

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАР-
СТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан механико-математического фа-
культета
Захаров А.М.
"12" _____ 2021 г.



Рабочая программа дисциплины

АЛГЕБРА



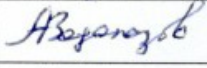
Направление подготовки бакалавриата
01.03.03 – Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки бакалавриата
Механика деформируемого твердого тела

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Саратов,
2021

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Сецинская Е.В.		12.11.2021
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		12.11.2021
Заведующий кафедрой	Водолазов А.М.		12.11.2021
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Алгебра» являются: познакомить студентов первого курса механико-математического факультета с основными понятиями и методами общей алгебры; привить навыки применения этих методов для решения отдельных задач; научить студентов первого курса решать системы линейных уравнений; познакомить с основными задачами и методами их решений, встречающихся в теории многочленов и теории квадратичных форм; изучить свойства линейных операторов; познакомить с основными понятиями теории групп, колец и полей.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Алгебра» включена в обязательную часть блока 1 «Дисциплины (модули)» ООП бакалавриата. На ее изучение отводится 288 часа (136 часа аудиторной работы, 1 час КСР, 79 часов СР, 72 часа контроль). Согласно учебному плану направления и профиля подготовки данный курс в первом и втором семестрах заканчивается экзаменом.

Такие дисциплины как математический анализ, геометрия и алгебра являются основными составляющими фундаментальной математической подготовки студентов любой технической специальности. Практически все специальные разделы курса высшей математики предполагают знание теории многочленов, теории квадратичных форм, теории линейных операторов и других разделов дисциплины «Алгебра».

Освоение данной дисциплины необходимо для написания выпускных квалификационных работ (бакалаврских работ).

2. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
<p>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.</p>	<p>Знать: – постановку основных задач линейной алгебры; – основные этапы решения и исследования задач линейной алгебры.</p> <p>Уметь: – анализировать задачи, выделяя ее базовые составляющие; – осуществлять декомпозицию задачи.</p> <p>Владеть: – навыками анализа задачи с выделением ее базовых составляющих.</p>
	<p>2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p>	<p>Знать: – основные источники информации по алгебре и ее применению; – способы извлечения необходимой научно-технической информации из электронных и бумажных носителей по алгебре.</p> <p>Уметь: – находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p> <p>Владеть: – навыками критического анализа информации по применению теории линейной алгебры к различным задачам.</p>
	<p>3.1_Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>Знать: – основные аналитические методы решения задач линейной алгебры.</p> <p>Уметь: – оценить достоинства и</p>

		<p>недостатки различных вариантов решения задач при применении методов линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Владеть: – навыками выбора оптимального решения для поставленной задачи.</p>
	<p>4.1_Б.УК-1. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p>	<p>Знать: – основные факты линейной алгебры и направления ее применения к различным задачам.</p> <p>Уметь: – грамотно, логично, аргументированно формировать собственные суждения и оценки в области применения аппарата линейной и абстрактной алгебры; – отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p> <p>Владеть: – навыками формирования собственных суждений и оценок в области применения методов линейной и абстрактной алгебры; – навыками грамотного, логичного и аргументированного изложения своей позиции по вопросам применения методов линейной и абстрактной алгебры.</p>
	<p>5.1_Б.УК-1. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.</p>	<p>Знать: – основные методы решения задач линейной алгебры.</p> <p>Уметь: – определить практические последствия решения задач с помощью методов линейной и абстрактной алгебры; – оценить практические последствия решения задач с помощью методов линей-</p>

		<p>ной и абстрактной алгебры.</p> <p>Владеть: – навыками определения и оценивания практических последствий возможных решений задач с помощью методов линейной и абстрактной алгебры.</p>
<p>УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих норм, имеющихся ресурсов и ограничений</p>	<p>1.1_Б.УК-2. Формулирует в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения выделенных задач.</p>	<p>Знать: – основные концепции, принципы, теории и факты, связанные с алгеброй.</p> <p>Уметь: – формулировать совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих достижение цели.</p> <p>- Определять ожидаемые результаты решения выделенных задач алгебры.</p> <p>Владеть: – основными концепциями, принципами, теорией и фактами, связанными с линейной и абстрактной алгеброй.</p>
	<p>2.1_Б.УК-2. Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.</p>	<p>Знать: – основные методы линейной и абстрактной алгебры для решения задач.</p> <p>Уметь: – выбирать оптимальный способ решения конкретной задачи проекта, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.</p> <p>Владеть: – навыками применения методов линейной и абстрактной алгебры для решения задач.</p>
	<p>3.1_Б.УК-2. Решает конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время.</p>	<p>Знать: – основные методы линейной и абстрактной алгебры для решения задач.</p> <p>Уметь:</p>

		<p>– Решать конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время.</p> <p>Владеть:</p> <p>– навыками оценки качества решения поставленной алгебраической задачи.</p>
	<p>4.1_Б.УК-2. Публично представляет результаты решения конкретной задачи проекта.</p>	<p>Знать:</p> <p>– основные принципы публичного выступления при представлении результата решенной алгебраической задачи.</p> <p>Уметь:</p> <p>– Публично представлять результаты решения конкретной задачи линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Владеть:</p> <p>– навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи.</p>
<p>УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни.</p>	<p>1.1_Б.УК-6. Применяет знание о своих ресурсах и их пределах (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения порученной работы.</p>	<p>Знать:</p> <p>– свои ресурсы и их пределы (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения поставленной алгебраической задачи.</p> <p>Уметь:</p> <p>– Применять знание о своих ресурсах и их пределах (личностных, ситуативных, временных и т.д.) для успешного выполнения поставленной алгебраической задачи.</p> <p>Владеть:</p> <p>– навыками применения своих знаний при решении задач линейной и абстрактной алгебры</p>
	<p>2.1_Б.УК-6. Понимает важность планирования перспективных целей деятельности с учетом</p>	<p>Знать:</p> <p>– перспективные цели изучения методов линейной</p>

	<p>условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>	<p>и абстрактной алгебры.</p> <p>Уметь: – понимать важность планирования перспективных целей методов линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Владеть: – навыками планирования перспективных целей методов линейной и абстрактной алгебры.</p>
	<p>3.1_Б.УК-6. Реализует намеченные цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, этапов карьерного роста, временной перспективы развития деятельности и требований рынка труда.</p>	<p>Знать: – методы реализации поставленной цели при решении задач линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Уметь: – использовать фундаментальные знания в области линейной и абстрактной алгебры для реализации намеченных целей.</p> <p>Владеть: – навыками оценки средств, личностных возможностей при применении методов линейной и абстрактной алгебры</p>
	<p>4.1_Б.УК-6. Критически оценивает эффективность использования времени и других ресурсов при решении поставленных задач, а также относительно полученного результата.</p>	<p>Знать: – основные понятия и методы линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Уметь: – критически оценивать эффективность использования времени и других ресурсов при решении задач линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Владеть: – навыками оценки эффективности использования времени и других ресурсов при применении методов линейной и абстрактной</p>

		алгебры
	5.1_Б.УК-6. Демонстрирует интерес к учебе и использует предоставляемые возможности для приобретения новых знаний и навыков.	<p>Знать: – фундаментальные понятия в области линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Уметь: – использовать фундаментальные знания в области линейной и абстрактной алгебры для приобретения новых знаний и навыков.</p> <p>Владеть: – навыками, полученными при решении поставленных алгебраических задач.</p>
ОПК-1. Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности.	1.1_Б.ОПК-1. Демонстрирует знание основных понятий, гипотез, теорем, методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.	<p>Знать: – основные понятия и методы линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Уметь: – использовать фундаментальные знания в области линейной и абстрактной алгебры при решении различных задач.</p> <p>Владеть: – методами линейной и абстрактной алгебры</p>
	2.1_Б.ОПК-1. Осуществляет первичный сбор и анализ данных в области фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.	<p>Знать: – основные методы линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Уметь: – Осуществляет первичный сбор и анализ данных в области линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Владеть: – навыками сбора и анализа данных в области линейной и абстрактной алгебры.</p>
	3.1_Б.ОПК-1. Корректно интерпретирует различные данные в области фундаментальной и прикладной математики, меха-	<p>Знать: – основные методы линейной и абстрактной алгебры для решения задач.</p> <p>Уметь:</p>

	<p>ники, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p>– корректно интерпретировать различные данные в области линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Владеть: – навыками анализа решения поставленных задач при помощи аппарата линейной и абстрактной алгебры.</p>
	<p>4.1_Б.ОПК-1. Обладает навыками анализа математических задач и/или естественнонаучных фактов/явлений.</p>	<p>Знать: – фундаментальные понятия в области линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Уметь: – анализировать алгебраические задачи.</p> <p>Владеть: – навыками, проведения анализа поставленных алгебраических задач.</p>
	<p>5.1_Б.ОПК-1. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, при решении задач в области избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p>Знать: – фундаментальные понятия в области линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Уметь: – применять полученные фундаментальные знания при решении алгебраических задач.</p> <p>Владеть: – навыками применения полученных фундаментальных знаний при решении алгебраических задач.</p>
	<p>6.1_Б.ОПК-1. Имеет опыт теоретического исследования объектов профессиональной деятельности с помощью методов фундаментальной и прикладной математики, механики, биомеханики и других естественных наук.</p>	<p>Знать: – основные понятия и методы линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Уметь: – исследовать объекты профессиональной деятельности с помощью методов линейной и абстрактной алгебры.</p>

		<p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – опытом теоретического исследования объектов профессиональной деятельности с помощью методов линейной и абстрактной алгебры.
<p>ОПК-5. Способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики.</p>	<p>1.1_Б.ОПК-5. Демонстрирует знание научных основ математики и механики.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – фундаментальные понятия в области линейной и абстрактной алгебры. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Демонстрировать знание научных основ линейной и абстрактной. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками, полученными при решении поставленных алгебраических задач.
	<p>2.1_Б.ОПК-5. Корректно интерпретирует научные знания в области математики и механики.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – фундаментальные понятия и методы линейной и абстрактной алгебры. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – объяснять учебный и научный материал используя профессиональную терминологию линейной и абстрактной алгебры. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками изложения учебного и научного материала используя профессиональную терминологию линейной и абстрактной алгебры.
	<p>3.1_Б.ОПК-5. Может различным образом представлять и адаптировать знания в сфере математики и механики с учетом уровня аудитории.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – фундаментальные понятия и методы линейной и абстрактной алгебры. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – различным образом представлять и адаптировать знания в сфере линейной и абстрактной алгебры с учетом уровня аудитории.. <p>Владеть:</p>

		<ul style="list-style-type: none"> – навыками изложения учебного и научного материала из области линейной и абстрактной алгебры.
	<p>4.1_Б.ОПК-5. Владеет научной терминологией и может публично представлять собственные и известные научные результаты в сфере математики и механики.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – научную терминологию в области линейной и абстрактной алгебры. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – публично представлять собственные и известные научные результаты в сфере линейной и абстрактной алгебры. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками изложения научного материала используя научную терминологию линейной и абстрактной алгебры.

3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц 288 часа.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включающая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	КСР	СР	Контроль	
1.	Перестановки из n -элементов	1	1	2	2		1		Консультация, опрос
2.	Определитель. Его свойства. Теорема Лапласа	1	2	2	2		1		Консультация, опрос
3.	Координатное линейное пространство. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов	1	3	2	2		1		Консультация, опрос
4.	Базис и ранг системы векторов	1	4	2	2		1		Консультация, опрос
5.	Ранг матрицы	1	5	2	2		1		Консультация, опрос
6.	Система линейных уравнений	1	6	2	2		1		Консультация, опрос
7.	Однородная система линейных уравнений	1	7	2	2		1		Консультация, опрос
8.	Действия над матрицами	1	8	2	2		1		Консультация, опрос
9.	Обратная матрица	1	9	2	2		1		Коллоквиум, контр. работа
10.	Действия над комплексными числами в алгебраической форме	1	10	2	2		1		Консультация, опрос
11.	Действия над комплексными числами в тригонометрической форме	1	11	2	2		1		Консультация, опрос
12.	Корни из единицы	1	12	2	2		1		Консультация, опрос
13.	Кольцо многочленов. Деление с остатком	1	13	2	2		1		Консультация, опрос
14.	Наибольший общий делитель системы многочленов	1	14	2	2		1		Консультация, опрос
15.	Наименьшее общее кратное системы многочленов	1	15	2	2		1		Консультация, опрос
16.	Неприводимые многочлены	1	16	2	2		1		Консультация, опрос
17.	Основная теорема алгебры	1	17	2	2		1		Консультация, контр. работа

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
18.	Многочлены над полем действительных чисел	1	18	2	2		1		
	Промежуточная аттестация	1						18	Экзамен
	Итого за 1 семестр – 108 ч.			36	36		18	18	
19.	Линейное векторное пространство	2	1	2	2		4		Консультация, опрос
20.	Подпространство линейного векторного пространства	2	2	2	2		4		Консультация, опрос
21.	Координаты вектора в различных базисах	2	3	2	2		4		Консультация, опрос
22.	Линейный оператор. Матрица линейного оператора в различных базисах	2	4	2	2		4		Консультация, опрос
23.	Ранг и дефект линейного оператора	2	5	2	2		4		Консультация, опрос
24.	Собственные значения и собственные вектора линейного оператора	2	6	2	2		4		Консультация, опрос
25.	Характеристический многочлен линейного оператора	2	7	2	2		4		Консультация, опрос
26.	Диагонализируемые операторы	2	8	2	2	0,5	4		Коллоквиум, <i>контр. работа</i>
27.	Матрица, ранг, определитель квадратичной формы	2	9	2	2		4		Консультация, опрос
28.	Канонический вид квадратичной формы	2	10	2	2		4		Консультация, опрос
29.	Классификация комплексных квадратичных форм	2	11	2	2		4		Консультация, опрос
30.	Нормальный вид действительной квадратичной формы	2	12	2	2		4		Консультация, опрос
31.	Инварианты действительной квадратичной формы	2	13	2	2		4		Консультация, опрос
32.	Определенность действительных квадратичных форм	2	17	2	2		3		Консультация, опрос
33.	Различные критерии определенности квадратичных форм	2	15	2	2		3		Консультация, опрос
34.	Теорема о приведении действительной квадратичной формы к главным осям	2	16	2	2	0,5	3		Консультация, <i>контр. работа</i>
	Промежуточная аттестация	2						54	Экзамен
	Итого за 2 семестр – 180 ч.			32	32	1	61	54	
	Общая трудоемкость дисциплины			288 ч.					

Содержание дисциплины

1. Перестановки из n -элементов

Перестановки из n -элементов. Число перестановок. Инверсии. Перестановки четного и нечетного типа. Теорема о влиянии транспозиции на тип перестановки и её следствия.

2. Определитель. Его свойства. Теорема Лапласа

Определение определителя. Свойства определителя: равноправие строк и столбцов, знакопеременности, однородности, аддитивности и их свойства. Миноры, дополнительные миноры, алгебраические дополнения в квадратной матрице. Теорема Лапласа. Теорема о разложении по элементам строки (столбца). Следствия.

3. Координатное линейное пространство. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов

Координатное линейное пространство и его основные свойства. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Критерий линейной зависимости. Линейная выразимость и ее свойства. Свойства линейной зависимости и независимости систем векторов. Линейная эквивалентность и ее свойства. Основная теорема о линейной зависимости. Различные определения базиса. Свойства базисов.

4. Базис и ранг системы векторов

Определение ранга системы векторов. Свойства ранга. Базис и ранг координатного пространства. Определение ранга матрицы. Основная теорема о ранге матрицы. Метод окаймления для вычисления ранга матрицы. Равенство рангов по столбцам и строкам. Критерий равенства нулю для определителей.

5. Система линейных уравнений

Система линейных уравнений. Матрица системы. Расширенная матрица. Решения системы. Совместные, несовместные, определенные и неопределенные системы. Критерий совместности и определенности. Формулы Крамера. Решение систем в общем случае. Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений однородной системы. Фундаментальная система решений однородной системы. Теорема о числе решений в фундаментальных системах решений.

6. Действия над матрицами

Операции сложения матриц и умножения матрицы на скаляр и их основные свойства. Умножение матриц. Свойства умножения. Определитель произведения матриц. Единичная матрица. Обратная матрица. Единственность обратной матрицы. Критерий обратимости матриц. Формула для обратной матрицы. Определители обратной и присоединенной матриц. Обращение произведения. Коммутирование обращения и транспонирования. Матричные уравнения. Матричная запись систем линейных уравнений и формул Крамера. Теорема о ранге произведения матриц и её следствие.

7. Действия над комплексными числами.

Поле комплексных чисел, его существование и единственность. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Комплексное сопряжение, его свойства. Модуль комплексного числа, его свойства. Геометрическое изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра и её тригонометрические

приложения. Формула для извлечения корней и её геометрическая интерпретация. Группа корней из единицы. Первообразные корни. Различные критерии первообразности. Количество первообразных корней. Применение к получению корней из произвольного числа. Показательная форма комплексного числа.

8. Кольцо многочленов.

Теорема о делении с остатком в кольце многочленов над полем. Деление на линейный многочлен. Схема Горнера. Значение многочлена. Корень многочлена. Теорема об остатке от деления на линейный многочлен. Следствие (теорема Безу).

Отношение делимости и его свойства. Ассоциированность и критерий ассоциированности. Наибольший общий делитель (НОД), теоремы о его единственности и существовании (алгоритм Евклида). Ассоциативное свойство НОД. Критерий НОД в терминах линейной комбинации. Взаимно простые многочлены, критерий взаимной простоты, свойства взаимной простоты. Наименьшее общее кратное и его свойства.

Неприводимые многочлены над полем, примеры. Теорема о бесконечности множества неприводимых многочленов. Следствие. Свойства неприводимых многочленов. Каноническое разложение многочлена, элементарные делители, кратности неприводимых многочленов. Поведение кратности при дифференцировании. Алгоритм отделения кратных множителей.

9. Корень многочлена

Корень многочлена. Критерий корня в терминах делимости. Кратность корня многочлена и его геометрическая интерпретация. Теорема о числе корней многочлена с учетом кратности. Следствия. Теорема Виета.

Эквивалентные определения алгебраически замкнутого поля. Основная теорема о многочленах над полем действительных чисел. Следствия. Теорема о существенно комплексных корнях многочлена с действительными коэффициентами. Следствия.

10. Линейное векторное пространство

Определение и примеры линейного векторного пространства над полем. Линейные отображения, их типы, примеры. Пространство линейных отображений и алгебра операторов. Подпространство и критерий подпространства, примеры.

Подпространство, порожденное множеством, его существование и единственность, и конструктивное описание. Теорема о дополнении до базиса.

Пересечение и сумма подпространств. Теорема о размерности суммы подпространств. Три эквивалентных условия прямой суммы.

11. Координаты вектора в различных базисах

Координаты вектора в фиксированном базисе. Операционная теорема для координат вектора. Следствия. Матрица перехода от одного базиса к другому. Свойства матрицы перехода. Формула пересчета координат при изменении базиса.

Задание оператора на базисных векторах. Матрица линейного оператора. Операционные свойства матрицы линейного оператора. Теорема об изоморфности алгебры линейных операторов и алгебры матриц. Следствие. Задание оператора в координатной форме. Формула пересчета матрицы линейного оператора при переходе от одного базиса к другому (матрицы оператора в разных базисах).

12. Ранг и дефект линейного оператора

Определение ранга и дефекта линейного оператора. Теорема о ранге линейного оператора. Соотношение между рангом и дефектом. Обратимые операторы и критерий обратимости.

13. Собственные значения и собственные вектора линейного оператора

Определения собственных значений и собственных векторов операторов и матриц. Теорема о связи собственных значений и собственных векторов операторов и матриц. Подпространство собственных векторов, принадлежащих одному собственному значению. Линейная независимость ненулевых собственных векторов для различных собственных значений. Характеристическая матрица, характеристический многочлен и характеристические числа. Теорема о связи характеристических чисел и собственных значений матрицы. Совпадение характеристических многочленов подобных матриц. Характеристический многочлен оператора. Диагонализуемые операторы. Достаточное условие диагонализуемости.

14. Матрица, ранг, определитель квадратичной формы

Квадратичные формы и различные записи квадратичных форм. Матрица, ранг, определитель квадратичной формы. Линейные замены переменных и их влияние на квадратичные формы. Эквивалентности квадратичных форм. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду.

Нормальный вид квадратичной формы над полем комплексных чисел. Теорема о классификации комплексных квадратичных форм.

Нормальный вид действительной квадратичной формы. Закон инерции для действительных квадратичных форм. Инварианты действительной квадратичной формы. Критерий эквивалентности действительных квадратичных форм.

Определенность действительных квадратичных форм и связь с определенностью их матриц. Первый критерий определенности действительных квадратичных форм. Инвариантность определенности. Второй критерий определенности. Критерий Сильвестра положительной определенности. Критерий Сильвестра отрицательной определенности.

Теорема о приведении действительной квадратичной формы к главным осям.

4. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Для реализации компетентного подхода в учебном процессе применяются следующие образовательные технологии:

1) при проведении лекционных занятий: информационные лекции, проблемные лекции, лекции беседы, лекции дискуссии, лекции с заранее запланированными ошибками;

2) при проведении практических занятий: традиционные занятия, занятия исследования, проблемные ситуации, ситуации с ошибкой;

3) при организации самостоятельной работы студентов: поиск и обработка информации, в том числе с использованием информационно-телекоммуникационных технологий; исследование проблемной ситуации; постановка и решение задач из предметной области; отработка навыков применения стандартных методов к решению задач предметной области.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу студентов и руководство этой работой со стороны преподавателей. Применяются следующие формы контроля: устный опрос, проверка решения практических задач, контрольная работа.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуального обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения, проведение дополнительных индивидуальных консультаций по изучаемым теоретическим вопросам и практическим занятиям, оказание помощи при подготовке к промежуточной и итоговой аттестации. Подготовка, при необходимости, учебных и контрольно-измерительных материалов в формах, доступных для изучения студентами с особыми образовательными потребностями (для студентов с нарушениями зрения учебные материалы подготавливаются с применением укрупненного шрифта, используются аудиозаписи занятий; для студентов с нарушением слуха предоставляются электронные лекции, печатные раздаточные материалы с заданиями для самостоятельной работы).

При необходимости, для подготовки к ответу на практическом занятии, студентам с инвалидностью и студентам с ограниченными возможностями здоровья среднее время увеличивается в 1,5–2 раза по сравнению со средним временем подготовки обычного студента.

Для студентов с инвалидностью или с ограниченными возможностями здоровья форма промежуточной аттестации устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге,

письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). Промежуточная аттестация по дисциплине может проводиться в несколько этапов в форме рубежного контроля по завершению изучения отдельных тем дисциплины.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов проводится в форме изучения и анализа лекционного материала, изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе, подбора дополнительных источников для извлечения научно-технической информации, связанной с проблемами, изучаемыми в рамках данной дисциплины и решения задач с дальнейшим их разбором или обсуждением на аудиторных занятиях, подготовки к промежуточной аттестации.

Самостоятельная аудиторная работа студентов проводится в форме самостоятельного решения задач на практических занятиях с дальнейшим их разбором и обсуждением; проведения контрольной работы; поиска решений проблемных ситуаций, предложенных на лекциях и практических занятиях; поиска и устранения ошибок, заложенных в представлении материала преподавателем и допущенных другими студентами.

Текущий контроль усвоения дисциплины «Алгебра» проводится в форме устных опросов на лекционных и практических занятиях, разбора и обсуждения решаемых задач на практических занятиях, контрольных работ. Примерные варианты контрольных работ содержатся в фонде оценочных средств текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Алгебра» проводится в форме экзамена. Контрольные вопросы готовятся к каждому разделу.

Перечень вопросов для проведения экзамена в 1 семестре.

1. Перестановки из n -элементов. Число перестановок. Инверсии. Перестановки четного и нечетного типа.
2. Теорема о влиянии транспозиции на тип перестановки и её следствия.
3. Определение определителя. Свойства определителя: равноправие строк и столбцов, знакопеременности, однородности, аддитивности и их свойства.
4. Миноры, дополнительные миноры, алгебраические дополнения в квадратной матрице.
5. Теорема Лапласа. Теорема о разложении по элементам строки (столбца). Следствия.
6. Координатное линейное пространство и его основные свойства.
7. Линейная зависимость и независимость систем векторов.
8. Критерий линейной зависимости.
9. Линейная выразимость и ее свойства.
10. Свойства линейной зависимости и независимости систем векторов.
11. Линейная эквивалентность и ее свойства.
12. Основная теорема о линейной зависимости.

13. Различные определения базиса. Свойства базисов.
14. Определение ранга системы векторов. Свойства ранга.
15. Базис и ранг координатного пространства.
16. Определение ранга матрицы. Основная теорема о ранге матрицы.
17. Метод окаймления для вычисления ранга матрицы.
18. Равенство рангов по столбцам и строкам. Критерий равенства нулю для определителей.
19. Система линейных уравнений. Матрица системы. Расширенная матрица. Решения системы.
20. Совместные, несовместные, определенные и неопределенные системы. Критерий совместности и определенности.
21. Формулы Крамера.
22. Решение систем в общем случае.
23. Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений однородной системы.
24. Фундаментальная система решений однородной системы.
25. Теорема о числе решений в фундаментальных системах решений.
26. Операции сложения матриц и умножения матрицы на скаляр и их основные свойства. Умножение матриц. Свойства умножения. Определитель произведения матриц.
27. Единичная матрица. Обратная матрица. Единственность обратной матрицы.
28. Критерий обратимости матриц. Формула для обратной матрицы.
29. Определители обратной и присоединенной матриц. Обращение произведения. Коммутирование обращения и транспонирования.
30. Матричные уравнения. Матричная запись систем линейных уравнений и формул Крамера.
31. Теорема о ранге произведения матриц и её следствие.
32. Поле комплексных чисел, его существование и единственность. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
33. Комплексное сопряжение, его свойства.
34. Модуль комплексного числа, его свойства.
35. Геометрическое изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
36. Формула Муавра и её тригонометрические приложения.
37. Формула для извлечения корней и её геометрическая интерпретация. Группа корней из единицы.
38. Первообразные корни. Различные критерии первообразности.
39. Количество первообразных корней. Применение к получению корней из произвольного числа.
40. Показательная форма комплексного числа.
41. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов над полем.
42. Деление на линейный многочлен. Схема Горнера.
43. Значение многочлена. Корень многочлена. Теорема об остатке от деления на линейный многочлен. Следствие (теорема Безу).

44. Отношение делимости и его свойства.
45. Ассоциированность и критерий ассоциированности.
46. Наибольший общий делитель (НОД), теоремы о его единственности и существовании (алгоритм Евклида).
47. Ассоциативное свойство НОД.
48. Критерий НОД в терминах линейной комбинации.
49. Взаимно простые многочлены, критерий взаимной простоты, свойства взаимной простоты.
50. Наименьшее общее кратное и его свойства.
51. Неприводимые многочлены над полем, примеры.
52. Теорема о бесконечности множества неприводимых многочленов. Следствие.
53. Свойства неприводимых многочленов.
54. Каноническое разложение многочлена, элементарные делители, кратности неприводимых многочленов.
55. Поведение кратности при дифференцировании.
56. Алгоритм отделения кратных множителей.
57. Корень многочлена. Критерий корня в терминах делимости. Кратность корня многочлена и его геометрическая интерпретация.
58. Теорема о числе корней многочлена с учетом кратности. Следствия.
59. Теорема Виета.
60. Эквивалентные определения алгебраически замкнутого поля.
61. Основная теорема о многочленах над полем действительных чисел. Следствия.
62. Теорема о существенно комплексных корнях многочлена с действительными коэффициентами. Следствия.

Перечень вопросов для проведения экзамена во 2 семестре.

63. Определение и примеры линейного векторного пространства над полем.
64. Линейные отображения, их типы, примеры. Пространство линейных отображений и алгебра операторов.
65. Подпространство и критерий подпространства, примеры.
66. Подпространство, порожденное множеством, его существование и единственность, и конструктивное описание.
67. Теорема о дополнении до базиса.
68. Пересечение и сумма подпространств. Теорема о размерности суммы подпространств.
69. Три эквивалентных условия прямой суммы.
70. Координаты вектора в фиксированном базисе. Операционная теорема для координат вектора. Следствия.
71. Матрица перехода от одного базиса к другому. Свойства матрицы перехода.
72. Формула пересчета координат при изменении базиса.
73. Задание оператора на базисных векторах. Матрица линейного оператора.
74. Операционные свойства матрицы линейного оператора.
75. Теорема об изоморфности алгебры линейных операторов и алгебры матриц. Следствие.

76. Задание оператора в координатной форме. Формула пересчета матрицы линейного оператора при переходе от одного базиса к другому (матрицы оператора в разных базисах).
77. Определение ранга и дефекта линейного оператора. Теорема о ранге линейного оператора.
78. Соотношение между рангом и дефектом.
79. Обратимые операторы и критерий обратимости.
80. Определения собственных значений и собственных векторов операторов и матриц. Теорема о связи собственных значений и собственных векторов операторов и матриц.
81. Подпространство собственных векторов, принадлежащих одному собственному значению.
82. Линейная независимость ненулевых собственных векторов для различных собственных значений.
83. Характеристическая матрица, характеристический многочлен и характеристические числа. Теорема о связи характеристических чисел и собственных значений матрицы.
84. Совпадение характеристических многочленов подобных матриц.
85. Характеристический многочлен оператора. Диагонализуемые операторы. Достаточное условие диагонализуемости.
86. Квадратичные формы и различные записи квадратичных форм. Матрица, ранг, определитель квадратичной формы.
87. Линейные замены переменных и их влияние на квадратичные формы. Эквивалентности квадратичных форм.
88. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду.
89. Нормальный вид квадратичной формы над полем комплексных чисел. Теорема о классификации комплексных квадратичных форм.
90. Нормальный вид действительной квадратичной формы. Закон инерции для действительных квадратичных форм.
91. Инварианты действительной квадратичной формы. Критерий эквивалентности действительных квадратичных форм.
92. Определенность действительных квадратичных форм и связь с определенностью их матриц.
93. Первый критерий определенности действительных квадратичных форм.
94. Инвариантность определенности. Второй критерий определенности.
95. Критерий Сильвестра положительной определенности. Критерий Сильвестра отрицательной определенности.
96. Теорема о приведении действительной квадратичной формы к главным осям.

6. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	7	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	5	0	15	20	0	20	40	100
2	5	0	15	20	0	20	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента

1 семестр

Лекции

Посещаемость, опрос, активность и др. от 0 до 5 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия – от 0 до 15 баллов

Самостоятельность и правильность при выполнении работы – от 0 до 5 баллов, активность работы в аудитории – от 0 до 5 баллов, уровень подготовки к занятиям – от 0 до 5 баллов.

Самостоятельная работа – от 0 до 20 баллов

Контроль качества и количества выполненных домашних работ – от 0 до 10 баллов, правильность выполнения – от 0 до 10 баллов.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности – от 0 до 20 баллов

1. Контрольная работа №1 – от 0 до 10 баллов.
2. Контрольная работа №2 – от 0 до 10 баллов.

Промежуточная аттестация – экзамен – от 0 до 40 баллов

при проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 36 до 40 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 31 до 35 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 25 до 30 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 24 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «Алгебра» составляет **100** баллов.

Таблица 2.2 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Алгебра» в оценку (экзамен):

90 – 100 баллов	«отлично»
75 – 89 баллов	«хорошо»
60 – 74 баллов	«удовлетворительно»
0 – 59 баллов	«не удовлетворительно»

2 семестр

Лекции

Посещаемость, опрос, активность и др. от 0 до 5 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия – от 0 до 15 баллов

Самостоятельность и правильность при выполнении работы – от 0 до 5 баллов, активность работы в аудитории – от 0 до 5 баллов, уровень подготовки к занятиям – от 0 до 5 баллов.

Самостоятельная работа – от 0 до 20 баллов

Контроль качества и количества выполненных домашних работ – от 0 до 10 баллов, правильность выполнения – от 0 до 10 баллов.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности – от 0 до 20 баллов

1. Контрольная работа №1 – от 0 до 10 баллов.

2. Контрольная работа №2 – от 0 до 10 баллов.

Промежуточная аттестация – экзамен – от 0 до 40 баллов

при проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 36 до 40 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 31 до 35 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 25 до 30 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 24 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 2 семестр по дисциплине «Алгебра» составляет **100** баллов.

Таблица 2.2 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Алгебра» в оценку (экзамен):

90 – 100 баллов	«отлично»
75 – 89 баллов	«хорошо»
60 – 74 баллов	«удовлетворительно»
0 – 59 баллов	«не удовлетворительно»

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) литература:

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Краснодар: Лань, 2007 г., М.: Физматгиз, 2007 г.
2. Воеводин В.В. Линейная алгебра. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008
3. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Изд-во МГУ, 2006.
4. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2007.
5. Фаддеев Д.К.. Лекции по алгебре СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2007.
6. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. - М.: Наука, 2004г., 2010.г.
7. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. Краснодар: Лань, 2004.

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Лицензионное программное обеспечение:

Операционная система Windows 7, или более поздняя версия
Microsoft Office PowerPoint

Интернет-ресурсы:

1. Саратовской государственный университет им. Н.Г. Чернышевского. – Режим доступа: www.sgu.ru/
2. Зональная научная библиотека им. В.А. Артисевич Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского. – Режим доступа: <http://library.sgu.ru/>
3. Каталог образовательных Интернет-ресурсов. – Режим доступа: <http://window.edu.ru/>

9 . Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория с обязательным наличием специализированной доски, мела (маркера), проектора, с возможностью размещения всех обучающихся по данной дисциплине.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 01.03.03 – «Механика и математическое моделирование» и профилю подготовки «Механик деформируемого твердого тела».

Автор: доцент, к.ф.-м.н., доцент кафедры КАиТЧ Е.В. Сецинская

Программа одобрена на заседании кафедры компьютерной алгебры и теории чисел от 12 ноября 2021 года, протокол № 4.