

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»
Балашовский институт (филиал)

УТВЕРЖДАЮ:
Директор БИ СФУ
доцент А.В. Шатилова

«10»  2023 г.

Рабочая программа дисциплины

Алгебра и теория чисел

Направление подготовки бакалавриата

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профили подготовки бакалавриата

Математика и информатика

Квалификация (степень) выпускника

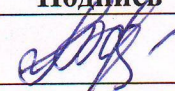

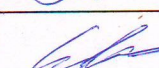
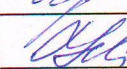
Бакалавр

Форма обучения

Очная

Балашов

2023

| Статус | Фамилия, имя, отчество | Подпись | Дата |
|---------------------------|------------------------------------|---|----------|
| Преподаватель-разработчик | Христофорова Алевтина Владимировна |  | 26.04.23 |
| Председатель НМК | Мазалова Марина Алексеевна |  | 26.04.23 |
| Заведующий кафедрой | Сухорукова Елена Владимировна |  | 26.04.23 |
| Начальник УМО | Бурлак Наталия Владимировна |  | 26.04.23 |

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ..... | 3 |
| 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ | 3 |
| 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ..... | 4 |
| 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ..... | 6 |
| 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ ОСВОЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ | 10 |
| 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ..... | 11 |
| 7. ДАННЫЕ ДЛЯ УЧЕТА УСПЕВАЕМОСТИ СТУДЕНТОВ В БАРС | 25 |
| 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ | 31 |
| 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ..... | 33 |

1. Цель освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – овладение системой знаний и умений по алгебре и теории чисел.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана, входит в Блок 1 «Дисциплины (модули)».

Изучение данной дисциплины опирается на знания, умения, навыки и опыт, полученные в процессе изучения предмета «Математика», «Алгебра и начала анализа» на предыдущем уровне образования.

Освоение данной дисциплины является необходимым для дальнейшего изучения дисциплин «Геометрия», «Теория многочленов», «Элементарная математика», «Основы математической обработки информации», а также для прохождения производственных практик практики (практик).

3. Результаты обучения по дисциплине

| Код и наименование компетенции | Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции | Результаты обучения |
|---|---|---|
| по дисциплине | | |
| <p>ПК-1 Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках основных образовательных программ общего образования, по программам дополнительного образования детей и взрослых</p> | <p>1.1_Б.ПК-1. Осуществляет преподавание учебных дисциплин по профилю (профилям) подготовки в рамках основных образовательных программ общего образования соответствующего уровня.</p> | <p>В категории «ЗНАТЬ» З_1.1_Б.ПК-1. Владеет системой предметных знаний, составляющих содержание образования на соответствующем уровне общего образования (по профилю подготовки).</p> <p>В категории «ВЛАДЕТЬ» В_1.2_Б.ПК-1. Владеет навыком решения задач / выполнения практических заданий из школьного курса; обосновывает выбор способа выполнения задания.</p> |
| | <p>3.1_Б.ПК-1. Владеет системой научных знаний в соответствующей предметной области (по профилю подготовки).</p> | <p>В категории «ЗНАТЬ» 3.1_Б.ПК-1. Владеет системой научных знаний в соответствующей предметной области (по профилю подготовки).</p> |
| <p>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;</p> | <p>1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.</p> | <p>В категории «ЗНАТЬ» З_1.1_Б.УК-1. Знает типовую (инвариантную) структуру задачи и возможные варианты реализации этой структуры; знает различные типологии задач, понимает классификационные признаки, лежащие в основе этих типологий; осознает особенности решения задач различных типов.</p> <p>В категории «УМЕТЬ» У_3.3_Б.УК-1. Умеет использовать при выдвижении и обсуждении вариантов решения задачи возможности технологии развития критического мышления, различные формы организации дискуссии.</p> <p>У_1.1_Б.УК-1. Умеет анализировать задачу, выделять условие и задание (вопрос),</p> |

| | | |
|--|---|--|
| | | соотнести предложенную задачу с тем или иным известным типом, определять необходимые для решения задачи знания, умения, дополнительные сведения. |
| | <p>3.1_ Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p> | <p>В категории «ЗНАТЬ» З_3.1_ Б.УК-1. Знает способы решения типовых задач из конкретной области знания, называет эти способы, комментирует выбор.</p> <p>В категории «УМЕТЬ» У_3.1_ Б.УК-1. При решении нестандартных задач (повышенной сложности, междисциплинарных, творческих и т. п.) предлагает способы решения на основе имеющихся знаний и умений.</p> <p>У_3.2_ Б.УК-1. Сравнивает различные способы решения задачи, оценивая их особенности (валидность, трудоемкость, необходимость привлечения дополнительных ресурсов и т. д.).</p> |

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 13 зачетных единиц, 468 часов.

Модуль 1.

| № п/п | Раздел дисциплины и темы занятий | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) | | | | | | КСР | Формы текущего контроля успеваемости (по темам и разделам) Формы промежуточной аттестации (по семестрам) |
|-------|----------------------------------|---------|-----------------|--|----------------------|----------------------------------|----------------------|----------------------------------|----|---|---|
| | | | | Лекции | Практические занятия | | Лабораторные занятия | | | | |
| | | | | | общая трудоемкость | Из них – практическая подготовка | общая трудоемкость | Из них – практическая подготовка | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |
| 1 | Элементы теории множеств | 1 | | 4 | 8 | 0 | 0 | 0 | 2 | Тест | |
| 2 | Алгебры | 1 | | 6 | 6 | 0 | 0 | 0 | 4 | Тест | |
| 3 | Матрицы и определители | 1 | | 10 | 16 | 0 | 0 | 0 | 4 | Самостоятельная работа №1. Контрольная работа № 1 «Матрицы, определители» | |
| 4 | Системы линейных уравнений | 1 | | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | | |
| | Всего | | | 28 | 30 | 0 | 0 | 0 | 14 | | |
| | Промежуточная аттестация | | | | | | | | | Зачет в 1 семестре | |
| | Общая трудоемкость модуля | | | | | | | | | 2 з.е., 72 часа | |

Модуль 2.

| № п/п | Раздел дисциплины и темы занятий | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) | | | | | | КСР | Формы текущего контроля успеваемости (по темам и разделам) Формы промежуточной аттестации (по семестрам) |
|-------|---|---------|-----------------|--|----------------------|----------------------------------|----------------------|----------------------------------|----|---|---|
| | | | | Лекции | Практические занятия | | Лабораторные занятия | | | | |
| | | | | | общая трудоемкость | Из них – практическая подготовка | общая трудоемкость | Из них – практическая подготовка | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |
| 1 | Системы линейных уравнений | 2 | | 8 | 12 | 0 | 0 | 0 | 10 | Самостоятельная работа №2 | |
| 2 | Векторные пространства | 2 | | 12 | 10 | 0 | 0 | 0 | 16 | Самостоятельная работа №3. Контрольная работа № 2 «Системы линейных уравнений. Векторные пространства». | |
| 3 | Система действительных чисел и поле комплексных чисел | 2 | | 14 | 14 | 0 | 0 | 0 | 20 | Самостоятельная работа №4;5 Контрольная работа №3 | |
| | Всего | | | 34 | 36 | 0 | 0 | 0 | 74 | | |

| | | |
|---------------------------|-------------------|-----------------------|
| Промежуточная аттестация | 36 | Экзамен во 2 семестре |
| Общая трудоемкость модуля | 5 з.е., 180 часов | |

Модуль 3.

| № п/п | Раздел дисциплины и темы занятий | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) | | | | | | КСР | Формы текущего контроля успеваемости (по темам и разделам) Формы промежуточной аттестации (по семестрам) |
|---------------------------|--|-------------------|-----------------|--|----------------------|----------------------------------|----------------------|----------------------------------|------------------------------|----------------------------|---|
| | | | | Лекции | Практические занятия | | Лабораторные занятия | | КСР | | |
| | | | | | общая трудоемкость | Из них – практическая подготовка | общая трудоемкость | Из них – практическая подготовка | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |
| 1 | Линейные отображения | 3 | | 10 | 12 | 0 | 0 | 0 | 32 | Контрольная работа №4 | |
| 2 | Евклидовы векторные пространства. Линейные неравенства. Их системы | 3 | | 10 | 12 | 0 | 0 | 0 | 32 | Самостоятельная работа №6. | |
| Всего | | | | 20 | 24 | 0 | 0 | 0 | 64 | | |
| Промежуточная аттестация | | | | | | | | | Зачет с оценкой в 3 семестре | | |
| Общая трудоемкость модуля | | 3 з.е., 108 часов | | | | | | | | | |

Модуль 4.

| № п/п | Раздел дисциплины и темы занятий | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) | | | | | | КСР | Формы текущего контроля успеваемости (по темам и разделам) Формы промежуточной аттестации (по семестрам) |
|-------------------------------|---|--------------------|-----------------|--|----------------------|----------------------------------|----------------------|----------------------------------|----------------------|------|---|
| | | | | Лекции | Практические занятия | | Лабораторные занятия | | КСР | | |
| | | | | | общая трудоемкость | Из них – практическая подготовка | общая трудоемкость | Из них – практическая подготовка | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |
| 1 | Теория делимости в кольце целых чисел | 4 | | 10 | 10 | 0 | 0 | 0 | 14 | Тест | |
| 2 | Теория сравнений с арифметическими приложениями | 4 | | 12 | 12 | 0 | 0 | 0 | 14 | Тест | |
| Всего | | | | 22 | 22 | 0 | 0 | 0 | 28 | | |
| Промежуточная аттестация | | 36 | | | | | | | Экзамен в 4 семестре | | |
| Общая трудоемкость модуля | | 3 з.е., 108 часов | | | | | | | | | |
| Общая трудоемкость дисциплины | | 13 з.е., 468 часов | | | | | | | | | |

Содержание дисциплины

Элементы теории множеств

Понятие множества. Операции над множествами. Законы операций. Числовые множества. Прямое произведение множеств. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Разбиение множества на классы эквивалентности. Фактор-множество. Отношение порядка. Отношение линейного порядка.

Алгебры

Алгебраические операции. Понятие алгебры как множества с введенными на нём алгебраическими операциями. Подалгебры. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр. Понятие группы. Примеры групп. Простейшие свойства группы. Понятие кольца. Примеры колец. Простейшие свойства кольца. Подкольца. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец.

Матрицы и определители

Операции над матрицами, их свойства. Обратимые матрицы. Элементарные матрицы. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.

Группа подстановок. Четность и знак подстановки. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Определитель произведения матриц. Теорема о ранге матрицы. Обратная матрица. Запись и решение системы n линейных уравнений с n переменными в матричной форме. Правило Крамера. Условия, при которых однородная система n однородных линейных уравнений с n переменными имеет нетривиальные решения.

Системы линейных уравнений

Системы линейных уравнений. Понятие следствия системы уравнений. Равносильные системы уравнений и элементарные преобразования системы. Векторная форма записи линейных уравнений. Условия совместности системы линейных уравнений. Система однородных линейных уравнений; условия существования нетривиальных решений. Пространство решений системы однородных уравнений. Неоднородная система линейных уравнений; линейное многообразие решений. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений. Приведение матрицы к ступенчатому виду; вычисление ранга матрицы. Базис пространства решений системы однородных линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения переменных; понятие общего решения системы линейных уравнений.

Векторные пространства

Понятие векторного пространства, примеры; арифметическое векторное пространство. Подпространство; линейная оболочка множества векторов. Сумма и прямая сумма подпространств. Понятие линейного многообразия. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Координатная строка (столбец) вектора относительно данного базиса. Размерность векторного пространства. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности.

Система действительных чисел и поле комплексных чисел

Поле, его простейшие свойства. Примеры полей. Понятие алгебраической системы как множества с операциями и отношениями. Упорядоченное поле, его простейшие свойства. Система действительных чисел; простейшие свойства действительных чисел. Поле комплексных чисел. Понятие числового поля; наименьшее подполе числового поля. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними. Тригонометрическая форма комплексного числа. Корни из комплексных чисел и двучленные уравнения.

Линейные отображения

Линейные отображения векторных пространств; примеры. Ядро и образ линейного отображения. Матрица линейного оператора. Связь между координатными столбцами векторов x и $\varphi(x)$. Связь между координатными столбцами вектора относительно различных базисов. Связь между матрицами линейного оператора относительно различных бази-

сов; подобие матриц. Собственные векторы и собственные значения. Характеристическое уравнение. Линейные операторы с простым спектром. Условия, при которых матрица подобна диагональной матрице. Основные понятия. Обратимые линейные операторы. Понятие линейной алгебры; примеры. Алгебра линейных операторов векторного пространства. Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной матричной алгебры.

Евклидовы векторные пространства

Векторное пространство со скалярным умножением. Ортогональная система векторов. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса, процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение к подпространству. Евклидово векторное пространство. Норма вектора. Ортонормированный базис евклидова пространства. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.

Линейные неравенства. их системы

Системы однородных линейных неравенств. Следствия системы однородных неравенств (теорема Минковского). Критерий несовместности системы линейных неравенств. Стандартные и канонические задачи линейного программирования. Допустимые и оптимальные векторы. Теорема двойственности (без доказательства). Понятие о симплексе-методе.

Теория делимости в кольце целых чисел

Делимость целых чисел. Частное и остаток. Количество и сумма натуральных делителей числа. Теорема о делении с остатком и её приложения. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД, НОК и его свойства. Простые числа. Решето Эратосфена. Каноническое разложение натурального числа. Теоретико-числовые функции. Систематические числа. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Распределение простых чисел. Неравенство Чебышёва. Цепные дроби. Представление чисел цепными дробями.

Теория сравнений с арифметическими приложениями

Сравнения в кольце целых чисел. Свойства. Полная система вычетов. Аддитивная группа классов вычетов. Кольцо классов вычетов. Приведённая система вычетов. Мультипликативная группа классов вычетов, взаимно простых с модулем. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения первой степени с одной переменной. Решение сравнений с помощью теоремы Эйлера. Решение сравнений с помощью цепных дробей. Сравнения высших степеней. Показатель (порядок) числа и классы вычетов по модулю. Существование первообразных корней по простому модулю. Индексы по простому модулю.

Двучленные сравнения по простому модулю. Таблицы индексов и их применение. Понятие о степенных вычетах. Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра. Критерий Эйлера. Арифметические приложения теории сравнений: нахождение остатков при делении. Арифметические приложения теории сравнений: признаки делимости. Общий признак делимости Паскаля. Арифметические приложения теории сравнений: проверка результатов арифметических действий с помощью 9 и 11. Арифметические приложения теории сравнений: длина периода систематической дроби.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Основные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины

- Технология контекстного обучения (обучение в контексте профессии) реализуется в учебных заданиях, учитывающих специфику направления и профиля подготовки. Профессиональные действия и задачи, через которые у студентов формируются профессиональные навыки, соответствующие профилю образовательной программы:
 - ✓ анализ педагогической деятельности и образовательного процесса на практических / лабораторных занятиях, проводимых в образовательной организации;
- Технология развития критического мышления и проблемного обучения (реализуется при решении учебных задач проблемного характера).
- Технология электронного обучения (реализуется при помощи электронной образовательной среды СГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья предполагается использование при организации образовательной деятельности адаптивных образовательных технологий в соответствии с условиями, изложенными в ОПОП (раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья»), в частности: предоставление специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, и т. п. – в соответствии с индивидуальными особенностями обучающихся.

При наличии среди обучающихся лиц с ограниченными возможностями здоровья в раздел «Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины» рабочей программы вносятся необходимые уточнения в соответствии с «Положением об организации образовательного процесса, психолого-педагогического сопровождения, социализации инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, обучающихся в БИ СГУ» (П 8.70.02.05–2016).

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины

- Использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет (см. перечень ресурсов в п. 8 настоящей программы).
- Создание электронных документов (компьютерных презентаций, видеофайлов, плейкастов и т. п.).

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

К самостоятельной работе студентов относится: детальная проработка лекций, учебной литературы, самостоятельное доказательство указанных преподавателем теорем, выполнение домашних и индивидуальных заданий, выполнение контрольных работ.

Для контроля текущей успеваемости и промежуточной аттестации используется рейтинговая и информационно-измерительная система оценки знаний.

Система текущего контроля включает:

- контроль активности студента на занятиях, включая активность при опросах, проведении проблемных лекций и дискуссий;
- контроль промежуточных знаний, умений, навыков усвоенных в данном курсе в форме самостоятельных работ
- контроль знаний, умений, навыков усвоенных в данном курсе в форме письменной контрольной работы

Работа на практических занятиях оценивается преподавателем (по пятибалльной шкале) по итогам подготовки и выполнения студентами практических заданий, активности работы в группе и самостоятельной работе. Пропуск практических занятий предполагает отработку по пропущенным темам. Форма отработки определяется преподавателем, ведущим занятие.

Преподаватель контролирует и оценивает выполнение домашних заданий, самостоятельных и контрольных работ, активность на практических и лекционных занятиях проблемного характера. Все виды контроля находят количественное отражение в текущем и итоговом рейтинге студента по дисциплине. Контрольная работа проводится на практическом занятии после изучения темы или раздела и предназначена для оценки знаний, умений и навыков, приобретенных в процессе теоретических и практических занятий по данной дисциплине. Планируется 6 контрольных работ при освоении модуля.

Оценка за контрольную работу, тест выставляется в соответствии со следующими критериями:

- оценка «отлично» (5 баллов) - 80-100% правильно решенных заданий;
- оценка «хорошо» (4 балла) - 65-79% правильно решенных заданий;
- оценка «удовлетворительно» (3 балла) - 50 -64% правильно решенных заданий;
- оценка «неудовлетворительно» - 49% и менее правильно решенных заданий.

На практическом занятии со студентами очной формы обучения подробно рассматриваются типовые примеры по указанной теме, обсуждается ход решения, анализируются возможные варианты.

6.1. Самостоятельная работа студентов по дисциплине

6.1.1. Подготовка к практическим занятиям

Тематика практических занятий

1 семестр

1. Множества. Операции над множествами.
2. Множества. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Прямое произведение множеств. Бинарные отношения, их свойства.
4. Бинарные отношения, отношения эквивалентности и порядка.
5. Бинарные операции, их свойства. Основные алгебраические структуры: группы, кольца.
6. Основные алгебраические структуры: поля.
7. Матрицы, действия над ними.

8. Матрицы, действия над ними.
9. Понятие определителя. Перестановки, их свойства. Вычисление определителей второго и третьего порядков.
10. Вычисление определителей высших порядков с помощью свойств.
11. Вычисление определителей разложением по строке и столбцу.
12. Вычисление обратной матрицы с помощью определителей. Решение матричных уравнений.
13. Вычисление обратной матрицы и решение матричных уравнений с помощью элементарных преобразований.
14. Итоговое занятие. Контрольная работа № 1 «Матрицы и определители».

2 семестр

1. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
2. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
3. Матричный метод решения системы линейных уравнений.
4. Критерий совместности систем линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений, содержащих параметры.
5. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис.
6. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений.
7. Ранг матрицы, его вычисление двумя способами. Многообразие решений системы линейных алгебраических уравнений.
8. Метод математической индукции.
9. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
10. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
11. Геометрическая интерпретация комплексных чисел и действий над ними.
12. Извлечение корней из комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме.
13. Корни из единицы. Первообразные корни.
14. Линейные отображения и операторы. Матрица линейного оператора. Связь между координатными столбцами вектора и связь между матрицами линейного оператора относительно различных базисов.
15. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Приведение матрицы к диагональному виду.
16. Ядро и образ, дефект и ранг линейного оператора. Алгебра линейных операторов векторного пространства.
17. Подпространства векторного пространства. Сумма, пересечение, прямая сумма подпространств. Евклидово векторное пространство. Процесс ортогонализации. Норма вектора. Ортонормированный базис евклидова пространства. Решение систем линейных неравенств.

3 семестр

1. Деление с остатком. НОД. Алгоритм Евклида.
2. Линейное представление НОД. Решение неопределённых уравнений.
3. Числовые функции.
4. Систематические числа и действия над ними.
5. Решение задач с использованием свойств НОД, НОК и десятичной записи числа.
6. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби, их свойства.
7. Бесконечные цепные дроби.
8. Отношение сравнения. Свойства.

9. Полная и приведённая системы вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.
10. Методы решения линейных сравнений с одной переменной.
11. Решение систем линейных сравнений с одной переменной.
12. Приложения теории сравнений к решению задач. Применение индексов.
13. Решение сравнений с помощью индексов.
14. Признаки делимости. Проверка результатов арифметических действий.
15. Систематические дроби.

6.1.2. Тест по материалу дисциплины

1. На множестве $X = \{1, 2, 3, 4\}$ заданы бинарные отношения

- I. $\rho_1 = \{ (2, 2), (4, 4), (1, 2), (3, 4) \}$
 II. $\rho_2 = \{ (1, 1), (2, 3), (3, 2), (2, 2), (3, 3), (4, 4) \}$
 III. $\rho_3 = \{ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (3, 2) \}$

Какое из них является отношением эквивалентности? Построить фактор-множество.

Варианты ответа:

- 1) ρ_1
 2) ρ_1, ρ_2
 3) ρ_2
 4) ρ_3
 5) ρ_1, ρ_2, ρ_3

2. Пусть $*$ - бинарная операция на множестве натуральных чисел: $a * b = \text{НОД}(a, b)$. Какое из следующих утверждений справедливо:

- I. $*$ коммутативна; II. $*$ ассоциативна; III. $*$ имеет нейтральный элемент
 IV. $*$ обратима?

Варианты ответа:

- 1) I и III
 2) только III
 3) только II
 4) только I и II
 5) I, II и IV

3. На множестве Z задано бинарное отношение $\omega : x \omega y \Leftrightarrow x \dot{=} y$.

Какие из следующих утверждений верны:

- I. ω - отношение порядка
 II. ω не является отношением порядка
 III. ω - отношение линейного порядка?

Варианты ответа:

- 1) только I
 2) I и III
 3) II

4. Какие из указанных алгебр являются группами:

- I. $\langle Z, - \rangle$; II. $\langle 2Z, + \rangle$; III. $\langle A, + \rangle$, где $A = \{0, 1\}$; IV. $\langle B, \cdot \rangle$, где $B = \{-1, 1\}$?

Варианты ответа:

- 1) только I
 2) только II и III
 3) только II и IV

4) только II

5) I, II и III

5. Какие из следующих числовых алгебраических систем являются кольцами: $N = \langle N, +, \cdot \rangle$, $2N = \langle 2N, +, \cdot \rangle$, $R = \langle R, +, \cdot \rangle$, $C = \langle C, +, \cdot \rangle$

Варианты ответа:

1) N ; 2) $2N$; 3) $R; C$; 4) $R; 2N$.

6. Какие из следующих числовых алгебраических систем являются полями: $N = \langle N, +, \cdot \rangle$, $Z = \langle 2N, +, \cdot \rangle$, $Q = \langle Q, +, \cdot \rangle$, $C = \langle C, +, \cdot \rangle$?

Варианты ответа:

1) Z ; 2) $Q; C$; 3) $Z; N$; 4) $N; C$.

7. Указать биективные отображения:

а) $f_1(x) = x^2$ на множестве R ;

б) $g(x) = 2x + 1$ на множестве R ;

в) $v(x) = x^2$ на множестве R^+ ;

г) $f_2(x) = -3x$ на множестве R .

Варианты ответа:

1) g, v, f_2 ; 2) g ; 3) g, v ; 4) g, f_2 .

8. Определить количество элементов во множестве $A \times B$, если $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1; 2; 7\}$

Варианты ответа:

1) 6; 2) 3; 3) 9; 4) 8; 5) 0.

9. Верно ли соотношение $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$?

Варианты ответа:

1) нет; 2) да

10. Пусть $A = \{x \mid x^2 - x - 2 \leq 0\}$, $B = \left\{x \mid \frac{-x+1}{x+1} \geq 0\right\}$. Найти $A \setminus B$.

Варианты ответа:

1) $(-\infty; -1)$; 2) $\{-1\} \cup (1; 2]$; 3) $(-1; 1]$; 4) $(1; 2]$

11. Определить количество подмножеств множества $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$.

Варианты ответа:

1) 1024; 2) 100; 3) 1025; 4) 50.

12. Сколько отношений эквивалентности можно задать на множестве $A = \{a_1, a_2, a_3\}$?

Варианты ответа:

1) 0; 2) 5; 3) 8; 4) 3.

Методические рекомендации по выполнению теста

Контрольно-измерительные материалы проверяют остаточные знания студента. Тестовые задания направлены на применение усвоенных ранее знаний в типовых ситуациях. Число вариантов ответов на каждое задание — от двух до пяти. Число заданий в тестовом варианте — 12. Продолжительность сеанса тестирования — не более 60 минут. Рекомендуемое число различных вариантов каждого вопроса — не менее 3-х.

Студенты получают оценки:

- оценка «отлично» (5 баллов) - 80-100% правильно решенных заданий;
- оценка «хорошо» (4 балла) - 65-79% правильно решенных заданий;
- оценка «удовлетворительно» (3 балла) - 50 -64% правильно решенных заданий;
- оценка «неудовлетворительно» - 49% и менее правильно решенных заданий.

6.1.3. Самостоятельные работы по материалу дисциплины

Самостоятельная работа №1

Демонстрационный вариант

1. Вычислить, если это возможно, $2A - 3B$, AB , BA при условии:

а) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$;

б) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 4 & 3 & -2 \\ 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера, сделать проверку:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ 5x + 6y = -7. \end{cases}$$

Самостоятельная работа №2

Демонстрационный вариант

1. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$$

2. Исследовать и решить систему уравнений в зависимости от значения

параметра λ :
$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ x_1 + \lambda x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = \lambda. \end{cases}$$

Самостоятельная работа №3

Демонстрационный вариант

1. Найти общее решение, фундаментальную систему решений, сделать проверку:

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0. \end{cases}$$

Самостоятельная работа №4

Алгебраическая форма комплексного числа

Демонстрационный вариант

1. Вычислить: а) $(\sqrt{3} - i)(\sqrt{2} - i\sqrt{3})$; б) $\frac{6}{3 - 5i}$;
2. Найти x и y , считая их вещественными: $(4 - i)x + (2 + 5i)y = 8 + 9i$.

Самостоятельная работа №5

Тригонометрическая форма комплексного числа

Демонстрационный вариант

1. Представить в тригонометрической форме следующие числа: а) $1 + i$; б) $\sqrt{3} - i$.

2. Вычислить, пользуясь формулой Муавра: $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$.

Самостоятельная работа №6

Линейные операторы

Демонстрационный вариант

1. В двумерном евклидовом пространстве дан ортонормированный базис $\{e_1, e_2\}$ и линейный оператор φ , который вектор e_1 растягивает вдвое и поворачивает на угол π , а вектор e_2 поворачивает по часовой стрелке на угол $\frac{\pi}{2}$. Найти образ вектора $a = 2e_1 + 3e_2$ под действием оператора φ .

Самостоятельная работа №7

Ортонормированный базис

Демонстрационный вариант

1. Построить ортонормированный базис подпространства, натянутого на систему векторов: $a_1(1;1;1;1), a_2(1;-1;1;4), a_3(1;3;1;-2), a_4(1;2;0;2)$.

Самостоятельная работа № 8

Конечные цепные дроби

Демонстрационный вариант

1. Разложить в цепную дробь и свернуть с помощью подходящих:
а) $\frac{539}{103}$; б) $\frac{2517}{773}$; в) $-\frac{55}{117}$.
2. Решить в целых числах уравнения:
3. а) $142x + 82y = 6$; б) $7x - 19y = 23$.

Самостоятельная работа № 9

Систематические числа

Демонстрационный вариант

Записать числа 201_3 и 6514_7 в системе счисления с основанием 5 и разделить большее на меньшее.

Самостоятельная работа № 10

Демонстрационный вариант

Транспортной организации, имеющей грузовые машины грузоподъемностью 3,5 и 4,5 т, предложено перевезти 53 т груза. Определить, сколько машин того и другого типа должен выделить диспетчер для перевозки указанного груза одним рейсом при условии полного использования грузоподъемности всех выделенных автомашин.

4. Решить сравнение (разными способами): $78x \equiv 30 \pmod{198}$.

Самостоятельная работа №11

Демонстрационный вариант

1. Определите длину периода десятичной дроби, в которую обращаются обыкновенные несократимые дроби со знаменателем, равным 35.
2. Проверьте результаты арифметических действий по модулю 9 и по модулю 11: а) $4237 \times 27925 = 111275855$; б) $\frac{42981}{8264} = 5201$.

Самостоятельная работа на практическом занятии предназначена для оперативного контроля успеваемости, занимает 20-30% времени практического занятия. Планируется 10 самостоятельных работ при освоении дисциплины.

Оценка за самостоятельную работу выставляется в соответствии со следующими критериями:

- оценка «отлично» (5 баллов) - 80-100% правильно решенных заданий;
- оценка «хорошо» (4 балла) - 65-79% правильно решенных заданий;
- оценка «удовлетворительно» (3 балла) - 50 -64% правильно решенных заданий;
- оценка «неудовлетворительно» - 49% и менее правильно решенных заданий.

6.1.4. Контрольные работы по материалу дисциплины

Контрольная работа № 1 (индивидуальное задание)

«Матрицы, определители. Системы линейных уравнений»

Демонстрационный вариант

№1. Найти α , если определитель равен 91:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & -2 \\ 3 & -3 & -1 & 4 \\ -2 & \alpha & -3 & -1 \\ -3 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

№2. Вычислить определитель (используя свойства):

$$\begin{vmatrix} 13 & 3 & -2 \\ 24 & -3 & -2 \\ 24 & 2 & -3 \\ 23 & 3 & 4 \end{vmatrix}.$$

№3. Обратить матрицу $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 4 \\ -2 & -4 & 3 \\ -4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ с помощью определителей.

№4. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -3 & -2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} -2 & -4 & 2 \\ -4 & 2 & 1 \\ 3 & -4 & -3 \end{pmatrix}$.

№5. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} -3x + 4y - 2z = -14, \\ 3x - 4y + 4z = 6, \\ 3x + y + 3z + 10 = 0. \end{cases}$$

№6. Решить уравнение $XA = B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -3 & -4 & -4 \\ -4 & 3 & -4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 11 & -18 & 4 \\ -12 & 16 & 0 \\ 0 & -16 & -8 \end{pmatrix}$,

с помощью элементарных преобразований.

№7. Исследовать и решить систему уравнений методом Гаусса, сделать проверку:

$$\text{а) } \begin{cases} -x + 2y - 2z + t = 2, \\ x - y + 2z - 4t = -2, \\ 2x - y - 3z - t = 10, \\ -3x + 4y - 4z - 3t = 2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -3x - y + 3z + 2t = 12, \\ x - 3y - 4z - 2t = -3, \\ 4x + y + 3z + 4t = 5, \\ 3y + 10z + 8t - 21 = 0; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23. \end{cases}$$

№8. Выясните, какие значения должны принимать i и j , чтобы произведение

$a_{17}a_{23}a_{31}a_{4i}a_{54}a_{66}a_{7j}a_{82}a_{99}$ входило в определитель девятого порядка:

а) со знаком «плюс»; б) со знаком «минус».

№9. Вычислите ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 & 0 \\ 3 & 7 & 0 & -8 \\ 2 & -5 & -3 & 3 \\ 7 & 4 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

- а) методом окаймляющих миноров с указанием базисного минора;
 б) методом элементарных преобразований.

Контрольная работа №2
Демонстрационный вариант

1. Выяснить линейную зависимость системы векторов, найти один из ее базисов и выразить через него остальные векторы системы.
 $a_1(1;2;3;-4), a_2(2;3;-4;1), a_3(2;-5;8;-3), a_4(5;26;-9;-12), a_5(3;-4;1;2)$.
2. Найти размерности и базисы подпространств $A, B, A+B, A \cap B$, где $A \langle a_1, a_2 \rangle, B \langle b_1, b_2 \rangle$, и выяснить, принадлежит ли вектор $x(3;-2;0;4)$ одному из этих подпространств, если $a_1(1;2;-2;1), a_2(1;3;0;0), b_1(-1;2;0;1), b_2(0;1;2;-1)$.

Контрольная работа №3
 Поле комплексных чисел
Демонстрационный вариант

1. Вычислить значение выражения: $\frac{(-2+2i)^4}{(1+i)^3} + 2i - 5 + \frac{1}{3+i}$.
2. Решить уравнение над полем комплексных чисел: $x^2 - 3x + 3 + i = 0$.
3. Точки, изображающие числа z_1 и z_2 , находятся соответственно в III и II координатных углах. Учитывая, что $|z_1| = 3$, а $|z_2| = 6$ найти точки, изображающие следующие числа: а) $(z_2 - \bar{z}_1) \cdot z_1$; б) $-3 + i + \frac{z_2}{z_1}$.
4. Представить число $z = \sin \frac{\pi}{5} - i \cos \frac{\pi}{5}$ в тригонометрической форме.
5. Найти все значения корня $\sqrt[5]{4-4i}$ и построить их геометрическое изображение.

Контрольная работа №4
 Линейные отображения
Демонстрационный вариант

1. Линейное отображение φ пространства R^2 в базисе $a_1 = (2;1), a_2 = (1;1)$ имеет матрицу

$$A_a = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix},$$

а линейное отображение ψ пространства R^2 в базисе $b_1 = (5;2), b_2 = (1;0)$ имеет матрицу

$$B_b = \begin{pmatrix} 7,5 & 3,5 \\ 4,5 & 1,5 \end{pmatrix}.$$

Найдите матрицы отображений $\varphi + \psi$ и $\varphi \cdot \psi$ в базисе b_1, b_2 .

2. а) Найдите ядро, ранг и область значений линейного отображения φ пространства M_2 действительных матриц порядка 2 над полем R , если φ задано матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & 7 & 13 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

в базисе

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- б) Выясните, принадлежит ли вектор

$$y = \begin{pmatrix} -22 & -40 \\ 2 & 10 \end{pmatrix} \text{ из } M_2 \text{ подпространству } \text{Ker } \varphi.$$

3. Найдите собственные значения и собственные векторы линейного отображения φ пространства R^4 над полем R , заданного в некотором базисе матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -5 & -3 \\ 4 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Выясните, можно ли матрицу

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

линейного отображения φ действительного пространства L привести к диагональному виду путём перехода к новому базису и, если можно, то найдите этот базис и соответствующую ему диагональную матрицу.

Контрольная работа № 5

Теория делимости в кольце целых чисел

Демонстрационный вариант

1. Запишите данные систематические дроби в виде обыкновенных в той же системе счисления: а) $0,87(102)_9$; б) $0,7(5)_8$.
2. Найдите наибольший общий делитель чисел 4081, 4972, 3377.
3. Представьте наибольший общий делитель чисел 646 и 976 в виде их линейной комбинации.
4. Найдите наименьшее общее кратное чисел 1910 и 1540.
5. Найдите каноническое разложение числа 125!

6. Разложите в цепную дробь и замените подходящей дробью с точностью до 0,001 число $\frac{2517}{773}$.

7. Найдите действительное число α , которое обращается в цепную дробь $[(1;3)]$.

8. Для перевозки зерна имеются мешки вместимостью 60кг и 80 кг. Определите, какое количество мешков одной и другой вместимости необходимо для перевозки 440 кг зерна.

Контрольная работа № 6

Теория сравнений с арифметическими приложениями.

Демонстрационный вариант

1. Решите с помощью теоремы Эйлера сравнение $78x \equiv 30 \pmod{198}$.
2. Решите с помощью цепных дробей сравнение $111x \equiv 147 \pmod{87}$.
3. Решите систему сравнений

$$\begin{cases} 2x \equiv 31 \pmod{35}, \\ 4x \equiv 7 \pmod{25}, \\ 5x \equiv 18 \pmod{21}. \end{cases}$$

4. Найдите первообразный корень по модулю 53.
5. Решите с помощью индексов сравнение $23^x \equiv 37 \pmod{41}$.
6. Найдите остаток от деления 14^{245} на 90.

Контрольная работа проводится в запланированное время (планируется 6 контрольных работ при освоении дисциплины) и предназначена для оценки знаний, умений и навыков, приобретенных в процессе теоретических и практических занятий курса. Контрольная работа №1 проводится по индивидуальным вариантам, количество различных вариантов совпадает с количеством студентов в группе. Студенты отчитываются за каждое задание своего варианта.

Оценка за контрольную работу выставляется в соответствии со следующими критериями:

- оценка «отлично» (5 баллов) - 80-100% правильно решенных заданий;
- оценка «хорошо» (4 балла) - 65-79% правильно решенных заданий;
- оценка «удовлетворительно» (3 балла) - 50 -64% правильно решенных заданий;
- оценка «неудовлетворительно» - 49% и менее правильно решенных заданий.

6.2. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости по дисциплине

В соответствии с принятой в СГУ имени Н. Г. Чернышевского балльно-рейтинговой системой учета достижений студента (БАРС) баллы, полученные в ходе текущего контроля, распределяются по четырем группам:

- лекции;
- практические занятия;
- самостоятельная работа;
- другие виды учебной деятельности.

1. Посещение **лекций** и участие в формах экспресс-контроля – от 0 до 7 баллов (по 1 баллу за блиц-опрос). Блиц-опрос осуществляется по материалу лекции.

2. Посещение практических занятий, выполнение программы занятий – от 0 до 20 баллов в зависимости от семестра, учитывают выполнение программы занятий, активность студента на занятии, включая активность при работе у доски, опросах, дискуссиях, активность при выполнении домашних заданий

Планы практических занятий см. в разделе 6.1.1.

3. Самостоятельная работа:

– Тест (от 0 до 10 баллов). (Демоверсию теста, методические указания и критерии оценивания см. в разделе 6.1.2).

– Самостоятельная работа (от 0 до 10 баллов в зависимости от семестра). (Демоверсию самостоятельных работ, методические указания и критерии оценивания см. в разделе 6.1.3).

– Проверочная контрольная работа (от 0 до 20 баллов в зависимости от семестра). (Демоверсию контрольных работ, методические указания и критерии оценивания см. в разделе 6.1.4).

4. Другие виды учебной деятельности:

– Другие виды учебной деятельности: успешное проведения исследовательской работы в рамках дисциплины, участие в предметных олимпиадах, кружках (от 0 до 3 баллов).

6.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине

Перечень вопросов к зачету

1 семестр

1. Множество. Подмножество. Операции над множествами и их основные свойства. Диаграммы Эйлера-Венна.

2. Понятие упорядоченной пары. Прямое произведение множеств. Бинарные (n – арные) отношения.

3. Отношение эквивалентности. Разбиение множества на классы эквивалентности. Фактор-множество.

4. Отношение порядка. Отношение линейного порядка.

5. Понятие функции. Композиция функций.

6. Понятие алгебраической операции. Виды элементов: нейтральный, обратный, нулевой, идемпотентный.

7. Алгебра. Подалгебра.

8. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр.
9. Понятие группы. Примеры групп. Простейшие свойства.
10. Понятие кольца. Подкольцо. Простейшие свойства.
11. Гомоморфизм и изоморфизм колец
12. Двучленные уравнения.
13. Операции над матрицами, их свойства. Аддитивная группа матриц над полем P .
14. Ассоциативность умножения матриц.
15. Кольцо квадратных матриц над полем P .
16. Группа подстановок. Свойства. Чётность и знак подстановки.
17. Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей 2, 3 порядков.
18. Основные свойства определителей.
19. Пространство решений системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
20. Правило Крамера. Условия существования нетривиальных решений системы n однородных линейных уравнений с n переменными.
21. Неоднородная система линейных уравнений. Линейное многообразие решений.
22. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения переменных. Понятие общего решения системы линейных уравнений.
23. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение по строке или столбцу.
24. Обратная матрица.

Перечень вопросов к экзамену

2 семестр

1. Поле. Примеры. Простейшие свойства.
2. Упорядоченное поле. Примеры. Простейшие свойства.
3. Система действительных чисел. Простейшие свойства.
4. Поле комплексных чисел.
5. Понятие числового поля. Наименьшее подполе числового поля.
6. Геометрическая интерпретация комплексных чисел и операций над ними.
7. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.
8. Корни из комплексных чисел.
9. Мультипликативная группа корней из единицы. Первообразные корни из единицы.
10. Векторное пространство. Определение. Примеры. Простейшие свойства.
11. Арифметическое векторное пространство.
12. Подпространство. Линейная оболочка.
13. Сумма, прямая сумма подпространств. Линейное многообразие.
14. Линейная зависимость (независимость) системы векторов.
15. Базис и ранг системы векторов.
16. Координатная строка (столбец) вектора относительно данного базиса. Размерность векторного пространства.
17. Дополнение системы векторов до базиса.
18. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
19. Ядро и образ линейного отображения
20. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности.

Перечень вопросов к зачету

3 семестр

1. Векторное пространство со скалярным умножением. Простейшие свойства.
2. Ортогональная система векторов.
3. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов.
4. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса.

5. Процесс ортогонализации.
6. Ортогональное дополнение к подпространству.
7. Разложение пространства в прямую сумму подпространства и ортогонального дополнения к нему.
8. Евклидово векторное пространство.
9. Норма вектора. Ортонормированный базис евклидова пространства.
10. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.
11. Системы однородных линейных неравенств.
12. Следствия системы однородных неравенств (теорема Минковского).
13. Критерий несовместности системы линейных неравенств.
14. Стандартные и канонические задачи линейного программирования.
15. Допустимые и оптимальные векторы. Теорема двойственности (без доказательства).
16. Понятие о симплекс-методе.
17. Совместные, несовместные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
18. Линейные отображения векторных пространств; примеры.
19. Матрица линейного оператора. Связь между координатными столбцами векторов x и $\varphi(x)$.
20. Связь между координатными столбцами вектора относительно различных базисов.
21. Связь между матрицами линейного оператора относительно различных базисов; подобие матриц.
22. Обратимые линейные операторы.

Перечень вопросов к экзамену

4 семестр

1. Отношение делимости, его простейшие свойства.
2. Количество и сумма натуральных делителей числа.
3. Теорема о делении с остатком и её приложения.
4. Систематические числа. Перевод чисел из одной системы счисления в другую.
5. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел.
6. Решето Эратосфена.
7. Разложение целых чисел на простые множители и его единственность.
8. Наибольший общий делитель.
9. Взаимно простые числа.
10. Наименьшее общее кратное.
11. Алгоритм Евклида и его приложения.
12. Распределение простых чисел. Неравенство Чебышёва.
13. Цепные дроби. Представление чисел цепными дробями.
14. Сравнения в кольце целых чисел. Свойства.
15. Полная система вычетов.
16. Аддитивная группа классов вычетов.
17. Кольцо классов вычетов.
18. Приведённая система вычетов.
19. Мультипликативная группа классов вычетов, взаимно простых с модулем.
20. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.
21. Сравнения первой степени с одной переменной. Решение сравнений с помощью теоремы Эйлера.
22. Сравнения первой степени с одной переменной. Решение сравнений с помощью цепных дробей.

23. Сравнения высших степеней.
24. Показатель (порядок) числа и классы вычетов по модулю.
25. Существование первообразных корней по простому модулю.
26. Индексы по простому модулю.
27. Двучленные сравнения по простому модулю.
28. Таблицы индексов и их применение.
29. Понятие о степенных вычетах.
30. Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра. Критерий Эйлера.
31. Арифметические приложения теории сравнений: нахождение остатков при делении.
32. Арифметические приложения теории сравнений: признаки делимости. Общий признак делимости Паскаля.
33. Арифметические приложения теории сравнений: проверка результатов арифметических действий с помощью 9 и 11.
34. Арифметические приложения теории сравнений: длина периода систематической дроби.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---------|--------|----------------------|----------------------|------------------------|---------------------------------|----------------------------------|--------------------------|-------|
| Семестр | Лекции | Лабораторные занятия | Практические занятия | Самостоятельная работа | Автоматизированное тестирование | Другие виды учебной деятельности | Промежуточная аттестация | Итого |
| 1 | 7 | 0 | 10 | 40 | 0 | 3 | 40 | 100 |
| 2 | 7 | 0 | 15 | 40 | 0 | 3 | 35 | 100 |
| 3 | 7 | 0 | 15 | 40 | 0 | 3 | 35 | 100 |
| 4 | 7 | 0 | 15 | 40 | 0 | 3 | 35 | 100 |

Программа оценивания учебной деятельности студента

1 семестр

Лекции

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 7 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на занятиях, включая активность при опросах, проведении проблемных лекций и дискуссий, оценивается от 0 до 7 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 10 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на практических занятиях, включая активность при работе у доски, опросах, дискуссиях, оценивается от 0 до 3 баллов;
- активность при выполнении домашних заданий оценивается за семестр от 0 до 7 баллов.

Самостоятельная работа.

1. Тест (от 0 до 10 баллов).

2. Самостоятельная работа № 1 (от 0 до 10 баллов).

3. Контрольная работа №1 (от 0 до 20 баллов).

Критерии оценивания:

процент выполненных заданий каждой контрольной работы или теста умножается на максимальное количество баллов за контрольную работу или самостоятельную работу.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Оценивается успешность проведения исследовательской работы в рамках дисциплины, участие в олимпиадах по математическим дисциплинам. – от 0 до 3 баллов.

Промежуточная аттестация. Зачет

Промежуточная аттестация проводится в форме решения задач; решение задач на зачете оценивается от 0 до 40 баллов; процент выполненных заданий умножается на 40. Полученные баллы в оценку не переводятся.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «Алгебра и теория чисел» составляет 100 баллов.

Таблица 2. Пересчет полученной студентом суммы баллов в зачет

| | |
|-----------------|--------------|
| 51 балл и более | «зачтено» |
| менее 51 балла | «не зачтено» |

2 семестр

Лекции

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 7 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на занятиях, включая активность при опросах, проведении проблемных лекций и дискуссий, оценивается от 0 до 7 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 15 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на практических занятиях, включая активность при работе у доски, опросах, дискуссиях, оценивается от 0 до 4 баллов;
- активность при выполнении домашних заданий оценивается за семестр от 0 до 11 баллов.

Самостоятельная работа.

1. Самостоятельная работа № 2 (от 0 до 4 баллов).

2. Самостоятельная работа № 3 (от 0 до 4 баллов).

3. Самостоятельная работа № 4 (от 0 до 4 баллов).

4. Самостоятельная работа № 5 (от 0 до 4 баллов).

5. Контрольная работа №2 (от 0 до 8 баллов).

6. Контрольная работа № 3 (от 0 до 8 баллов),

7. Контрольная работа № 4 (от 0 до 8 баллов),

Критерии оценивания:

процент выполненных заданий каждой контрольной или самостоятельной работы умножается на максимальное количество баллов за контрольную работу или самостоятельную работу.

Критерии оценивания:

процент выполненных заданий каждой контрольной работы или теста умножается на максимальное количество баллов за контрольную работу или самостоятельную работу.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Оценивается успешность проведения исследовательской работы в рамках дисциплины, участие в олимпиадах по математическим дисциплинам. – от 0 до 3 баллов.

Промежуточная аттестация. Экзамен

Промежуточная аттестация проводится в форме ответов на вопросы в экзаменационном билете и решении задач.

при проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 30 до 35 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 24 до 29 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 15 до 23 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 14 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 2 семестр по дисциплине «Алгебра и теория чисел» составляет 100 баллов.

Таблица 2. Пересчет полученной студентом суммы баллов в оценку

| | |
|------------|---------------------|
| 86–100 | отлично |
| 70–85 | хорошо |
| 51–69 | удовлетворительно |
| 50 и менее | неудовлетворительно |

3 семестр

Лекции

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 7 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на занятиях, включая активность при опросах, проведении проблемных лекций и дискуссий, оценивается от 0 до 7 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 15 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на практических занятиях, включая активность при работе у доски, опросах, дискуссиях, оценивается от 0 до 4 баллов;
- активность при выполнении домашних заданий оценивается за семестр от 0 до 11 баллов.

Самостоятельная работа.

1. Самостоятельная работа № 6 (от 0 до 10 баллов).

2. Самостоятельная работа № 7 (от 0 до 10 баллов).

3. Контрольная работа № 4 (от 0 до 20 баллов),

Критерии оценивания:

процент выполненных заданий каждой контрольной или самостоятельной работы умножается на максимальное количество баллов за контрольную работу или самостоятельную работу.

Критерии оценивания:

процент выполненных заданий каждой контрольной работы или теста умножается на максимальное количество баллов за контрольную работу или самостоятельную работу.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Оценивается успешность проведения исследовательской работы в рамках дисциплины, участие в олимпиадах по математическим дисциплинам. – от 0 до 3 баллов.

Промежуточная аттестация. Экзамен

Промежуточная аттестация проводится в форме ответов на вопросы в экзаменационном билете и решении задач.

при проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 30 до 35 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 24 до 29 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 15 до 23 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 14 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 3 семестр по дисциплине «Алгебра и теория чисел» составляет 100 баллов.

Таблица 2. Пересчет полученной студентом суммы баллов в оценку

| | |
|------------|---------------------|
| 86–100 | отлично |
| 70–85 | хорошо |
| 51–69 | удовлетворительно |
| 50 и менее | неудовлетворительно |

4 семестр

Лекции

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 7 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на занятиях, включая активность при опросах, проведении проблемных лекций и дискуссий, оценивается от 0 до 7 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 15 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на практических занятиях, включая активность при работе у доски, опросах, дискуссиях, оценивается от 0 до 4 баллов;
- активность при выполнении домашних заданий оценивается за семестр от 0 до 11 баллов.

Самостоятельная работа.

1. Самостоятельная работа № 2 (от 0 до 4 баллов).

2. Самостоятельная работа № 3 (от 0 до 4 баллов).

3. Самостоятельная работа № 4 (от 0 до 4 баллов).

4. Самостоятельная работа № 5 (от 0 до 4 баллов).

5. Самостоятельная работа № 6 (от 0 до 4 баллов).

6. Контрольная работа №2 (от 0 до 10 баллов).

7. Контрольная работа № 3 (от 0 до 10 баллов),

Критерии оценивания:

процент выполненных заданий каждой контрольной или самостоятельной работы умножается на максимальное количество баллов за контрольную работу или самостоятельную работу.

Критерии оценивания:

процент выполненных заданий каждой контрольной работы или теста умножается на максимальное количество баллов за контрольную работу или самостоятельную работу.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Оценивается успешность проведения исследовательской работы в рамках дисциплины, участие в олимпиадах по математическим дисциплинам. – от 0 до 3 баллов.

Промежуточная аттестация. Зачет с оценкой

Промежуточная аттестация проводится в форме ответов на вопросы в экзаменационном билете и решении задач.

при проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 30 до 35 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 24 до 29 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 15 до 23 баллов;
ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 14 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 3 семестр по дисциплине «Алгебра и теория чисел» составляет 100 баллов.

Таблица 2. Пересчет полученной студентом суммы баллов в оценку

| | |
|------------|---------------------|
| 86–100 | отлично |
| 70–85 | хорошо |
| 51–69 | удовлетворительно |
| 50 и менее | неудовлетворительно |

4 семестр

Лекции

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 7 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на занятиях, включая активность при опросах, проведении проблемных лекций и дискуссий, оценивается от 0 до 7 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 15 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на практических занятиях, включая активность при работе у доски, опросах, дискуссиях, оценивается от 0 до 4 баллов;
- активность при выполнении домашних заданий оценивается за семестр от 0 до 11 баллов.

Самостоятельная работа.

1. Самостоятельная работа № 8 (от 0 до 4 баллов).
2. Самостоятельная работа № 9 (от 0 до 4 баллов).
3. Самостоятельная работа № 10 (от 0 до 4 баллов).
4. Самостоятельная работа № 11 (от 0 до 4 баллов).
5. Контрольная работа №5 (от 0 до 8 баллов).
6. Контрольная работа № 6 (от 0 до 6 баллов),
8. Контрольная работа № 4 (от 0 до 6 баллов),

Критерии оценивания:

процент выполненных заданий каждой контрольной или самостоятельной работы умножается на максимальное количество баллов за контрольную работу или самостоятельную работу.

Критерии оценивания:

процент выполненных заданий каждой контрольной работы или теста умножается на максимальное количество баллов за контрольную работу или самостоятельную работу.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Оценивается успешность проведения исследовательской работы в рамках дисциплины, участие в олимпиадах по математическим дисциплинам. – от 0 до 3 баллов.

Промежуточная аттестация. Экзамен

Промежуточная аттестация проводится в форме ответов на вопросы в экзаменационном билете и решении задач.

при проведении промежуточной аттестации
ответ на «отлично» оценивается от 30 до 35 баллов;
ответ на «хорошо» оценивается от 24 до 29 баллов;
ответ на «удовлетворительно» оценивается от 15 до 23 баллов;
ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 14 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 4 семестр по дисциплине «Алгебра и теория чисел» составляет 100 баллов.

Таблица 2. Пересчет полученной студентом суммы баллов в оценку

| | |
|------------|---------------------|
| 86–100 | отлично |
| 70–85 | хорошо |
| 51–69 | удовлетворительно |
| 50 и менее | неудовлетворительно |

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) литература

1. Балюкевич, Э. Л. Алгебра и теория чисел : учебно-методический комплекс / Э. Л. Балюкевич, З. В. Алферова, А. Н. Романников. – Москва : Евразийский открытый институт, 2011. – 278 с. – ISBN 978-5-374-00535-6. – URL: <https://www.iprbookshop.ru/10599.html> (дата обращения: 26.04.2023).
2. Бухштаб, А. А. Теория чисел / А. А. Бухштаб. – Москва : Министерство просвещения РСФСР, 1960. – 376 с.
3. Варпаховский, Ф. Л. Алгебра. Элементы теории множеств. Линейные уравнения и неравенства. Арифметические векторы, матрицы и определители : учебное пособие / Ф. Л. Варпаховский, А. С. Солодовников. – Москва : Просвещение, 1974. – 160 с.
4. Варпаховский, Ф. Л. Задачник-практикум по алгебре : учебное пособие. Часть 1 / Ф. Л. Варпаховский, А. С. Солодовников. – Москва : МГЗПИ, 1982. – 80 с.
5. Куликов, Л. Я. Алгебра и теория чисел : учебное пособие для педагогических институтов / Л. Я. Куликов. – Москва : Высшая школа, 1979. – 559 с.
6. Куликов, Л. Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел : учебное пособие / Л. Я. Куликов, А. И. Москаленко, А. А. Фомин. – Москва : Просвещение, 1993. – 288 с.
7. Ляпин, Е. С. Алгебра и теория чисел. Часть II. Линейная алгебра и полиномы : учебное пособие для студентов / Е. С. Ляпин, А. Е. Евсеев. – Москва : Просвещение, 1978. – 448 с.
8. Окунев, Л. Я. Высшая алгебра : учебник / Л. Я. Окунев. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 336 с. – ISBN978-5-8114-0910-5. – URL: <https://e.lanbook.com/book/167769> (дата обращения: 26.04.2023).
9. Окунев, Л. Я. Сборник задач по высшей алгебре : учебное пособие / Л. Я. Окунев. – Санкт-Петербург : Лань, 2009. – 192 с. – ISBN978-5-8114-0900-6. – URL: <https://e.lanbook.com/book/290> (дата обращения: 26.04.2023).

Зав. библиотекой  (Гаманенко О. П.)

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Программное обеспечение

1. Средства MicrosoftOffice
 - MicrosoftOfficeWord – текстовый редактор;
 - MicrosoftOfficeExcel – табличный редактор;
 - MicrosoftOfficePowerPoint – программа подготовки презентаций;
2. IQBoardSoftware – специально разработанное для интерактивных методов преподавания и презентаций программное обеспечение интерактивной доски.
3. ИРБИС – система автоматизации библиотек.
4. Операционная система специального назначения «ASTRALINUXSPECIALEDITION».

Интернет-ресурсы

1. **eLIBRARY.RU** [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека. – URL: <http://www.elibrary.ru>
2. **ibooks.ru**[Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://ibooks.ru>
3. **Znaniium.com**[Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://znaniium.com>
4. **Единая** коллекция цифровых образовательных ресурсов [Электронный ресурс]. – URL: <http://scool-collection.edu.ru>
5. **Единое окно** доступа к образовательным ресурсам сайта Министерства образования и науки РФ [Электронный ресурс]. – URL: <http://window.edu.ru>
6. **Издательство «Лань»** [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://e.lanbook.com/>
7. **Издательство МЦНМО** [Электронный ресурс]. – URL: www.mccme.ru/free-books. Свободно распространяемые книги.
8. **Математическая библиотека** [Электронный ресурс]. – URL: www.math.ru/lib. Большая библиотека, содержащая как книги, так и серии брошюр, сборников. В библиотеке представлены не только книги по математике, но и по физике и истории науки.
9. **Образовательный математический сайт** [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.exponenta.ru> Содержит материалы по работе с математическими пакетами Mathcad, MATLAB, MathematicalMaple и др., методические разработки, примеры решения задач, выполненные с использованием математических пакетов. Форум и консультации для студентов и школьников.
10. **Рукопт** [Электронный ресурс]: межотраслевая электронная библиотека. – URL: <http://rucont.ru>
11. **Электронная библиотека БИ СГУ** [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.bfsgu.ru/elbibl>
12. **Электронная библиотека СГУ** [Электронный ресурс]. – URL: <http://library.sgu.ru/>

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

- Учебные аудитории, оборудованные комплектом мебели, доской.
- Комплект проекционного мультимедийного оборудования.
- Библиотека с информационными ресурсами на бумажных и электронных носителях.
- Офисная оргтехника.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)».

Автор – Христофорова А.В.

Программа одобрена на заседании кафедры математики, информатики, физики.
Протокол № 11 от «26» апреля 2023 года.