" 25 "

2021 г.

Рабочая программа дисциплины

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки

01.03.03 «Механика и математическое моделирование»

Профиль

Механика деформируемых тел и сред

Квалификация выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Саратов,

2021

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Голубь А.В.		25.11.2021
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		25.11.2021
Заведующий кафедрой	Дудов С.И.		25.11.2021
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются:

- а) знакомство с основными типами дифференциальных уравнений, системами и методами их исследования;
- б) освоение классических способов решения этих уравнений;
- в) знакомство с различными математическими моделями, связанными с дифференциальными уравнениями;
- г) выработка навыков использования полученных знаний в исследовательской и прикладной деятельности;
- д) подготовка студентов к освоению дисциплин, изучаемых на старших курсах;
- е) выработка способности приобретать новые и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» (Б1.О.15) относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» ООП бакалавриата направления 01.03.03 «Механика и математическое моделирование» и профиля «Механика деформируемых тел и сред».

На ее изучение отводится 324 часа (132 часа аудиторной работы, 120 часов СР, 72 часа контроль, 4 контрольные работы). Согласно учебному плану направления и профиля подготовки данный курс в третьем семестре заканчивается зачетом с оценкой, а в четвертом семестре заканчивается экзаменом.

При освоении дисциплины «Дифференциальные уравнения» требуются глубокие знания по курсам: математический анализ, алгебра и геометрия, математическая логика.

Важное значение в успешном освоении дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения» имеет владение студентами основными фактами теории дифференциального и интегрального исчисления, теории функциональных рядов, методами исследования линейных алгебраических систем.

Полученные в курсе «Дифференциальные уравнения» знания необходимы при изучении

- Уравнений математической физики;
- Методов оптимизации;
- Комплексного анализа.

3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.	Знать: основные методы изложения теории; структуру задачи; основные типы задач. Уметь: анализировать задачи, выделяя ее базовые составляющие; осуществлять декомпозицию задачи. Владеть: навыками анализа задачи с выделением ее базовых составляющих.
	2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Знать: основные источники информации; способы извлечения необходимой информации из электронных и бумажных носителей. Уметь: находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. Владеть: навыками критического анализа информации, необходимой для решения поставленной задачи.

	<p>3.1_ Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>Знать: основные методы решения задач конкретного типа; теоретический материал по теме поставленной задачи. Уметь: решать задачи различными методами; проводить сравнительный анализ решений задач. Владеть: навыками выбора наиболее рационального метода для решения задачи; навыками сравнительного анализа.</p>
	<p>4.1_ Б.УК-1. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p>	<p>Знать: основные логические схемы геометрических теорем; основные методы математических доказательств. Уметь: грамотно, логично, аргументированно формировать собственные суждения и оценки в решении задач по практике. Владеть: навыками логических рассуждений; навыками построения математических доказательств.</p>
	<p>5.1_ Б.УК-1. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.</p>	<p>Знать: основные закономерности последствий возможных решений задач. Уметь: определить практические последствия решения задач; оценить практические последствия решения задач. Владеть: навыками определения и оценивания практических последствий возможных решений задач.</p>
<p>УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих норм, имеющихся ресурсов и ограничений.</p>	<p>1.1_ Б.УК-2. Формулирует в рамках поставленной цели совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения выделенных задач.</p>	<p>Знать: основные методы решения задач; основные этапы математического моделирования при решении задач. Уметь: определять ожидаемые результаты решения выделенных задач. Владеть: навыками постановки и решения задач в рамках поставленной цели.</p>
	<p>2.1_ Б.УК-2. Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.</p>	<p>Знать: проектирование решения конкретной задачи проекта. Уметь: выбирать оптимальный способ решения задачи проекта. Владеть: правовыми нормами и имеющимися ресурсами, и ограничениями.</p>
	<p>3.1_ Б.УК-2. Решает конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время</p>	<p>Знать: постановку и методы решения основных задач. Уметь: правильно распределить время, выделенное на решение поставленной задачи; решать конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время.</p>

		<p>Владеть: навыками решения типовых задач.</p>
<p>УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни.</p>	<p>4.1_ Б.УК-2. Публично представляет результаты решения конкретной задачи проекта.</p>	<p>Знать: основные этапы математического моделирования при решении типовых задач; основные математические модели, применяемые при решении типовых задач. Уметь: оформлять результаты решения конкретной задачи проекта и научные результаты; публично представлять результаты решения конкретной задачи. Владеть: навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи.</p>
	<p>1.1_ Б.УК-6. Применяет знание о своих ресурсах и их пределах (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</p>	<p>Знать: как применять знания своих ресурсах и их пределах (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы. Уметь: применять знания своих ресурсах и их пределах (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы. Владеть: навыками применения своих ресурсов и их пределов (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</p>
	<p>2.1_ Б.УК-6. Понимает важность планирования перспективных целей деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>	<p>Знать: как планировать перспективные цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей. Уметь: планировать цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста. Владеть: планированием перспективных целей деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>
	<p>3.1_ Б.УК-6. Реализует намеченные цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>	<p>Знать: возможности реализации намеченных целей деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей и т.д. Уметь: реализовывать намеченные цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей. Владеть: навыками реализации намеченных целей деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>

	<p>4.1_Б.УК-6. Критически оценивает эффективность использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.</p>	<p>Знать: методы эффективного использования рабочего времени для поставленных задач. Уметь: критически оценивать эффективность использования времени, а также полученный результат. Владеть: навыком сбора и анализа данных для оценивания эффективности использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.</p>
	<p>5.1_Б.УК-6. Демонстрирует интерес к учебе и использует предоставляемые возможности для приобретения новых знаний и навыков.</p>	<p>Знать: предшествующий материал дисциплин для освоения и понимания предоставляемой информации. Уметь: использовать предоставляемые возможности для приобретения новых знаний и навыков. Владеть: навыками сбора и анализа данных для лучшего усвоения материала, приобретения новых знаний и навыков.</p>
<p>ОПК-1 Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности.</p>	<p>1.1_Б.ОПК-1. Демонстрирует знание основных понятий, гипотез, теорем, методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p>Знать: основные понятия, гипотезы, теоремы, методы фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук. Уметь: демонстрировать знания основных понятий, гипотез, теорем, методов фундаментальной и прикладной математики, механики. Владеть: навыками применения основных понятий, гипотез, теорем, методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>
	<p>2.1_Б.ОПК-1. Осуществляет первичный сбор и анализ данных в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p>Знать: как осуществлять первичный сбор и анализ данных в области фундаментальной и прикладной математики. Уметь: осуществлять первичный сбор и анализ данных в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики. Владеть: сбором и анализом данных.</p>
	<p>3.1_Б.ОПК-1. Корректно интерпретирует различные данные в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p>Знать: как корректно интерпретировать различные данные в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук. Уметь: корректно интерпретировать различные данные в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики</p>

		и других естественных наук. Владеть: способами корректной расшифровки различных данных в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.
	4.1_Б.ОПК-1. Обладает навыками анализа математических задач и/или естественнонаучных фактов/явлений.	Знать: методы решения и анализа математических задач и/или естественнонаучных фактов/явлений. Уметь: применять навыки анализа математических задач и/или естественнонаучных фактов/явлений. Владеть: методами, навыками для анализа математических задач и/или естественнонаучных фактов/явлений.
	5.1_Б.ОПК-1. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, при решении задач в области избранных видов профессиональной деятельности.	Знать: способы и решения задач в области избранных видов профессиональной деятельности. Уметь: применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук. Владеть: фундаментальными знаниями, полученными в области математических и естественных наук, при решении задач в области избранных видов профессиональной деятельности.
	6.1_Б.ОПК-1. Имеет опыт теоретического исследования объектов профессиональной деятельности с помощью методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.	Знать: методы фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук для теоретического исследования объектов профессиональной деятельности. Уметь: применять опыт теоретического исследования объектов профессиональной деятельности с помощью методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук. Владеть: навыками применения методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук для теоретического исследования объектов профессиональной деятельности.
ОПК-5 Способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере	1.1_Б.ОПК-5. Демонстрирует знание научных основ математики и механики.	Знать: основы математики и механики. Уметь: демонстрировать знание научных основ математики и механики. Владеть: навыками демонстрации знаниями научных основ математики и механики.

математики и механики.	2.1_Б.ОПК-5. Корректно интерпретирует научные знания в области математики и механики.	Знать: научные знания в области математики и механики. Уметь: корректно интерпретировать научные знания в области математики и механики. Владеть: навыками интерпретации научных знаний в области математики и механики.
	3.1_Б.ОПК-5. Может различным образом представлять и адаптировать знания в сфере математики и механики с учетом уровня аудитории.	Знать: техники, приемы предоставления знания в сфере математики и механики с учетом уровня аудитории. Уметь: адаптировать знания, информацию в сфере математики и механики с учетом уровня аудитории. Владеть: навыками, техникой, приемами предоставления знаний в сфере математики и механики с учетом уровня аудитории.
	4.1_Б.ОПК-5. Владеет научной терминологией и может публично представлять собственные и известные научные результаты в сфере математики и механики.	Знать: научную терминологию. Уметь: публично представлять собственные и известные научные результаты в сфере математики и механики. Владеть: научной терминологией и опытом публично представлять собственные и известные научные результаты в сфере математики и механики.

4. Структура и содержание дисциплины «Дифференциальные уравнения»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц, т.е. 324 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия		КСР	СРС	Контроль	
					Общая трудоемкость	Из них – практическая подготовка				
1	2	3	4	5	6		7	8	9	10
3 семестр										
1.	Основные понятия и определения.	3	1-5	10	10			10		
2.	Нормальные системы ДУ.	3	6-9	8	8			14		Контрольная работа (9 неделя)
3.	Теория линейных ДУ n-го порядка.	3	10-15	10	10			14		
4.	Граничные задачи 2-го порядка.	3	16-18	6	6			20		Контрольная работа (17 неделя)

5.	Промежуточная аттестация	3	-	-	-	-	-	18	Зачет с оценкой
6.	Трудоемкость дисциплины за 3 семестр - 144 часа			34	34		0	58	18
4 семестр									
7.	Теория линейных систем ДУ.	4	1-4	10	10			12	
8.	Теория устойчивости ДУ.	4	5-12	11	11			25	Контрольная работа (9 неделя)
9.	Уравнения с частными производными.	4	13-16	11	11			25	Контрольная работа (16 неделя)
10.	Промежуточная аттестация	4	-	-	-	-	-	54	Экзамен
11.	Трудоемкость дисциплины за 4 семестр - 180 часа	4		32	32			62	54
12.	Общая трудоемкость дисциплины - 324 часа			66	66			120	72

Содержание разделов учебной дисциплины

Раздел 1. Основные понятия и определения. Примеры прикладных задач, описываемых ДУ. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Поле направлений, изоклины. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные ДУ, линейные ДУ. Уравнения Бернулли и Риккати. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения, неразрешенные относительно старшей производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Раздел 2. Нормальные системы ДУ. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для нормальной системы. (Метод Пикара.) Случай линейной системы. Теорема Пеано (без док-в). Теорема о непрерывной зависимости решений от параметров и начальных условий. Теорема о дифференцируемости решений.

Раздел 3. Теория линейных ДУ n-го порядка. Линейная зависимость системы непрерывных функций. Фундаментальная система решений (ФСР). Определитель Вронского. Критерий фундаментальности системы решений. Теорема существования фундаментальной системы решений. Общее решение ДУ. Метод вариации произвольных постоянных. Формула Остроградского-Лиувилля. Теорема о существовании аналитического решения. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера построения Ф.С.Р. Метод неопределенных коэффициентов. Уравнение Эйлера.

Раздел 4. Граничные задачи 2-го порядка. Собственные значения и собственные функции и их свойства. Теорема о существовании собственных значений и их асимптотика.

Раздел 5. Теория линейных систем ДУ. Понятие матричного решения. Фундаментальная матрица. Общее решение линейной системы. Формула Остроградского-Якоби. Случай системы с постоянной матрицей. Матричная экспонента. Резольвентный метод. Метод Эйлера в случае простых корней

Раздел 6. Теория устойчивости ДУ. Общие понятия. Примеры. Устойчивость линейных систем. Случай системы ДУ с постоянными коэффициентами. Устойчивость и асимптотическая устойчивость возмущенной системы. Устойчивость по первому приближению. Второй метод Ляпунова. Критерии Михайлова и Гурвица. Теоремы Ляпунова и Четаева. Типы особых точек на фазовой плоскости.

Раздел 7. Уравнения с частными производными. Основные понятия. Примеры. Линейные уравнения с частными производными. Постановка задачи Коши. Характеристическая система.

Свойство 1-го интеграла. Теорема об общем решении. Решение задачи Коши. Квазилинейное уравнение. Нахождение решения в неявном виде. Примеры.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

При проведении лекционных и практических занятий предусматривается использование информационных технологий, включающих пакеты стандартных статистических программ: Statistica, SPSS и др. Использование информационных технологий осуществляется, в частности, в процессе реализации активных и интерактивных форм проведения занятий.

При чтении лекций в качестве материала, иллюстрирующего возможности математического моделирования в различных ситуациях, активно используются примеры из практики обработки данных в процессе исследований в предметной области. Информационные и интерактивные технологии используются при обсуждении проблемных и неоднозначных вопросов, требующих выработки решения в ситуации неопределенности.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30 % аудиторных занятий.

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидов

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для *слабовидящих*:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для *глухих и слабослышащих*:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для *лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих* все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

К самостоятельной работе относятся:

- самостоятельная работа на аудиторных занятиях (лекциях, семинарах, коллоквиумах, практических занятиях);
- внеаудиторная самостоятельная работа.

В процессе обучения предусмотрены следующие виды самостоятельной работы обучающегося:

- Работа с конспектами лекций;
- Проработка пройденных лекционных материалов по конспекту лекций, учебникам и пособиям в соответствии с вопросами, предложенными преподавателем;
- Написание рефератов по отдельным разделам;

- Проработка дополнительных тем, не вошедших в лекции, но обязательных согласно учебной программе модуля;
- Самостоятельное решение сформулированных задач по основным разделам курса;
- Подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- Изучение обязательной и дополнительной литературы;
- Подготовка к текущему и промежуточному контролю знаний;
- Выполнение контрольных работ;
- Электронный поиск информации

При освоении дисциплины могут быть использованы следующие формы контроля самостоятельной работы:

- устный опрос;
- доклад;
- реферат;
- контрольная работа;
- другие по выбору преподавателя.

Самостоятельная работа студентов проводится с использованием конспектов лекций, материалов практических занятий, а также литературы, указанной в разделе 8.

Самостоятельная работа студентов обеспечивается регулярным проведением консультаций, домашних заданий и проведением контрольных работ.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов проводится в форме изучения и анализа лекционного материала, изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе, подбора дополнительных источников для извлечения научно-технической информации, связанной с проблемами, изучаемыми в рамках данной дисциплины и решения задач с дальнейшим их разбором или обсуждением на аудиторных занятиях, подготовки к промежуточной аттестации.

Самостоятельная аудиторная работа студентов проводится в форме самостоятельного решения задач на практических занятиях с дальнейшим их разбором и обсуждением; проведения контрольной работы; поиска решений проблемных ситуаций, предложенных на лекциях и практических занятиях; поиска и устранения ошибок, заложенных в представлении материала преподавателем и допущенных другими студентами.

Текущий контроль усвоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» проводится в форме устных опросов на лекционных и практических занятиях, разбора и обсуждения решаемых задач на практических занятиях, контрольной работы по теме «Дифференциальные уравнения». Примерные варианты контрольной работы содержатся в фонде оценочных средств текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Дифференциальные уравнения» проводится в форме 3 семестр зачет с оценкой, 4 семестр экзамен.

Темы самостоятельной работы

1 семестр

1. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для нормальной системы.
2. Интегрирование уравнений с разделяющимися переменными.
3. Интегрирование однородных дифференциальных уравнений.
4. Теорема об интегрировании линейных уравнений 1-го порядка.
5. Уравнения в полных дифференциалах.
6. Интегрирующий множитель.
7. Метод введения параметра.
8. Критерий фундаментальности системы решений для линейного уравнения n -ого порядка $l(y) = f(x)$.
9. Метод Лагранжа.
10. Метод Эйлера.

11. Интегрирование уравнения Эйлера.
12. Метод неопределенных коэффициентов.
13. Свойства собственных значений и собственных функций краевой задачи.
14. Функция Грина.

2 семестр

1. Линейные системы дифференциальных уравнений 1-го порядка. Задача Коши.
2. Критерии фундаментальности системы решения уравнений $Y' = A(x)Y$.
3. Метод Эйлера в случае простых корней.
4. Матричное решение уравнения $T' = A(x)T$ и его свойства.
5. Матричная экспонента e^{Ax} .
6. Резольвентный метод.
7. Понятие устойчивости по Лапунову решения уравнения $Y' = F(x, Y)$.
8. Асимптотическая устойчивость решения. Примеры.
9. Критерий устойчивости и асимптотической устойчивости для $Y' = A(x)Y$.
10. Устойчивость для случая A - постоянная матрица.
11. Устойчивость возмущенной системы.
12. Критерий Михайлова и Гурвица.
13. Линейные уравнения с частными производными. Пример задачи Коши.
14. Свойства 1-го интеграла характеристической системы уравнений.
15. Решение задачи Коши.

Текущий контроль усвоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» проводится в виде контрольных работ по темам:

- «Дифференциальные уравнения 1-го порядка»,
- «Дифференциальные уравнения 1-го порядка (продолжение)»,
- «Линейные дифференциальные уравнения»,
- «Системы дифференциальных уравнений. Устойчивость».

Контрольная работа «Дифференциальные уравнения 1-го порядка»

Вариант 1.

1. Решить уравнение: $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x$.
2. Найти кривые, для которых площадь треугольника, образованного касательной, ординатой точки касания и осью абсцисс, есть величина постоянная, равная a^2 .
3. Решить задачу Коши: $(x^2 + y^2)y' = 2xy$; $y(1) = 1$.

Вариант 2.

1. Решить уравнение: $y' = \frac{x + y - 2}{3x - y - 2}$.
2. Решить задачу Коши: $y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$, $y(0) = 1$.
3. Решить уравнение: $y' + 2y = y^2 e^x$.

Контрольная работа «Дифференциальные уравнения 1-го порядка (продолжение)»

Вариант 1.

1. Решить уравнение: $e^{-y} dx - (2y + xe^{-y}) dy = 0$.
2. Решить уравнение: $yy'^3 + x = 1$.
3. Решить уравнение: $y = xy'^2 - 2y'^3$.

Вариант 2.

1. Решить уравнение: $\left(y - \frac{1}{x}\right)dx + \frac{dy}{y} = 0$.

2. Решить уравнение: $xy' - y = \ln y'$.

3. Найти кривую, каждая касательная, к которой образует с осями координат треугольник площади $2a^2$.

Контрольная работа «Линейные дифференциальные уравнения»

Вариант 1.

1. Решить уравнение: $y^{(4)} + 16y = 0$.

2. Решить уравнение: $y'' - 9y = e^{3x} \cos x$.

3. Являются ли данные функции линейно зависимыми на отрезке $[0,1]$: $x, 3x - x^2, x^3$.

Вариант 2.

1. Решить уравнение: $y^{(4)} + 2y'' + y = 0$.

2. Решить уравнение: $y'' + y = \frac{2}{\cos^3 x}$.

3. Являются ли данные функции линейно зависимыми на отрезке $[-1,1]$: $x, |x|, x^2$.

Контрольная работа «Системы дифференциальных уравнений. Устойчивость»

Вариант 1.

1. Построить функцию Грина для краевой задачи:

$$y'' + y' = f(x), \quad y(0) = 0, \quad y'(1) = 0.$$

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y + z \\ \dot{y} = x + y \\ \dot{z} = 3x + z \end{cases}, \quad \text{если } \lambda_1 = 1, \lambda_{2,3} = 1 \pm 2i.$$

3. Исследовать на устойчивость нулевые решения системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 + y^2 - 2x, \\ \dot{y} = 3x^2 - x + y. \end{cases}$$

Вариант 2.

1. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y, \\ \dot{y} = x - 2x + 2 \sin t. \end{cases}$$

2. Исследовать на устойчивость нулевые решения системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sqrt{4 + 4y} - 2e^{x+y}, \\ \dot{y} = \sin 2x + \ln(1 - 4y). \end{cases}$$

3. Решить задачу Коши: $2\sqrt{x} \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad z = y^2 \quad \text{при} \quad x = 1.$

Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения»:

1. Примеры прикладных задач, описываемых ДУ.
2. Дифференциальные уравнения 1-го порядка.
3. Поле направлений, изоклины.
4. Уравнения с разделяющимися переменными,
5. Однородные ДУ,

6. Линейные ДУ.
7. Уравнения Бернулли и Риккати.
8. Уравнения в полных дифференциалах.
9. Интегрирующий множитель.
10. Уравнения, неразрешенные относительно старшей производной.
11. Уравнения Лагранжа и Клеро.
12. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для нормальной системы. (Метод Пикара.)
13. Случай линейной системы.
14. Теорема Пеано.
15. Теорема о непрерывной зависимости решений от параметров и начальных условий.
16. Теорема о дифференцируемости решений
17. Линейная зависимость системы непрерывных функций.
18. Фундаментальная система решений (ФСР).
19. Определитель Вронского. Критерий фундаментальности системы решений.
20. Теорема существования фундаментальной системы решений.
21. Общее решение ДУ. Метод вариации произвольных постоянных.
22. Формула Остроградского-Лиувилля.
23. Теорема о существовании аналитического решения.
24. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.
25. Метод Эйлера построения ФСР.
26. Метод неопределенных коэффициентов.
27. Уравнение Эйлера.
28. Собственные значения и собственные функции и их свойства.
29. Теорема о существовании собственных значений и их асимптотика.
30. Формула Остроградского-Якоби.
31. Метод Эйлера в случае простых корней
32. Устойчивость линейных систем.
33. Устойчивость и асимптотическая устойчивость возмущенной системы.
34. Устойчивость по первому приближению.
35. Второй метод Ляпунова.
36. Критерии Михайлова и Гурвица.
37. Теоремы Ляпунова и Четаева.
38. Типы особых точек на фазовой плоскости.
39. Линейные уравнения с частными производными.
40. Характеристическая система.
41. Свойство 1-го интеграла.
42. Теорема об общем решении.
43. Решение задачи Коши.
44. Квазилинейное уравнение. Нахождение решения в неявном виде.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

3, 4 семестр

номер семестра

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности за 2 семестра:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
3	15	0	25	15	0	5	40	100

4	15	0	25	15	0	5	40	100
Итого за два семестра								
3, 4	30	0	50	30	0	10	80	200

Программа оценивания учебной деятельности студента 3 семестр

Лекции

Посещаемость, опрос, активность за один семестр – от 0 до 15 баллов.

Критерии оценки:

- не более 50% от числа занятий в семестре – 0-5 баллов;
- от 51% до 60% – 6-7 баллов;
- от 61% до 70% – 8-9 баллов;
- от 71% до 85% – 10-12 баллов;
- от 86% до 100% – 10 баллов;
- 100% занятий – 13-15 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены

Практические занятия

Посещаемость – от 0 до 5 баллов (пропорционально к общему числу занятий)

Предусмотрены две контрольные работы каждая - от 0 до 10 баллов.

Критерии оценки:

- правильно решены все задачи – 8-10 баллов;
- правильно решены не менее 70% всех задач – 5-7 баллов;
- правильно решены менее 50% всех задач – 1-4 балла;
- в остальных случаях – 0 баллов.

Самостоятельная работа

Выполнение домашних заданий – от 0 до 15 баллов.

Критерий оценки:

- регулярное выполнение более 70% заданий – 10-15 баллов;
- регулярное выполнение более 50% заданий – 5-9 баллов;
- нерегулярное выполнение заданий – 0-4 балла.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Выступление на занятии с изложением решений задач повышенной сложности – от 0 до 5 баллов.

Критерии оценки:

- отличное выступление – 5 баллов,
- хорошее выступление – 4 балла,
- удовлетворительное выступление – от 1 до 3 баллов,
- неудовлетворительное выступление – 0 баллов,

Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации в семестре – зачет с оценкой; количество баллов – от 0 до 40.

Зачет с оценкой проводится в письменной форме в виде ответов на вопросы билета и два дополнительных вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации. Билет содержит три вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации.

Критерий оценки ответа на каждый вопрос при проведении промежуточной аттестации:

- на вопрос дан правильный, полный, развернутый ответ (допускаются незначительные погрешности) – 9-10 баллов;
- на вопрос дан правильный, но неполный ответ (например, при доказательстве теоремы, изложении метода отсутствуют отдельные логические шаги; допущена ошибка при вычислении; имеются другие неточности) – 6-8 баллов;
- на вопрос дан краткий ответ, содержащий только верно сформулированные факты (допускаются незначительные погрешности) – 1-5 баллов;
- в остальных случаях – 0 баллов.

Ранжирование оценок промежуточной аттестации:

36-40 баллов – ответ на «отлично» /«зачтено»

30-35 баллов – ответ на «хорошо» /«зачтено»

25-29 баллов – ответ на «удовлетворительно» /«зачтено»

0-24 баллов – «не удовлетворительно» /«не зачтено»

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за третий семестр по дисциплине «Дифференциальные уравнения» составляет 100 баллов.

Таблица 2.2 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Дифференциальные уравнения» в оценку (зачет):

86-100 баллов	ответ на «отлично» /«зачтено»
71-85 баллов	ответ на «хорошо» /«зачтено»
61-70 баллов	ответ на «удовлетворительно» /«зачтено»
0-60	ответ на «неудовлетворительно» /«не зачтено»

4 семестр

Лекции

Посещаемость, опрос, активность за один семестр – от 0 до 15 баллов.

Критерии оценки:

- не более 50% от числа занятий в семестре – 0-5 баллов;
- от 51% до 60% – 6-7 баллов;
- от 61% до 70% – 8-9 баллов;
- от 71% до 85% – 10-12 баллов;
- от 86% до 100% – 10 баллов;
- 100% занятий – 13-15 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены

Практические занятия

Посещаемость – от 0 до 5 баллов (пропорционально к общему числу занятий)

Предусмотрены две контрольные работы каждая - от 0 до 10 баллов.

Критерии оценки:

- правильно решены все задачи – 8-10 баллов;
- правильно решены не менее 70% всех задач – 5-7 баллов;
- правильно решены менее 50% всех задач – 1-4 балла;
- в остальных случаях – 0 баллов.

Самостоятельная работа

Выполнение домашних заданий – от 0 до 15 баллов.

Критерий оценки:

- регулярное выполнение более 70% заданий – 10-15 баллов;
- регулярное выполнение более 50% заданий – 5-9 баллов;
- нерегулярное выполнение заданий – 0-4 балла.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Выступление на занятии с изложением решений задач повышенной сложности – от 0 до 5 баллов.

Критерии оценки:

- отличное выступление – 5 баллов,
- хорошее выступление – 4 балла,
- удовлетворительное выступление – от 1 до 3 баллов,
- неудовлетворительное выступление – 0 баллов,

Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации в семестре – экзамен; количество баллов – от 0 до 40.

Экзамен проводится в письменной форме в виде ответов на вопросы билета и два дополнительных вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации. Билет содержит три вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации.

Критерий оценки ответа на каждый вопрос при проведении промежуточной аттестации:

- на вопрос дан правильный, полный, развернутый ответ (допускаются незначительные погрешности) – 9-10 баллов;
- на вопрос дан правильный, но неполный ответ (например, при доказательстве теоремы, изложении метода отсутствуют отдельные логические шаги; допущена ошибка при вычислении; имеются другие неточности) – 6-8 баллов;
- на вопрос дан краткий ответ, содержащий только верно сформулированные факты (допускаются незначительные погрешности) – 1-5 баллов;
- в остальных случаях – 0 баллов.

Ранжирование оценок промежуточной аттестации:

36-40 баллов – ответ на «отлично» /«зачтено»

30-35 баллов – ответ на «хорошо» /«зачтено»

25-29 баллов – ответ на «удовлетворительно» /«зачтено»

0-24 баллов – «не удовлетворительно» /«не зачтено»

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за четвертый семестр по дисциплине «Дифференциальные уравнения» составляет 100 баллов.

Максимальное количество баллов по итогам освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» в течение двух семестров - 200 баллов.

Таблица 2.2 Пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Дифференциальные уравнения» в оценку (экзамен):

81-100 баллов	ответ на «отлично» /«зачтено»
71-80 баллов	ответ на «хорошо» /«зачтено»
61-70 баллов	ответ на «удовлетворительно» /«зачтено»
0-60	ответ на «неудовлетворительно» /«не зачтено»

**8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
«Дифференциальные уравнения»**

а) основная литература:

1. Гуревич А.П. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. /А.П. Гуревич, В.В. Корнев.- Саратов: Изд-во Саратов. Ун-та, 2013. – 176 с.: ил. ISBN 978-5-292-04217-4

2. Демидович Б.П. Дифференциальные уравнения [Текст]/Б.П. Демидович, В.П. Моденов. – Москва: Лань, 2021. – 288 с. – (Классическая учебная литература по математике). – ISBN 978-5-8114-0677-7:Б.ц. (ЭБС ЛАНЬ)

3. Демидович Б.П. Дифференциальные уравнения: учеб. пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. - 2-е изд., испр. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2006. - 275, с.

4. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения/М.В. Федорюк. - 3-е изд., стер. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2003. - 447, с.

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Операционная система Windows 7, или более поздняя версия.

2. Microsoft Office Word.

3. Microsoft Office Excel.

4. Microsoft Office PowerPoint.

5. <http://library.sgu.ru>.

6. <http://lib.mexmat.ru>.

7. А.П. Гуревич, В.В. Корнев «Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Часть 1»- http://library.sgu.ru/uch_lit/611.pdf.

8. В.П. Курдюмов, В.С.Рыхлов «Избранные лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям» <http://www.sgu.ru/files/nodes/20114/ildu.pdf>.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Дифференциальные уравнения»

Для проведения занятий по дисциплине «Дифференциальные уравнения», предусмотренной учебным планом ООП, имеется необходимая материально-техническая база, соответствующая действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам:

- мультимедийная лекционная аудитория, оснащенная мультимедийными проекторами, маркерными досками для демонстрации учебного материала;
- специализированные классы, предназначенные для проведения практических занятий;
- библиотечный фонд, укомплектованный печатными изданиями, перечисленными в разделе 8 в необходимом количестве;
- электронная библиотека;
- специально оборудованные помещения для самостоятельной работы обучающихся с компьютерным оборудованием и доступом к сети Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 01.03.03 «Механика и математическое моделирование» и профиля подготовки «Механика деформируемых тел и сред».

Автор: старший преподаватель кафедры дифференциальных уравнений и математической экономики Голубь А.В.

Программа одобрена на заседании кафедры дифференциальных уравнений и математической экономики от 24 ноября 2021 года, протокол № 6.