

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ  
Декан механико-математического  
факультета

А.М. Захаров  
" 08 " октября 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Аналитическая геометрия**



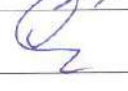
Направление подготовки бакалавриата  
01.03.03 Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки бакалавриата  
Механика деформируемых тел и сред

Квалификация (степень) выпускника  
Бакалавр

Форма обучения  
очная

Саратов,  
2021

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Пошлавский В.Б.		08.10.2021
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		08.10.2021
Заведующий кафедрой	Галаев С.В.		08.10.2021
Специалист Учебного управления			

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Аналитическая геометрия» являются:

- формирование у студентов геометрических понятий и представлений;
- подготовка к изучению ряда смежных дисциплин (линейная алгебра, топология и дифференциальная геометрия, функциональный анализ и др.);
- изучение геометрических фигур на основе координатного метода;
- овладение математическим аппаратом, предназначенным для решения задач, относящихся к геометрическим фигурам на плоскости и в пространстве;
- изучение основных формул аналитической геометрии на плоскости и в пространстве;
- изучение геометрических преобразований плоскости и пространства.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Аналитическая геометрия» (Б1.О.14) относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП бакалавриата по направлению 01.03.03 Механика и математическое моделирование, профилю подготовки «Механика деформируемых тел и сред». На ее изучение отводится 144. Согласно учебному плану направления и профилю подготовки данный курс в первом семестре заканчивается экзаменом.

Для изучения дисциплины необходимы знания школьного курса геометрии. Эта дисциплина имеет тесные логические и содержательно-математические взаимосвязи с другими дисциплинами учебного плана: «Дифференциальная геометрия и тензорный анализ», «Математические модели и компьютерное моделирование в биомеханике» и др.. При изучении указанных дисциплин студент использует содержательные представления и формальные конструкции, полученные при изучении курса «Аналитическая геометрия».

## 3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
<b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<b>1.1_Б.УК-1.</b> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.	<b>Знать:</b> – постановку основных задач аналитической геометрии; – методы и приемы формализации задач. <b>Уметь:</b> – анализировать задачи, выделяя ее базовые составляющие; – осуществлять декомпозицию задачи. <b>Владеть:</b>

		– навыками анализа задачи с выделением ее базовых составляющих.
	<b>2.1_ Б.УК-1.</b> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи	<p><b>Знать:</b> – основные источники информации по аналитической геометрии и ее применению в математике и компьютерных науках.</p> <p><b>Уметь:</b> – находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками работы с информацией из различных источников.</p>
	<b>3.1_ Б.УК-1.</b> Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	<p><b>Знать:</b> – основные задачи аналитической геометрии.</p> <p><b>Уметь:</b> – оценить достоинства и недостатки различных вариантов решения задач при применении аналитической геометрии в математике и компьютерных науках.</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками выбора оптимального решения для поставленной задачи.</p>
	<b>4.1_ Б.УК-1.</b> Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.	<p><b>Знать:</b> – основные факты аналитической геометрии и направления ее применения в математике и компьютерных науках.</p> <p><b>Уметь:</b> – логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь;</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками формирования собственных суждений и оценок в области применения аналитической геометрии; – навыками грамотного, логичного и аргументированного изложения своей позиции по вопросам применения аналитической геометрии</p>
	<b>5.1_ Б.УК-1.</b> Определяет и оценивает практические последствия возможных решений	<p><b>Знать:</b> – применение аналитической геометрии в математике и</p>

	задачи.	компьютерных науках. <b>Уметь:</b> – определить практические последствия решения задач в области применения аналитической геометрии. <b>Владеть:</b> – навыками определения и оценивания практических последствий возможных решений задач аналитической геометрии.
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих норм, имеющихся ресурсов и ограничений.	1.1_Б.УК-2. Формулирует в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения выделенных задач.	<b>Уметь:</b> – сформулировать совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели; – определить ожидаемые результаты решения выделенных задач. <b>Владеть:</b> – навыками постановки и решения задач в рамках поставленной цели; – навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи проекта.
	2.1_Б.УК-2. Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.	<b>Уметь:</b> – спроектировать решение конкретной задачи аналитической геометрии, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений. <b>Владеть:</b> – навыками проектирования решения задачи аналитической геометрии, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений.
	3.1_Б.УК-2. Решает конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время.	<b>Знать:</b> – постановку и методы решения основных задач аналитической геометрии. <b>Уметь:</b> – правильно распределить время, выделенное на решение поставленной задачи. <b>Владеть:</b> – навыками постановки и решения задач в области применения аналитической геометрии в механике и математическом моделировании.

	<p><b>4.1_Б.УК-2.</b> Публично представляет результаты решения конкретной задачи проекта.</p>	<p><b>Уметь:</b> – публично представлять результаты решения конкретной задачи. <b>Владеть:</b> – навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи аналитической геометрии.</p>
<p><b>УК-6.</b> Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни.</p>	<p><b>1.1_Б.УК-6.</b> Применяет знание о своих ресурсах и их пределах (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</p>	<p><b>Знать:</b> – свои ресурсы и их пределы (личностные, ситуативные, временные и т.д.). <b>Уметь:</b> – применять имеющиеся ресурсы (личностные, ситуативные, временные и т.д.) для успешного выполнения порученной работы. <b>Владеть:</b> – навыками использования имеющихся ресурсов (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</p>
	<p><b>2.1_Б.УК-6.</b> Понимает важность планирования перспективных целей деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>	<p><b>Знать:</b> – основы планирования целей деятельности. <b>Уметь:</b> – планировать цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности. <b>Владеть:</b> – навыками планирования целей деятельности при решении задач аналитической геометрии с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.</p>
	<p><b>3.1_Б.УК-6.</b> Реализует намеченные цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>	<p><b>Знать:</b> – основы планирования целей деятельности. <b>Уметь:</b> – реализовывать намеченные цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности. <b>Владеть:</b> – навыками реализации намеченных целей</p>

		<p>деятельности при решении задач аналитической геометрии с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.</p>
	<p><b>4.1_Б.УК-6.</b> Критически оценивает эффективность использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.</p>	<p><b>Знать:</b> – основы планирования целей деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> – критически оценить эффективность использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками корректировки плана в зависимости от эффективности использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.</p>
	<p><b>5.1_Б.УК-6.</b> Демонстрирует интерес к учебе и использует предоставляемые возможности для приобретения новых знаний и навыков.</p>	<p><b>Знать:</b> – свои ресурсы и их пределы (личностные, ситуативные, временные и т.д.).</p> <p><b>Уметь:</b> – видеть предоставленные возможности.</p> <p><b>Владеть:</b> – способностью к использованию предоставляемых возможностей для приобретения новых знаний и навыков.</p>
<p><b>ОПК-1.</b> Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности.</p>	<p><b>1.1_Б.ОПК-1.</b> Демонстрирует знание основных понятий, гипотез, теорем, методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p><b>Знать:</b> - методы решения задач профессиональной деятельности на основе аналитической геометрии.</p> <p><b>Уметь:</b> - применять методы аналитической геометрии в решении задач профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> - навыками применения аналитической геометрии в решении задач профессиональной деятельности.</p>
	<p><b>2.1_Б.ОПК-1.</b> Осуществляет</p>	<p><b>Знать:</b></p>

	<p>первичный сбор и анализ данных в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p>- профессиональную терминологию, способы воздействия на аудиторию в рамках профессиональной коммуникации</p> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать современные методы сбора, анализа и обработки научной информации,</li> <li>- изложить научные знания по аналитической геометрии</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования, способностью публично представлять научные результаты</li> </ul>
	<p><b>3.1_Б.ОПК-1.</b> Корректно интерпретирует различные данные в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия, теоремы аналитической геометрии.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- доказывать основные теоремы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве;</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- понятийным и формальным математическим аппаратом аналитической геометрии.</li> </ul>
	<p><b>4.1_Б.ОПК-1.</b> Обладает навыками анализа математических задач и/или естественнонаучных фактов/явлений.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия аналитической геометрии и их применение в профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять аналитическую геометрию в решении задач профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения аналитической геометрии в профессиональной деятельности.</li> </ul>
	<p><b>5.1_Б.ОПК-1.</b> Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, при решении задач в области избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия аналитической геометрии и их применение в области избранных видов профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять аналитическую</li> </ul>

		<p>геометрию при решении задач в области избранных видов профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения аналитической геометрии при решении задач в области избранных видов профессиональной деятельности.</li> </ul>
	<p><b>6.1_Б.ОПК-1.</b> Имеет опыт теоретического исследования объектов профессиональной деятельности с помощью методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методы решения задач профессиональной деятельности на основе аналитической геометрии.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять методы аналитической геометрии в решении задач профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения аналитической геометрии в решении задач профессиональной деятельности.</li> </ul>
<p><b>ОПК-5.</b> Способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики.</p>	<p><b>1.1_Б.ОПК-5.</b> Демонстрирует знание научных основ математики и механики.</p> <p><b>2.1_Б.ОПК-5.</b> Корректно интерпретирует научные знания в области математики и механики.</p> <p><b>3.1_Б.ОПК-5.</b> Может различным образом представлять и адаптировать знания в сфере математики и механики с учетом уровня аудитории.</p> <p><b>4.1_Б.ОПК-5.</b> Владеет научной терминологией и может публично представлять собственные и известные научные результаты в сфере математики и механики.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные методы и способы сбора, обработки, анализа и обобщения информации.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- формулировать определения геометрических понятий и теорем на математическом языке;</li> <li>- использовать аппарат аналитической геометрии в научно-исследовательской деятельности.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками самостоятельных исследований в области аналитической геометрии.</li> </ul>

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины «Аналитическая геометрия» составляет 4 зачетных единиц, 144 часа.



№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)	
				лекции	Пр.занятия		КСР	СР	Контроль		
					Общая трудоемкость	Из них - практическая подготовка					
1	Раздел 1. Векторная алгебра. Метод координат.	1	1-4/1-4	10	10			8		Опрос, проверка домашнего задания	
2	Раздел 2. Фигуры первого и второго порядка	1	5-14/5-12	18	14			1	14		Опрос, проверка домашнего задания
3	Контрольная работа № 1		- /13		2						Контрольная работа по разделам 1-2.
4	Раздел 3. Аффинные преобразования	1	15-18/4-17	8	8			1	12		Опрос, проверка домашнего задания
5	Контрольная работа № 2	1	- /18		2						Контрольная работа по разделу 3
6	Промежуточная аттестация	1							36		Экзамен Контрольные работы №1, №2
7	<b>ИТОГО (144 ч.)</b>	1		<b>36</b>	<b>36</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>34</b>	<b>36</b>		

## СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### *Раздел 1. Векторная алгебра. Метод координат*

#### *Лекция №1*

##### *Линейные операции над векторами. Базис и координаты*

Определения и основные свойства операций сложения векторов и умножения вектора на скаляр (число). Базис на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по базису. Единственность разложения по базису. Определение координат. Действия с векторами в координатах.

#### *Лекция №2*

##### *Операции скалярного, векторного, смешанного произведения*

Определения и основные свойства указанных операций. Выражение этих операций в координатах в произвольном и в ортонормированном базисе.

#### *Лекция № 3*

##### *Системы координат на плоскости и в пространстве*

Аффинная система координат на плоскости и в пространстве. Декартова система координат. Криволинейные системы координат: полярная,

цилиндрическая, сферическая. Связь между координатами точки в разных системах координат.

#### *Лекция № 4*

##### *Формулы преобразования аффинных координат*

Вывод формул преобразования аффинных координат на плоскости и в пространстве. Характеризация матрицы преобразования аффинных координат. Частный случай: формулы преобразования декартовых координат. Формулы поворота осей и переноса начала.

#### **Раздел 2. Фигуры первого и второго порядка**

#### *Лекция № 5*

##### *Прямая на плоскости*

Основная теорема о прямой на плоскости (Прямые и только они являются линиями 1-го порядка на плоскости). Виды уравнений прямой на плоскости. Метрические задачи на прямую: угол между прямыми с известным угловым коэффициентом; расстояние от точки до прямой.

#### *Лекция № 6*

##### *Плоскость в пространстве*

Основная теорема о плоскости в пространстве (Плоскости и только они являются поверхностями 1-го порядка). Виды уравнений плоскости в пространстве (Общее, каноническое, через 3 заданные точки, параметрическое). Метрические задачи на плоскость: угол между 2-мя плоскостями, расстояние от точки до плоскости.

#### *Лекция № 7*

##### *Прямая в пространстве*

Виды уравнений прямой в пространстве (общее, каноническое, через две заданные точки, параметрическое). Взаимное расположение прямых в пространстве.

#### *Лекция № 8*

##### *Задачи на прямую и плоскость*

Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

#### *Лекция № 9*

##### *Линии 2-го порядка. Эллипс*

Геометрическое определение эллипса. Необходимое и достаточное условие существования эллипса с заданными константами  $a$  и  $c$ . Каноническое уравнение эллипса. Исследование формы эллипса по его каноническому уравнению.

#### *Лекция № 10*

##### *Гипербола и парабола.*

Геометрическое определение гиперболы. Необходимое и достаточное условие существования гиперболы с заданными параметрами  $a$  и  $c$ . Каноническое уравнение гиперболы. Исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению. Парабола. Исследование формы параболы по ее каноническому уравнению.

### *Лекция № 11*

#### *Общая теория линий 2-го порядка*

Преобразование коэффициентов общего уравнения линии 2-го порядка при переносе начала координат и при повороте осей. Инварианты. Стандартные упрощения общего уравнения линии 2-го порядка. Приведение общего уравнения линии 2-го порядка к каноническому виду.

### *Лекция № 12*

#### *Поверхности в пространстве*

Общее уравнение поверхности в пространстве. Вывод уравнения поверхности по ее геометрическим свойствам. Примеры. Поверхности 2-го порядка, заданные своими каноническими уравнениями: трехосный эллипсоид, однополостный и двухполостный гиперболоиды, эллиптический и гиперболический параболоиды.

### *Лекция № 13*

#### *Цилиндрические поверхности*

Геометрическое определение цилиндрической поверхности. Примеры. Теорема о цилиндрических поверхностях. Достаточный признак цилиндрической поверхности. Цилиндры 2-го порядка.

### *Лекция № 14*

#### *Поверхности вращения*

Геометрическое определение поверхностей вращения. Примеры. Теорема о поверхностях вращения. Достаточный признак поверхности вращения.

## ***Раздел 3. Аффинные преобразования***

### *Лекция № 15*

#### *Преобразования множества*

Общее понятие преобразования множества. Образ и прообраз элемента при преобразовании. Инъективные и сюръективные преобразования. Суперпозиция преобразований, свойство ассоциативности. Обратимость преобразований (теоретико-множественный и алгебраический подходы).

### *Лекция № 16*

#### *Линейные преобразования плоскости и пространства*

Линейные преобразования множества векторов плоскости. Основные свойства линейных преобразований. Обратимые линейные преобразования. Линейное преобразование, переводящее заданный базис в заданную пару векторов. Условия обратимости такого преобразования. Линейные преобразования пространства (сводка результатов).

### *Лекция № 17*

#### *Аффинные преобразования плоскости*

Определение аффинного преобразования плоскости (по равенству координат точки и ее образа в двух фиксированных аффинных системах координат). Примеры аффинных преобразований плоскости. Движения как аффинные преобразования. Теорема единственности аффинного преобразования, переводящего одну аффинную систему координат в другую.

Простейшие свойства аффинных преобразований. Теорема о группе аффинных преобразований.

### *Лекция № 18*

#### *Аффинные преобразования в координатах.*

Координатная запись аффинного преобразования плоскости. Аффинная эквивалентность фигур. Классы аффинной эквивалентности. Понятие об аффинной классификации линий 2-го порядка. Аффинные преобразования пространства (сводка результатов).

### **Темы практических занятий**

#### *Практическое занятие 1*

Линейные операции над векторами: сложение векторов, умножение вектора на скаляр. Разложение вектора по базису. Действия с векторами в координатах.

#### *Практическое занятие 2*

Скалярное произведение векторов. Нахождение скалярного произведения в координатах. Условия ортогональности.

#### *Практическое занятие 3*

Векторное и смешанное произведения векторов. Нахождение координат векторного произведения и результата смешанного произведения в координатах. Площади и объемы.

#### *Практическое занятие 4*

Основные формулы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве (расстояние между двумя точками; угол между двумя векторами; площадь треугольника; объем тетраэдра).

#### *Практическое занятие 5*

Составление уравнения прямой. Различные виды уравнений прямой на плоскости (общее, каноническое, через 2 заданные точки, параметрическое, с известным угловым коэффициентом, в отрезках). Задачи на прямую.

#### *Практическое занятие 6*

Составление уравнений плоскости в пространстве. Задачи на плоскость.

#### *Практическое занятие 7*

Составление уравнений прямой в пространстве. Задачи на взаимное расположение прямых.

#### *Практическое занятие 8*

Прямая и плоскость в пространстве: взаимное расположение, точка пересечения, угол между прямой и плоскостью.

#### *Практическое занятие 9*

Составление уравнения эллипса по его геометрическим свойствам. Задачи на эллипс.

#### *Практическое занятие 10*

Составление уравнения гиперболы по ее геометрическим свойствам. Задачи на гиперболу.

#### *Практическое занятие 11*

Приведение уравнения линии 2-го порядка к каноническому виду с помощью преобразования декартовой системы координат.

*Практическое занятие 12*

Составление уравнения поверхности по ее геометрическим свойствам.

*Практическое занятие 13*

Контрольная работа № 1

*Практическое занятие 14*

Составление уравнения цилиндрической поверхности. Изображение цилиндрической поверхности по ее уравнению. Цилиндры 2-го порядка.

*Практическое занятие 15*

Составление уравнения поверхности вращения по ее геометрическим свойствам. Изображение поверхности вращения, заданной своим уравнением.

*Практическое занятие 16*

Составление уравнений линий в пространстве, заданных общими или параметрическими уравнениями.

*Практическое занятие 17*

Виды аффинных преобразований плоскости. Движения плоскости.

Виды аффинных преобразований пространства. Движения пространства.

*Практическое занятие 18*

Контрольная работа № 2

## **5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины**

В учебном процессе при реализации компетентного подхода используются активные и интерактивные формы проведения занятий:

1) при проведении лекционных занятий: информационные лекции, проблемные лекции, лекции беседы, лекции дискуссии, лекции с заранее запланированными ошибками.

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором студенты не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установления связей с ранее освоенным материалом.

2) при проведении практических занятий: традиционные занятия, занятия исследования, проблемные ситуации, ситуации с ошибкой.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий ставятся следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем; отработка у обучающихся навыков взаимодействия в составе коллектива; закрепление основ теоретических знаний.

Проведение некоторых практических занятий основывается на интерактивном методе обучения, при котором обучающиеся взаимодействуют не только с преподавателем, но и друг с другом. При этом доминирует активность обучающихся в процессе обучения. Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности обучающихся на достижение целей занятия.

3) при организации самостоятельной работы студентов: поиск и обработка информации, в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий; исследование проблемной ситуации; постановка и решение задач из предметной области; отработка навыков применения стандартных методов к решению задач предметной области.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу студентов и руководство этой работой со стороны преподавателей. Применяются следующие формы контроля: устный опрос, проверка решения практических задач, контрольная работа.

При проведении лекционных и практических занятий предусматривается использование информационных технологий: пакеты офисных программ для создания презентаций, которые могут быть использованы при введении нового материала, а также для быстрого обзора предыдущего теоретического материала к текущему занятию; стандартные пакеты программ для визуализации и решения задач; языки программирования для решения практических заданий.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов не могут составлять более 50% аудиторных занятий.

### **Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью**

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидностью используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

*- для слабовидящих:*

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

*- для глухих и слабослышащих:*

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;  
- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

**Самостоятельная внеаудиторная работа** студентов проводится в форме изучения и анализа лекционного материала, изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе, подбора дополнительных источников для извлечения информации, связанной с проблемами, изучаемыми в рамках данной дисциплины и решения задач с дальнейшим их разбором или обсуждением на аудиторных занятиях, подготовки к промежуточной аттестации.

**Самостоятельная аудиторная работа** студентов проводится в форме самостоятельного решения задач на практических занятиях с дальнейшим их разбором и обсуждением; проведения контрольной работы; поиска решений проблемных ситуаций, предложенных на лекциях и практических занятиях; поиска и устранения ошибок, заложенных в представлении материала преподавателем и допущенных другими студентами.

Студентам предлагается самостоятельно разобрать теоретический материал по предложенным темам и решить типовые задачи.

В заданиях  $N$  – номер варианта (совпадает с номером в списке группы).

*1. Линейные операции над векторами. Базис и координаты.*

Типовые задачи.

1. На плоскости относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов:

при  $N$  - четном:  $\vec{a}\left(\frac{N+4}{2}; 1\right), \vec{b}\left(\frac{N-4}{2}; 2\right), \vec{c}\left(\frac{N-10}{2}; 3\right);$

при  $N$  – нечетном:  $\vec{a}\left(\frac{N+7}{2}; 2\right), \vec{b}\left(\frac{N-5}{2}; 3\right), \vec{c}\left(\frac{N-11}{2}; 1\right).$

- 1) Найти координаты векторов  $\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ ;  $2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}$ .
- 2) Проверить, что векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют базис на плоскости. Найти координаты вектора  $\vec{c}$  в этом базисе.

3) Определить, при каком значении параметра  $\alpha$  векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{m}(-2, \alpha)$  будут коллинеарными.

2. В пространстве относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов

при N – четном:  $\vec{a}\left(2; \frac{N-4}{2}; 3\right), \vec{b}\left(1; \frac{N+4}{2}; -2\right), \vec{c}\left(3; \frac{N+6}{2}; -2\right);$

при N – нечетном:  $\vec{a}\left(2; \frac{N+7}{2}; -3\right), \vec{b}\left(3; \frac{N-5}{2}; 4\right), \vec{c}\left(-1; \frac{N+1}{2}; 5\right).$

Найти координаты вектора  $2\vec{a} + 5\vec{b} - \vec{c}$ .

2. *Операции скалярного, векторного, смешанного произведения.*

Типовые задачи.

1. На плоскости относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов:

при N - четном:  $\vec{a}\left(\frac{N+4}{2}; 1\right), \vec{b}\left(\frac{N-4}{2}; 2\right), \vec{c}\left(\frac{N-10}{2}; 3\right);$

при N – нечетном:  $\vec{a}\left(\frac{N+7}{2}; 2\right), \vec{b}\left(\frac{N-5}{2}; 3\right), \vec{c}\left(\frac{N-11}{2}; 1\right).$

1) Найти координаты вектора  $\vec{b}(\vec{a}\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\vec{b})$ .

Вычислить  $\vec{a}^2 - \vec{b}\vec{c}, \vec{b}^2 + (\vec{a} + 3\vec{c})\vec{b}$ .

Найти косинус угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

2. В пространстве относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов

при N – четном:  $\vec{a}\left(2; \frac{N-4}{2}; 3\right), \vec{b}\left(1; \frac{N+4}{2}; -2\right), \vec{c}\left(3; \frac{N+6}{2}; -2\right);$

при N – нечетном:  $\vec{a}\left(2; \frac{N+7}{2}; -3\right), \vec{b}\left(3; \frac{N-5}{2}; 4\right), \vec{c}\left(-1; \frac{N+1}{2}; 5\right).$

1) Найти координаты вектора  $\vec{b}(\vec{a}\vec{c})$ .

2) Вычислить  $\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - \vec{b}\vec{c}$ .

3) Найти косинус угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

Найти  $[\vec{a}\vec{b}], |[\vec{a}\vec{b}]|, [[\vec{a}\vec{b}]\vec{c}], [a[\vec{b}\vec{c}]], \vec{a}\vec{b}\vec{c}$ .

3. *Системы координат на плоскости и в пространстве.*

Типовые задачи.

На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты трех точек:

при N – четном:  $A\left(\frac{N+4}{2}; 1\right), B\left(\frac{N+10}{2}; 4\right), C\left(\frac{N+4}{2}; 7\right);$

при N – нечетном:  $A\left(1; \frac{N+1}{2}\right), B\left(4; \frac{N+7}{2}\right), C\left(1; \frac{N+13}{2}\right).$

Найти:

1) координаты вектора  $\overline{CA}$ ;

2) координаты точек  $M_1, M_2, M_3$ , делящих отрезки  $AB, BC, AC$  в отношениях

$$\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1/2, \lambda_3 = -3, \text{ соответственно;}$$

3) координаты центра тяжести треугольника  $ABC$ ;

4) длину отрезка  $AB$ ;

5) площадь треугольника  $ABC$ ;

6) угол  $B$ .

4. *Формулы преобразования аффинных координат.*



Типовые задачи.

Даны две аффинные системы координат. Координаты  $x, y$  произвольной точки относительно первой системы выражаются через ее координаты  $x', y'$  относительно второй системы следующими формулами:

$$x = Nx' - (N+1)y' + 1$$

$$y = x' + 2Ny' - N$$

Найти координаты начала второй системы и единичных векторов ее осей относительно первой системы.

5. Прямая на плоскости.

Типовые задачи.

1. Относительно декартовой системы координат даны координаты вершин треугольника:

при N - четном:  $A\left(\frac{N+8}{2}; 7\right), B\left(\frac{N-8}{2}; 1\right), C\left(\frac{N-2}{2}; -3\right);$

при N - нечетном:  $A\left(3; \frac{N+13}{2}\right), B\left(-5; \frac{N+1}{2}\right), C\left(-2; \frac{N-7}{2}\right).$

Составить уравнения:

- 1) трех его сторон;
- 2) медианы, проведенной из вершины С;
- 3) высоты, опущенной из вершины А на сторону ВС.

2. Относительно декартовой системы координат даны координаты точки:

при N - четном :  $A\left(\frac{N}{2}; \frac{N+2}{2}\right);$

при N - нечетном:  $A\left(\frac{N+3}{2}; \frac{5-N}{2}\right).$

Найти:

- 1) угловой коэффициент прямой  $l_1$ , проходящей через точку А параллельно вектору  $\vec{a}(1;3)$ ;
- 2) уравнение прямой  $l_2$ , проходящей через точку А под углом  $\pi/4$  к прямой  $l_1$ ;
- 3) уравнение прямой  $l_3$ , проходящей через точку А и отсекающей на осях координат равные отрезки;
- 4) косинус угла между прямыми  $l_1$  и  $l_3$ ;
- 5) уравнения прямых  $l_4$  и  $l'_4$ , проходящих через начало координат параллельно прямой  $l_2$ ;
- 6) расстояние между прямыми  $l_2$  и  $l_4$ ;
- 7) координаты точки В пересечения прямых  $l_3$  и  $l_4$ ;
- 8) расстояние от точки В до прямой  $l_1$ .

6. Плоскость в пространстве.

Типовые задачи.

Относительно декартовой системы координат даны координаты четырех точек:

при N - четном:  $A\left(\frac{N+6}{2}; -\frac{N}{2}; \frac{N}{2}\right), B\left(\frac{N}{2}; \frac{12-N}{2}; \frac{N}{2}\right), C\left(\frac{N}{2}; -\frac{N}{2}; \frac{N-6}{2}\right), D\left(\frac{N}{2}; -\frac{N}{2}; \frac{N}{2}\right);$

при N - нечетном:  $A\left(\frac{N+3}{2}; -1; \frac{N+1}{2}\right), B\left(\frac{N-3}{2}; 5; \frac{N+1}{2}\right), C\left(\frac{N-3}{2}; -1; \frac{N-5}{2}\right), D\left(\frac{N-3}{2}; -1; \frac{N+1}{2}\right).$

Составить уравнения плоскостей:

- 1)  $\pi_1$ , проходящей через точки А, В, D;

- 2)  $\pi_2$ , проходящей через точки A,C,D;
- 3)  $\pi_3$ , проходящей через точки B,C,D;
- 4)  $\pi_4$ , проходящей через точки A,B,C;
- 5)  $\pi_5$ , проходящей через точки A и B параллельно оси Oz ;
- 6)  $\pi_6$ , проходящей через ось Ox и точку M – центр тяжести треугольника ABC;
- 7)  $\pi_7$ , проходящей через точку M и отсекающей на осях координат равные отрезки;
- 8)  $\pi_8$ , зная, что точка M является основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту плоскость;
- 9)  $\pi_9$ , проходящей через точку E, делящую отрезок AM пополам, параллельно плоскости  $\pi_8$ .

Найти:

- 1) особенности в расположении плоскостей  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  относительно осей координат;
- 2) отрезки, отсекаемые плоскостью  $\pi_4$  на осях координат;
- 3) косинус угла между плоскостями  $\pi_4$  и  $\pi_5$ ;
- 4) расстояние от точки M до плоскости  $\pi_5$ ;
- 5) расстояние между плоскостями  $\pi_8$  и  $\pi_9$ .

### 7. Прямая в пространстве.

Типовые задачи.

Относительно декартовой системы координат даны координаты точки A и координаты векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ :

при N - четном:  $A\left(2; \frac{N}{2}; \frac{N-20}{2}\right), \vec{a}\left(-1; \frac{N-16}{2}; 2\right), \vec{b}\left(\frac{N-10}{2}; 1; -3\right);$

при N – нечетном:  $A\left(\frac{N-15}{2}; 1; \frac{N-7}{2}\right), \vec{a}\left(2; \frac{N-9}{2}; 1\right), \vec{b}\left(-3; 2; \frac{N-11}{2}\right).$

Составить:

- 1) каноническое уравнение прямой  $\ell_1$ , проходящей через точку A параллельно вектору  $\vec{a}$ ;
- 2) параметрические уравнения прямой  $\ell_2$ , проходящей через точку A параллельно вектору  $\vec{b}$ ;
- 3) каноническое уравнение прямой  $\ell_3$ , проходящей через начало координат O и точку A; представить прямую  $\ell_3$  как линию пересечения двух плоскостей;
- 4) каноническое уравнение прямой  $\ell_4$ , проходящей через точку E, делящую отрезок AO в отношении  $\lambda = 1/3$ , параллельно оси Oz;

Проверить:

- 1) пересекаются ли прямые  $\ell_1$  и  $\ell_4$ ;

Найти:

- 1) косинус угла между прямыми  $\ell_1$  и  $\ell_2$ .

### 8. Задачи на прямую и плоскость.

Типовые задачи.

Использовать при решении результаты, полученные при выполнении типовой задачи по теме «Прямая в пространстве».

Относительно декартовой системы координат даны координаты точки A и координаты векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ :

при N - четном:  $A\left(2; \frac{N}{2}; \frac{N-20}{2}\right), \vec{a}\left(-1; \frac{N-16}{2}; 2\right), \vec{b}\left(\frac{N-10}{2}; 1; -3\right);$

при N – нечетном:  $A\left(\frac{N-15}{2}; 1; \frac{N-7}{2}\right), \bar{a}\left(2; \frac{N-9}{2}; 1\right), \bar{b}\left(-3; 2; \frac{N-11}{2}\right).$

Составить:

- 1) каноническое уравнение прямой  $\ell_5$  - линии пересечения плоскостей  $\pi_1$  и  $\pi_2$ , проходящих через точку A перпендикулярно векторам  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ , соответственно;
- 2) уравнение плоскости  $\pi_3$ , проходящей через прямые  $\ell_1$  и  $\ell_3$ ;
- 3) уравнение плоскости  $\pi_4$ , проходящей через точку E и прямую  $\ell_2$ ;
- 4) уравнение плоскости  $\pi_5$ , проходящей через точку E перпендикулярно прямой  $\ell_5$ .

Проверить:

- 1) лежит ли прямая  $\ell_1$  в плоскости  $\pi_5$ .

9. *Эллипс.*

Типовые задачи.

В данной системе координат эллипс имеет каноническое уравнение. Составить это уравнение, зная, что расстояние между фокусами равно  $2c$ , большая полуось равна  $a$ :

при N - четном:  $c = \frac{N}{2}, a = \frac{N+2}{2};$

при N – нечетном:  $c = \frac{N+1}{2}, a = \frac{N+5}{2}.$

Найти:

- 1) эксцентриситет эллипса;
- 2) уравнения директрис;
- 3) расстояние от правого фокуса до ближайшей директрисы.

10. *Гипербола и парабола .*

Типовые задачи.

1. В данной системе координат гипербола имеет каноническое уравнение. Составить это уравнение, зная, что расстояние между фокусами равно  $2c$ , действительная полуось равна  $a$ :

при N - четном:  $c = \frac{N+4}{2}, a = \frac{N}{2};$

при N – нечетном:  $c = \frac{N+3}{2}, a = \frac{N+1}{2}.$

Найти:

- 1) эксцентриситет гиперболы;
- 2) уравнения директрис;
- 3) уравнения асимптот;
- 4) длину отрезка асимптоты гиперболы, заключенного между ее центром и директрисой;
- 5) расстояния от фокусов гиперболы до ее асимптот;
- 6) уравнение сопряженной гиперболы; ее эксцентриситет, уравнения директрис.

2. В данной системе координат парабола имеет каноническое уравнение. Составить это уравнение, зная, что расстояние от фокуса до директрисы равно  $N$ .

Найти:

- 1) координаты фокуса;
- 2) уравнение директрисы;
- 3) координаты точек пересечения параболы с окружностью  $x^2 + y^2 = 3N^2$ .

11. *Общая теория линий 2-го порядка.*

Типовые задачи.

Привести к каноническому виду уравнения кривой:

- 1)  $3x^2 - 2xy + 3y^2 - 4x - 4y - 12 = 0$
- 2)  $x^2 - 6xy + y^2 - 4x - 4y + 12 = 0$
- 3)  $x^2 + 4xy + 4y^2 - 20x + 10y - 50 = 0$
- 4)  $x^2 - 4xy + 4y^2 - 6x + 12y + 8 = 0$
- 5)  $3x^2 + 10xy + 3y^2 - 12x - 12y + 4 = 0$
- 6)  $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$ .

*12. Поверхности в пространстве, цилиндрические поверхности, поверхности вращения.*

Предусмотрена самостоятельная работа с предложенной литературой, изучение основных теоретических понятий по теме «Приведение общего уравнения фигуры второго порядка в пространстве к каноническому виду».

Типовые задачи.

Использовать при решении результаты, полученные при выполнении типовой задачи по темам «Эллипс», «Гипербола и парабола».

Составить уравнения и определить типы фигур, образованных вращением:

- 1) эллипса из задачи по теме «Эллипс» вокруг а) оси  $Ox$ , б) оси  $Oy$ ;
- 2) гиперболы из задачи по теме «Гипербола» вокруг а) оси  $Ox$ , б) оси  $Oy$ ;
- 3) сопряженной гиперболы вокруг а) оси  $Ox$ , б) оси  $Oy$ ;
- 4) асимптот гиперболы вокруг а) оси  $Ox$ , б) оси  $Oy$ ;
- 5) параболы вокруг оси  $Ox$ .

*13. Преобразования множеств, Линейные преобразования плоскости и пространства –.*

Предусмотрена самостоятельная работа с предложенной литературой, изучение основных теоретических понятий.

*14. Аффинные преобразования плоскости и пространства.*

Типовые задачи.

1. Найти аффинное преобразование, обратное преобразованию

$$x' = Nx - (N+1)y + 1$$

$$y' = x + 2Ny - N$$

2. Вершины тетраэдра находятся в точках

при  $N$  - четном:  $A\left(\frac{N+6}{2}; -\frac{N}{2}; \frac{N}{2}\right), B\left(\frac{N}{2}; \frac{12-N}{2}; \frac{N}{2}\right), C\left(\frac{N}{2}; -\frac{N}{2}; \frac{N-6}{2}\right); D\left(\frac{N}{2}; -\frac{N}{2}; \frac{N}{2}\right);$

при  $N$  - нечетном:  $A\left(\frac{N+3}{2}; -1; \frac{N+1}{2}\right), B\left(\frac{N-3}{2}; 5; \frac{N+1}{2}\right), C\left(\frac{N-3}{2}; -1; \frac{N-5}{2}\right); D\left(\frac{N-3}{2}; -1; \frac{N+1}{2}\right).$

Найти аффинное преобразование, переводящее вершины  $A, B, C, D$  соответственно в вершины  $B, C, D, A$ .

**Примерные варианты контрольной работы № 1**

Вариант 1

1. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  составляют угол  $45^\circ$ . Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a} - 2\vec{b}$  и  $3\vec{a} + 2\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 5$ .
2. Даны две смежные вершины  $A(-3; -1)$  и  $B(2; 2)$  параллелограмма  $ABCD$  и точка  $Q(3; 0)$  пересечения его диагоналей. Составить уравнения сторон этого параллелограмма.
3. Составить каноническое уравнение прямой  $\ell_1$ , проходящей через точку  $A(2; -5)$  параллельно вектору  $\vec{a}(-7; 3)$ .

Вариант 2

1. Даны два вектора  $\vec{a}(0;1;1)$  и  $\vec{b}(1;1;0)$ . Найти вектор  $\vec{c}$  длины 1, перпендикулярный вектору  $\vec{a}$ , образующий с вектором  $\vec{b}$  угол  $\frac{\pi}{4}$  и направленный так, чтобы упорядоченная тройка векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  имела положительную ориентацию.
2. Найти точку  $M_1$ , симметричную точке  $M_2(8;-9)$  относительно прямой, проходящей через точки  $A(3;-4)$  и  $B(-1;-2)$ .
3. Составить параметрические уравнения прямой  $\ell_2$ , проходящей через точку  $A(5,8)$  параллельно вектору  $\vec{b}(-1,3)$ .

#### Вариант 3

1. Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , образующие правую тройку, взаимно перпендикулярны. Зная, что  $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 2, |\vec{c}| = 3$ , вычислить  $\vec{a} \vec{b} \vec{c}$ .
2. Точка  $E(1;-1)$  является центром квадрата, одна из сторон которого лежит на прямой  $x - 2y + 12 = 0$ . Составить уравнения прямых, на которых лежат остальные стороны этого квадрата.
3. Составить параметрические уравнения прямой  $\ell_2$ , проходящей через точку  $A(-1,7)$  параллельно вектору  $\vec{b}(2, 5)$ .

### Примерные варианты контрольной работы № 2

#### Вариант 1

1. На оси  $Oy$  найти точку, отстоящую от плоскости  $x + 2y - 2z - 2 = 0$  на расстоянии  $d = 4$ .
2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $(-2;3;4)$  и перпендикулярной прямойм  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$  и  $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}$ .
3. Определить угол между асимптотами гиперболы, у которой расстояние между фокусами вдвое больше расстояния между директрисами.

#### Вариант 2

1. Составить уравнение плоскости, параллельной плоскости  $x - 2y + 2z + 5 = 0$  и удаленной от точки  $M(3;4;-2)$  на расстояние  $d = 5$ .
2. В уравнении прямой  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{n} = \frac{z}{3}$  найти параметр  $n$ , при котором эта прямая пересекается с прямой  $\frac{x}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{1}$ . Найти координаты точки их пересечения.
3. Через фокус эллипса  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{15} = 1$  проведен перпендикуляр к его большой оси. Определить расстояния от точек пересечения этого перпендикуляра с эллипсом до фокусов.

#### Вариант 3

1. Составить уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости  $2x - 2y + 4z - 5 = 0$  и отсекающей на координатных осях  $Ox, Oy$  отрезки  $a = -2, b = \frac{2}{3}$ .
2. Найти кратчайшее расстояние между диагональю куба с ребром, равным 1, и непересекающей ее диагональю грани.

3. Составить каноническое уравнение эллипса, если даны точка эллипса  $M_1(2; -\frac{5}{3})$  и его эксцентриситет  $e = 2/3$ .

---

### Вопросы для текущего контроля успеваемости

1. Свободные и связанные векторы. Линейные операции над векторами. Основные свойства операции сложения векторов и операции умножения вектора на число. Модуль (длина) вектора, основные свойства модуля. Теорема о делении коллинеарных векторов. Признак коллинеарности вектора ненулевому вектору.
2. Базис на плоскости и в пространстве. Теорема о разложении вектора по базису на плоскости и в пространстве. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов, основные свойства линейной зависимости и линейной независимости. Единственность разложения вектора по базису. Линейная независимость системы, состоящей из одного, двух и трех векторов. Второе определение базиса на плоскости и в пространстве.
3. Координаты вектора в данном базисе. Теорема о координатах линейной комбинации векторов и ее следствия. Признак коллинеарности векторов в координатах. Второе определение координат вектора. Ортонормированный базис. Правило нахождения ортонормированных координат вектора.
4. Скалярное произведение векторов, его элементарные свойства. Выражение скалярного произведения векторов в произвольных и в ортонормированных координатах. Метрические параметры базиса. Применение скалярного произведения в геометрии и механике.
5. Понятие об ориентации плоскости и пространства. Векторное произведение векторов в ориентированном пространстве, его простейшие свойства. Смешанное произведение векторов, основные свойства смешанного произведения. Выражение смешанного произведения в произвольных и в ортонормированных координатах. Признак компланарности векторов в координатах. Применение векторного и смешанного произведения в геометрии и механике.
6. Координаты векторного произведения в ортонормированном базисе. Двойное векторное произведение, его определение и простейшие свойства. Формула для нахождения двойного векторного произведения.
7. Общее понятие системы координат на плоскости и в пространстве. Аффинная и декартова система координат. Криволинейные системы координат: полярная система координат на плоскости, цилиндрическая и сферическая система координат в пространстве.
8. Основные формулы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве в декартовой системе координат: расстояние между двумя точками, угол между двумя векторами, площадь треугольника, объем тетраэдра.
9. Формулы преобразования аффинных и декартовых координат на плоскости и в пространстве.
10. Уравнение фигуры на плоскости и в пространстве. Алгебраические фигуры. Теорема об алгебраических линиях на плоскости и об алгебраических поверхностях в пространстве. Порядок алгебраической фигуры.
11. Основная теорема о прямой на плоскости (в аффинной системе координат). Виды уравнений прямой на плоскости в аффинной системе координат: общее, каноническое, параметрическое, через 2 заданные точки, через точку с заданным угловым коэффициентом, в отрезках. Взаимное расположение двух прямых. Геометрический смысл коэффициентов общего уравнения прямой в декартовой системе координат. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой (в декартовой системе координат).

12. Основная теорема о плоскости в пространстве (в аффинной системе координат). Виды уравнений плоскости в аффинной системе координат (общее, каноническое, через три заданные точки, параметрическое, в отрезках). Взаимное расположение двух плоскостей.
13. Геометрический смысл коэффициентов общего уравнения плоскости в декартовой системе координат. Задачи на плоскость в декартовой системе координат: угол между двумя плоскостями, расстояние от точки до плоскости.
14. Основная теорема о прямой в пространстве в аффинной системе координат. Виды уравнений прямой в пространстве: общее, каноническое, через две заданные точки, параметрическое. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости (в аффинной системе координат).
15. Задачи на прямую (в декартовой системе координат): угол между двумя прямыми, угол между прямой и плоскостью, расстояние от точки до прямой, расстояние между скрещивающимися прямыми.
16. Эллипс, его определение и вывод канонического уравнения. Исследование формы эллипса по его каноническому уравнению.
17. Гипербола, ее определение и вывод канонического уравнения. Асимптоты гиперболы. Сопряженные гиперболы. Равнобочная гипербола, отнесенная к асимптотам.
18. Парабола, ее определение и каноническое уравнение. Форма параболы.
19. Общее директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы. Полярное уравнение эллипса, гиперболы и параболы.
20. Общее уравнение кривой 2-го порядка на плоскости. Пересечение кривой 2-го порядка с прямой. Асимптотические и неасимптотические направления для кривой 2-го порядка.
21. Центры и диаметры кривых 2-го порядка. Сопряженные диаметры. Главные направления и главные диаметры.
22. Преобразование коэффициентов общего уравнения кривой 2-го порядка при переходе к новой декартовой системе координат. Инварианты. Стандартные упрощения общего уравнения кривой 2-го порядка.
23. Приведение общего уравнения кривой 2-го порядка к каноническому виду. Классификация кривых 2-го порядка.
24. Теорема о цилиндрической поверхности. Достаточный признак цилиндрической поверхности. Цилиндры 2-го порядка.
25. Теорема о поверхности вращения. Достаточный признак поверхности вращения. Примеры.
26. Конические поверхности. Достаточный признак конической поверхности. Примеры.
27. Поверхности 2-го порядка, заданные своими каноническими уравнениями (трехосный эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперболоиды, эллиптический и гиперболический параболоиды).
28. Теорема о приведении общего уравнения поверхности 2-го порядка к каноническому виду (без док-ва).
29. Линейные преобразования множества векторов плоскости. Простейшие свойства линейных преобразований. Линейное преобразование, переводящее заданный базис в заданную пару векторов; критерий обратимости такого преобразования.
30. Аффинные преобразования плоскости. Линейное преобразование, ассоциированное с аффинным. Теорема о существовании и единственности аффинного преобразования, переводящего одну аффинную систему координат в другую.
31. Движения плоскости. Теорема о совпадении движений с изометриями плоскости. Классификация движений плоскости.

32. Формулы аффинного преобразования плоскости в координатах. Характеризация матрицы аффинного преобразования. Матричная форма записи аффинного преобразования.
33. Геометрический смысл определителя аффинного преобразования. Координатная форма записи движения плоскости. Движения, сохраняющие и движения, меняющие ориентацию.
34. Теорема о группе аффинных преобразований и группе движений плоскости. Основные свойства аффинных преобразований плоскости. Аффинная эквивалентность фигур.
35. Аффинная классификация кривых 2-го порядка. Понятие об аффинной геометрии плоскости, групповая точка зрения на геометрию (Эрлангенская программа Клейна).

### **Вопросы для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

1. Свободные и связанные векторы.
2. Линейные операции над векторами.
3. Основные свойства операции сложения векторов и операции умножения вектора на число. Модуль (длина) вектора, основные свойства модуля.
4. Признак коллинеарности вектора ненулевому вектору.
5. Базис на плоскости и в пространстве. Теорема о разложении вектора по базису на плоскости и в пространстве. Л
6. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов, основные свойства линейной зависимости и линейной независимости. Единственность разложения вектора по базису. Линейная независимость системы, состоящей из одного, двух и трех векторов.
7. Координаты вектора в данном базисе. Теорема о координатах линейной комбинации векторов и ее следствия. Признак коллинеарности векторов в координатах.
8. Ортонормированный базис. Правило нахождения ортонормированных координат вектора.
9. Скалярное произведение векторов, его элементарные свойства. Выражение скалярного произведения векторов в произвольных и в ортонормированных координатах. Метрические параметры базиса. Применение скалярного произведения в геометрии и механике.
10. Понятие об ориентации плоскости и пространства.
11. Векторное произведение векторов в ориентированном пространстве, его простейшие свойства.
12. Смешанное произведение векторов, основные свойства смешанного произведения. Выражение смешанного произведения в произвольных и в ортонормированных координатах.
13. Признак компланарности векторов в координатах. Применение векторного и смешанного произведения в геометрии и механике.
14. Координаты векторного произведения в ортонормированном базисе.
15. Двойное векторное произведение, его определение и простейшие свойства. Формула для нахождения двойного векторного произведения.
16. Общее понятие системы координат на плоскости и в пространстве. Аффинная и декартова система координат. Криволинейные системы координат: полярная система координат на плоскости, цилиндрическая и сферическая система координат в пространстве.



17. Основные формулы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве в декартовой системе координат: расстояние между двумя точками, угол между двумя векторами, площадь треугольника, объем тетраэдра.
18. Формулы преобразования аффинных и декартовых координат на плоскости и в пространстве.
19. Уравнение фигуры на плоскости и в пространстве. Алгебраические фигуры. Теорема об алгебраических линиях на плоскости и об алгебраических поверхностях в пространстве. Порядок алгебраической фигуры.
20. Основная теорема о прямой на плоскости (в аффинной системе координат). Виды уравнений прямой на плоскости в аффинной системе координат
21. Взаимное расположение двух прямых. Геометрический смысл коэффициентов общего уравнения прямой в декартовой системе координат. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой (в декартовой системе координат).
22. Основная теорема о плоскости в пространстве (в аффинной системе координат). Виды уравнений плоскости в аффинной системе координат (общее, каноническое, через три заданные точки, параметрическое, в отрезках). Взаимное расположение двух плоскостей.
23. . Задачи на плоскость в декартовой системе координат: угол между двумя плоскостями, расстояние от точки до плоскости.
24. Основная теорема о прямой в пространстве в аффинной системе координат. Виды уравнений прямой в пространстве: общее, каноническое, через две заданные точки, параметрическое.
25. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости (в аффинной системе координат).
26. Задачи на прямую (в декартовой системе координат): угол между двумя прямыми, угол между прямой и плоскостью, расстояние от точки до прямой, расстояние между скрещивающимися прямыми.
27. Эллипс, его определение и вывод канонического уравнения. Исследование формы эллипса по его каноническому уравнению.
28. Гипербола, ее определение и вывод канонического уравнения. Асимптоты гиперболы. Сопряженные гиперболы. Равнобочная гипербола, отнесенная к асимптотам.
29. Парабола, ее определение и каноническое уравнение. Форма параболы.
30. Общее директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы. Полярное уравнение эллипса, гиперболы и параболы.
31. Преобразование коэффициентов общего уравнения кривой 2-го порядка при переходе к новой декартовой системе координат. Инварианты. Стандартные упрощения общего уравнения кривой 2-го порядка.
32. Приведение общего уравнения кривой 2-го порядка к каноническому виду. Классификация кривых 2-го порядка.
33. Теорема о цилиндрической поверхности. Достаточный признак цилиндрической поверхности. Цилиндры 2-го порядка.
34. Теорема о поверхности вращения. Достаточный признак поверхности вращения. Примеры.
35. Конические поверхности. Достаточный признак конической поверхности. Примеры.
36. Поверхности 2-го порядка, заданные своими каноническими уравнениями (трехосный эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперboloиды, эллиптический и гиперболический параболоиды).
37. Теорема о приведении общего уравнения поверхности 2-го порядка к каноническому виду (без док-ва).
38. Линейные преобразования множества векторов плоскости.

39. Аффинные преобразования плоскости.  
 40. Движения плоскости.  
 41. Формулы аффинного преобразования плоскости в координатах.  
 Геометрический смысл определителя аффинного преобразования.

## 7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	10	0	15	15	0	20	40	100

### Программа оценивания учебной деятельности студента 1 семестр

#### Лекции

*Посещаемость, активность, умение выделить главную мысль и др.  
 (от 0 до 10 баллов)*

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 4 баллов;
- от 51% до 75% – 7 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

#### Лабораторные занятия

*Не предусмотрены*

#### Практические занятия

*Самостоятельность при выполнении работы, активность работы в аудитории, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д. (от 0 до 15 баллов)*

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

#### Самостоятельная работа

*Качество и количество выполненных домашних работ, правильность выполнения и т.д. (от 0 до 15 баллов)*

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

Автоматизированное тестирование

*Не предусмотрено.*

Другие виды учебной деятельности – от 0 до 20 баллов

*Контрольная работа №1 (от 0 до 10 баллов)*

*Контрольная работа №2 (от 0 до 10 баллов)*

Промежуточная аттестация – от 0 до 40 баллов

Формой промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в 1 семестре является экзамен, который проводится в виде ответа на экзаменационный билет, состоящий из двух вопросов. Задаются еще два – три дополнительных вопроса из перечня вопросов для промежуточной аттестации. На прохождение аттестации студенту отводится 30 минут.

*При проведении промежуточной аттестации*

*ответ на «отлично» оценивается от 31 до 40 баллов;*

*ответ на «хорошо» оценивается от 21 до 30 баллов;*

*ответ на «удовлетворительно» оценивается от 11 до 20 баллов;*

*ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 10 баллов.*

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «Аналитическая геометрия» составляет **100** баллов.

**Таблица 2.2** Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Аналитическая геометрия» в оценку (экзамен):

85 – 100 баллов	«отлично»
71 – 84 баллов	«хорошо»
55 – 70 баллов	«удовлетворительно»
менее 55 баллов	«неудовлетворительно»

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Д.В. Беклемишев. - 18-е изд., перераб. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 448 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/152643> - ISBN 978-5-8114-4916-3 : Б. ц. Книга из коллекции Лань - Математика. Книга находится в БД ЭБС «Лань».

2. Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л. А. Беклемишева, Д. В. Беклемишев, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 496 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/122183>. - ISBN 978-5-8114-4577-6 : Б. ц. Книга из коллекции Лань - Математика. Книга находится в БД ЭБС «Лань».



### б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" предоставляет свободный доступ к полнотекстовой электронной учебно-методической библиотеке для профессионального образования. <http://window.edu.ru/>
2. Свободное программное обеспечение: LibreOffice, GeoGebra.
3. Лицензионное программное обеспечение: ОС Microsoft Windows 7, ОС Microsoft Windows 8, Microsoft Office 2007.

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски для требуемых визуализаций излагаемой информации.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование и профилю подготовки «Механика деформируемых тел и сред».

Автор  
профессор кафедры геометрии

В.Б. Поплавский

Программа одобрена на заседании кафедры геометрии от 8 октября 2021 года, протокол №5.

### Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

#### Рекомендуемая литература:

1. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] / П.С. Александров. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 512 с. Книга из коллекции Лань - Математика.
2. Ильин В.А. Аналитическая геометрия [Текст] : учеб. для вузов / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 7-е изд., стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 223 с.
3. Привалов И.И. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник / И.И. Привалов. - 38-е изд., стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2010. - 299 с.
4. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии [Текст] / О.Н. Цубербиллер. - 34-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 336 с. Книга из коллекции Лань - Математика