

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Декан механико-математического  
факультета

\_\_\_\_\_ Захаров А.М.

"29" \_\_\_\_\_ 2022 г.



**Рабочая программа дисциплины**  
Дифференциальные уравнения

**Направление подготовки**  
03.03.02 – «Физика»

**Профиль**  
«Физика живых систем»

**Квалификация (степень) выпускника**  
бакалавр

**Форма обучения**  
очная

Саратов,  
2022

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Кузнецова М.А.		29.08.2022
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		29.08.2022
Заведующий кафедрой	Юрко В.А.		29.08.2022
Специалист учебного управления			

### 1. Цели освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения»:

- 1) знакомство с основными типами дифференциальных уравнений и методами их исследования;
- 2) освоение классических способов решения этих уравнений.

### 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в обязательную часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП по направлению подготовки 03.03.02 - Физика, профилю «Физика живых систем». Индекс Б1.О.19.

При освоении дисциплины «Дифференциальные уравнения» требуются математические знания по курсам «Математический анализ», «Линейная алгебра».

Важное значение имеет владение студентами основными фактами дифференциального и интегрального исчисления, теории систем линейных алгебраических уравнений.

Полученные в курсе «Дифференциальные уравнения» знания могут быть использованы в теоретических и прикладных исследованиях, приводящих к решению дифференциальных и интегральных уравнений.

### 3. Результаты обучения по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
<b>ОПК-1.</b> Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	<b>ОПК-1.1.</b> Обладает базовыми знаниями в области физико-математических наук, необходимыми для решения профессиональных задач.	<b>Знать:</b> основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы теории дифференциальных уравнений. <b>Уметь:</b> применять математический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности. <b>Владеть:</b> навыками решения различных задач, связанных с дифференциальными уравнениями.

	<p><b>ОПК-1.2.</b> Аргументированно применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера.</p>	<p><b>Знать:</b> алгоритмы решения дифференциальных уравнений и условия их применимости.  <b>Уметь:</b> составлять математические модели, включающие дифференциальные уравнения и выбирать подходящие методы решения, самостоятельно решать типовые задачи дифференциальных уравнений.  <b>Владеть:</b> математическими преобразованиями, необходимыми для применения алгоритмов.</p>
	<p><b>ОПК-1.3.</b> Обладает навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, решения профессиональных задач в области физики и смежных с ней естественнонаучных дисциплин.</p>	<p><b>Знать:</b> методы решения задач профессиональной деятельности на основе дифференциальных уравнений.  <b>Уметь:</b> применять методы дифференциальных уравнений при решении практических задач.  <b>Владеть:</b> общими подходами к решению и исследованию дифференциальных уравнений.</p>

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)	
				лекции	Лаб. занятия		Практич. занятия	КСР	СР		Контроль
					Общая трудоемкость	Из них - практическая					
1	Определения: дифференциального уравнения общего решения дифференциальных	3	1-2	4	-	-	4	-	4		Практические занятия, консультации

	уравнений. общего интеграла, интегральной кривой, поля направлений. Определение задачи Коши, краевой задачи.										
2	Уравнения первого порядка. уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным	3	3-4	4	-	-	4	-	4		Практические занятия, консультации
3	Уравнения в полных дифференциалах. Критерий принадлежности дифференциального уравнения классу уравнений в полных дифференциалах.	3	5	2	-	-	2	-	3		Практические занятия, консультации
4	Интегрирующий множитель. Вопросы существования и нахождения интегрирующего множителя.	3	6-7	4	-	-	4	-	4		Практические занятия, консультации
5	Принцип сжатых отображений. Теорема существования и единственности задачи Коши для уравнения 1 порядка.	3	8	2	-	-	2	-	3		Практические занятия, консультации
6	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений, для дифференциального уравнения n-го порядка	3	9	2	-	-	2	-	3		Практические занятия, консультации
7	Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Определение линейного дифференциального оператора и его свойства. Теоремы о свойствах решений однородного дифференциального уравнения.	3	10-11	4	-	-	4	-	4		Практические занятия, консультации
8	Определение линейной зависимости и независимости системы функций. Определитель Вронского. Теоремы об определителе	3	12	2	-	-	2	-	3		Практические занятия, консультации

	Вронского для линейно независимых решений линейного однородного дифференциального уравнения. Теорема об общем решении дифференциального уравнения. Определение фундаментальной системы решений.										
9	Линейные однородные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных корней характеристического уравнения, случай кратных корней, случай комплексных корней	3	13-14	3	-	-	3	-	4		Практические занятия, консультации
10	Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	3	15-16	3	-	-	3	-	4		Практические занятия, консультации
11	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теоремы о свойствах решений неоднородных дифференциальных уравнений. Теорема об общем решении линейного неоднородного дифференциального уравнения. Метод вариации произвольных постоянных	3	17-18	4	-	-	4		4		Консультации Контрольная работа
12	<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>3</b>								<b>36</b>	<b>Экзамен, контрольная работа</b>
13	<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>1-18</b>	<b>34</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>34</b>	<b>-</b>	<b>40</b>	<b>36</b>	

## СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Определения: дифференциального уравнения, общего решения дифференциальных уравнений, общего интеграла, интегральной кривой, поля направлений. Определение задачи Коши, краевой задачи.
2. Уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным.
3. Уравнения в полных дифференциалах. Критерий принадлежности дифференциального уравнения классу уравнений в полных дифференциалах.

4. Интегрирующий множитель. Вопросы существования и нахождения интегрирующего множителя.
5. Принцип сжатых отображений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения 1 порядка.
6. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений, для дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
7. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Определение линейного дифференциального оператора и его свойства. Теоремы о свойствах решений однородного дифференциального уравнения.
8. Определение линейной зависимости и независимости системы функций. Определитель Вронского. Теоремы об определителе Вронского для линейно независимых решений линейного однородного дифференциального уравнения. Теорема об общем решении дифференциального уравнения. Определение фундаментальной системы решений.
9. Линейные однородные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных корней характеристического уравнения, случай кратных корней, случай комплексных корней.
10. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теоремы о свойствах решений неоднородных дифференциальных уравнений. Теорема об общем решении линейного неоднородного дифференциального уравнения  
Метод вариации произвольных постоянных

## **5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины**

При проведении лекционных и практических занятий предусматривается использование информационных технологий, включающих пакеты стандартных статистических программ: Statistica, SPSS и др. Использование информационных технологий осуществляется, в частности, в процессе реализации активных и интерактивных форм проведения занятий.

При чтении лекций в качестве материала, иллюстрирующего возможности математического моделирования в различных ситуациях, активно используются примеры из практики обработки данных в процессе исследований в предметной области. Информационные и интерактивные технологии используются при обсуждении проблемных и неоднозначных вопросов, требующих выработки решения в ситуации неопределенности.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30 % аудиторных занятий. Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов не могут составлять более 50% аудиторных занятий.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

Самостоятельная работа студентов проводится с использованием конспектов лекций, материалов практических занятий, литературы, указанной в разделе 8, электронного поиска информации.

### **Перечень контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы**

1. Какое уравнение называется дифференциальным?
2. Какие дифференциальные уравнения относятся к уравнениям с разделяющимися переменными?
3. Какие дифференциальные уравнения относятся к однородным уравнениям 1-го порядка?
4. Какое дифференциальное уравнение называется уравнением в полных дифференциалах?
5. Как определить, является ли данное дифференциальное уравнение уравнением в полных дифференциалах?

6. Какое дифференциальное уравнение называется линейным дифференциальным уравнением  $n$ -го порядка?
7. Какое уравнение называется характеристическим для линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка?

### **Вопросы к экзамену**

1. Определения: дифференциального уравнения, общего решения дифференциальных уравнений, общего интеграла, интегральной кривой, поля направлений.
2. Определение задачи Коши, краевой задачи.
3. Уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным.
5. Уравнения в полных дифференциалах.
6. Критерий принадлежности дифференциального уравнения классу уравнений в полных дифференциалах.
7. Интегрирующий множитель.  
Вопросы существования и нахождения интегрирующего множителя.
8. Принцип сжатых отображений.
9. Теорема существования и единственности задачи Коши для уравнения 1 порядка.
10. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений, для дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
11. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка.
12. Определение линейного дифференциального оператора и его свойства.
13. Теоремы о свойствах решений однородного дифференциального уравнения.
14. Определение линейной зависимости и независимости системы функций. Определитель Вронского. Теоремы об определителе Вронского для линейно независимых решений линейного однородного дифференциального уравнения.
15. Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения. Определение фундаментальной системы решений.
16. Линейные однородные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных корней характеристического уравнения, случай кратных корней, случай комплексных корней.
17. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
18. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения.
19. Теоремы о свойствах решений неоднородных дифференциальных уравнений.
20. Теорема об общем решении линейного неоднородного дифференциального уравнения Метод вариации произвольных постоянных



## Варианты контрольной работы

### 1 вариант

1. Найдите все решения уравнения. В ответе выразите  $y$  через  $x$ :  
 $y' = y \cos x y' = y \cos x.$
2. Выполните проверку типа уравнения. Найдите решение в виде общего интеграла:  
 $(\sin x - x \cos x + y) dy + \left(\frac{1}{1-x^2} + xy \sin x\right) dx = 0$   
 $(\sin x - x \cos x + y) dy + \left(\frac{1}{1-x^2} + xy \sin x\right) dx = 0.$
3. Решите уравнение:  
 $y' - 3y + e^{2x} = 0.$
4. Выполните проверку типа уравнения и решите:  
 $x^2 y' = xy - (x^2 + y^2).$
5. Решите задачу Коши:  
 $y''' + 25y' = 0, \quad \begin{cases} y(0) = 3, \\ y'(0) = 0, \\ y''(0) = -25. \end{cases}$

### 2 вариант

1. Найдите все решения уравнения. В ответе выразите  $y$  через  $x$ :  
 $y \frac{dy}{dx} = \sqrt{y}.$
2. Выполните проверку типа уравнения. Найдите решение в виде общего интеграла:  
 $\frac{\ln y}{1+x^2} dx + \left(\frac{\operatorname{arctg} x}{y} + e^{2y-1}\right) dy = 0.$
3. Решите уравнение:  
 $y' - \frac{y}{x \ln x} + \frac{\ln x}{x^2} = 0.$
4. Выполните проверку типа уравнения и решите:  
 $y' = y/x + e^{-4y/x}.$
5. Решите задачу Коши:  
 $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0, \quad \begin{cases} y(0) = 0, \\ y'(0) = 5, \\ y''(0) = -7. \end{cases}$

## 7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	1	2	3	4	5	6	7	8
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
3	20	0	20	20	0	5	35	100

### Программа оценивания учебной деятельности студента за 3 семестр

#### Лекции

Посещаемость, опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 20 баллов.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

#### Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

#### Практические занятия

Контроль выполнения практических заданий в течение одного семестра - от 0 до 20 баллов.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

#### Самостоятельная работа

Контрольные вопросы и задания (от 0 до 20 баллов).

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

#### Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

#### Другие виды учебной деятельности – от 0 до 5 баллов

Контрольная работа

### **Промежуточная аттестация - от 0 до 35 баллов**

Формой промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в 3 семестре является *экзамен*, который проводится в виде ответа на экзаменационный билет, состоящий из двух вопросов. Задаются еще два – три дополнительных вопроса из перечня вопросов для промежуточной аттестации. На прохождение аттестации студенту отводится 30 минут.

*При проведении промежуточной аттестации*

*ответ на «отлично» оценивается от 21 до 35 баллов;*

*ответ на «хорошо» оценивается от 11 до 20 баллов;*

*ответ на «удовлетворительно» оценивается от 6 до 10 баллов;*

*ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 5 баллов.*

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за третий семестр по дисциплине «Дифференциальные уравнения» составляет 100 баллов.

**Таблица 2.1 Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Дифференциальные уравнения» в оценку (экзамен):**

от 66 до 100 баллов	«отлично»
от 51 до 65 баллов	«хорошо»
от 36 до 50 баллов	«удовлетворительно»
меньше 36 баллов	«не удовлетворительно»

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) литература:

1. Демидович Б.П. Дифференциальные уравнения [Текст]/Б.П. Демидович, В.П. Моденов. – Москва: Лань, 2021. – 288 с. – (Классическая учебная литература по математике). – ISBN 978-5-8114-0677-7: Б.ц. (ЭБС ЛАНЬ)
2. А. Б. Васильева [и др.]. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: учебник - 3-е изд., испр. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2010.
3. В. К. Романко Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления: учеб. пособие - 2-е изд. - Москва: Лаб. Базовых Знаний, 2006.



### б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>
2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" предоставляет свободный доступ к полнотекстовой электронной учебно-методической библиотеке для профессионального образования. <http://window.edu.ru/>
3. Свободное программное обеспечение: LibreOffice, GeoGebra.
4. Лицензионное программное обеспечение: ОС Microsoft Windows 7, ОС Microsoft Windows 8, Microsoft Office 2007.

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебная аудитория с обязательным наличием специализированной доски, мела (маркера), проектора и пр., с возможностью размещения всех обучающихся.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 03.03.02 – «Физика» и профилю подготовки «Физика живых систем».

Автор: ассистент кафедры математической физики и вычислительной математики Кузнецова М.А.

Программа одобрена на заседании кафедры математической физики и вычислительной математики от 14 октября 2021года, протокол № 3.

Программа актуализирована в 2022 г. (одобрена на заседании кафедры математической физики и вычислительной математики, протокол № 1, от 29 августа 2022 г.)

**Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**Рекомендуемая литература**

1. Н.М. Матвеев. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб. пособие - 5-е изд., доп. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2003.
2. А. Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям - Москва; Ижевск: НИЦ "Регуляр. и хаот. динамика", 2005.
3. А.И. Егоров. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. – 2-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 384 с.
4. Л.С. Понтрягин, Обыкновенные дифференциальные уравнения. – 4-е изд. – М.: Наука, 1974. – 331 с.