

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»  
Балашовский институт (филиал)

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор БИ СГУ  
доцент А.В. Шатилова



2021 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Геометрия**

Направление подготовки бакалавриата

**44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Профили подготовки бакалавриата

**Математика и физика**

Квалификация (степень) выпускника

**Бакалавр**

Форма обучения

**Очная**

Балашов

2021

Статус	Фамилия, имя, отчество	Подпись	Дата
Преподаватели-разработчики	Насонова Екатерина Дмитриевна Костырев Геннадий Егорович		30.08.2021
Председатель НМК	Мазалова Марина Алексеевна		30.08.2021
Заведующий кафедрой	Сухорукова Елена Владимировна		30.08.2021
Начальник УМО	Бурлак Наталия Владимировна		30.08.2021

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ .....	3
3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....	4
4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	6
5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ ОСВОЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ .....	11
6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....	12
7. ДАННЫЕ ДЛЯ УЧЕТА УСПЕВАЕМОСТИ СТУДЕНТОВ В БАРС .....	25
8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	28
9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	30

## **1. Цель освоения дисциплины**

Цель освоения дисциплины – формирование систематизированных знаний в области геометрии и ее основных методов.

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана, входит в Блок 1 «Дисциплины (модули)».

Изучение данной дисциплины опирается на знания, умения, навыки и опыт, полученные в процессе изучения предмета «Математика», «Геометрия» на предыдущем уровне образования.

Освоение данной дисциплины является необходимым для дальнейшего изучения дисциплин «Алгебра и теория чисел», «Построения на плоскости», «Элементарная математика», «Практикум по решению школьных задач по геометрии», «Методика подготовки к решению олимпиадных задач по геометрии», а также для прохождения учебных и производственных практик (практик).

### 3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
<p><b>ПК-1</b>Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках основных образовательных программ общего образования, по программам дополнительного образования детей и взрослых</p>	<p><b>1.1_Б.ПК-1.</b> Осуществляет преподавание учебных дисциплин по профилю (профилям) подготовки в рамках основных образовательных программ общего образования соответствующего уровня.</p>	<p><b>В категории «ЗНАТЬ»</b>  <b>З_1.1_Б.ПК-1.</b> Владеет системой предметных знаний, составляющих содержание образования на соответствующем уровне общего образования (по профилю подготовки).  <b>В категории «ВЛАДЕТЬ»</b>  <b>В_1.2_Б.ПК-1.</b> Владеет навыком решения задач / выполнения практических заданий из школьного курса; обосновывает выбор способа выполнения задания.</p>
	<p><b>3.1_Б.ПК-1.</b> Владеет системой научных знаний в соответствующей предметной области (по профилю подготовки).</p>	<p><b>В категории «ЗНАТЬ»</b>  <b>3.1_Б.ПК-1.</b> Владеет системой научных знаний в соответствующей предметной области (по профилю подготовки).</p>
<p><b>УК-1</b>  Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;</p>	<p><b>1.1_Б.УК-1.</b> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.</p>	<p><b>В категории «ЗНАТЬ»</b>  <b>З_1.1_Б.УК-1.</b>Знает типовую (инвариантную) структуру задачи и возможные варианты реализации этой структуры; знает различные типологии задач, понимает классификационные признаки, лежащие в основе этих типологий; осознает особенности решения задач различных типов.  <b>В категории «УМЕТЬ»</b>  <b>У_3.3_Б.УК-1.</b> Умеет использовать при выдвижении и обсуждении вариантов решения задачи возможности технологии развития критического мышления, различные формы организации дискуссии.  <b>У_1.1_Б.УК-1.</b> Умеет анализировать задачу, выделять условие и задание (вопрос), соотносить предло-</p>

		женную задачу с тем или иным известным типом, определять необходимые для решения задачи знания, умения, дополнительные сведения.
	<p><b>3.1_ Б.УК-1.</b> Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p><b>В категории «ЗНАТЬ»</b>  <b>З_3.1_ Б.УК-1.</b> Знает способы решения типовых задач из конкретной области знания, называет эти способы, комментирует выбор.</p> <p><b>В категории «УМЕТЬ»</b>  <b>У_3.1_ Б.УК-1.</b> При решении нестандартных задач (повышенной сложности, междисциплинарных, творческих и т. п.) предлагает способы решения на основе имеющихся знаний и умений.</p> <p><b>У_3.2_ Б.УК-1.</b> Сравнивает различные способы решения задачи, оценивая их особенности (валидность, трудоемкость, необходимость привлечения дополнительных ресурсов и т. д.).</p>

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 13 зачетные единицы, 468 часов.

##### Модуль 1.

№ п/п	Раздел дисциплины и темы занятий	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						КСР	Формы текущего контроля успеваемости (по темам и разделам) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия		Лабораторные занятия				
					общая трудоемкость	Из них – практическая подготовка	общая трудоемкость	Из них – практическая подготовка			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	Элементы векторной алгебры	1		4	4	0	0	0	30	Самостоятельная работа №1	
2	Метод координат на плоскости	1		4	4	0	0	0	30	Самостоятельная работа №2	
3	Прямая на плоскости	1		10	8	0	0	0	30	Контрольная работа № 1	
4	Линии второго порядка.	1		10	12	0	0	0	34	Контрольная работа № 2	
	<b>Всего</b>			28	28	0	0	0	124		
	<b>Промежуточная аттестация</b>	36								Экзамен в 1 семестре	
	<b>Общая трудоемкость модуля</b>				6 з.е., 216 часов						

##### Модуль 2.

№ п/п	Раздел дисциплины и темы занятий	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						КСР	Формы текущего контроля успеваемости (по темам и разделам) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия		Лабораторные занятия				
					общая трудоемкость	Из них – практическая подготовка	общая трудоемкость	Из них – практическая подготовка			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	Преобразования плоскости	2		6	8	0	0	0	10	Самостоятельная работа № 3	
2	Метод координат в пространстве	2		4	4	0	0	0	10	Самостоятельная работа № 4	
3	Плоскости и прямые в пространстве	2		10	12	0	0	0	10	Контрольная работа № 3	
4	Поверхности второго порядка	2		4	4	0	0	0	10	Контрольная работа № 4	
5	Аффинное и евклидово $n$ -мерное пространство	2		4	2	0	0	0	12	Индивидуальные доклады студентов	
6	Квадратичные формы и квадрики	2		2	2				12	Индивидуальные доклады студентов	
7	Методы	3		10	14	0	0	0	12	Контрольная работа	

	изображений									№ 5
8	Основные факты проективной геометрии	3		8	6	0	0	0	12	Контрольная работа № 6
9	Исторический обзор обоснований геометрии. «начала» Евклида. элементы геометрии Лобачевского	3		2	0				12	Индивидуальные доклады студентов
10	Общие вопросы аксиоматики обоснование евклидовой геометрии	3		2	0				12	Индивидуальные доклады студентов
	<b>Всего</b>			52	52	0	0	0	112	
	<b>Промежуточная аттестация</b>	36								Экзамен во 2 семестре
	<b>Общая трудоемкость модуля</b>	7 з.е., 252 часа								
	<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	13 з.е., 468 часов								

## Содержание дисциплины

### ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ

Направленные отрезки. Эквивалентные направленные отрезки. Векторы. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов. Координаты вектора. Ортонормированный базис. Скалярное произведение векторов. Геометрический смысл координат вектора в ортонормированном базисе. Векторные подпространства.

### МЕТОД КООРДИНАТ НА ПЛОСКОСТИ

Аффинная система координат на плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Ориентация плоскости. Ориентированный угол. Площадь ориентированного треугольника. Формулы преобразования аффинной и прямоугольной систем координат. Полярная система координат.

### ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ

Способы задания прямой на плоскости, виды уравнений. Общее уравнение прямой. Геометрический смысл знака трехчлена  $Ax+By+C$ . Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых. Пучки прямых. Угол между двумя прямыми.

### ЛИНИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Эллипс, вывод канонического уравнения, свойства, построение с помощью циркуля и линейки. Гипербола, вывод канонического уравнения, свойства, построение с помощью циркуля и линейки. Парабола, вывод канонического уравнения, свойства, построение с помощью циркуля и линейки. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах. Общее уравнение линии второго порядка, приведение его к каноническому виду. Классификация линий второго порядка. Центр линии второго порядка. Пересечение линии второго порядка с прямой. Асимптотические направления. Асимптоты. Касательная к линии второго порядка. Диаметры линии второго порядка. Главные направления, главные диаметры.

### ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПЛОСКОСТИ

Движения плоскости. Примеры движений. Общие формулы движения. Инвариантные точки, инвариантные прямые. Классификация движений. Группа преобразований множества. Группа движений плоскости и ее подгруппы. Композиция осевых симметрий. Группа симметрий геометрической фигуры. Подобие, гомотетия. Группа подобий и ее подгруппы. Аффинные преобразования. Группа аффинных преобразований. Примеры аффинных преобразований. Аффинная эквивалентность фигур.

### МЕТОД КООРДИНАТ В ПРОСТРАНСТВЕ

Аффинная система координат в пространстве. Прямоугольная система координат. Ориентация пространства. Преобразование аффинных и прямоугольных координат в пространстве. Векторное произведение векторов, алгебраические свойства. Выражение векторного произведения через координаты перемножаемых векторов. Геометрический смысл векторного произведения векторов. Смешанное произведение векторов, свойства. Геометрический смысл смешанного произведения векторов.

### ПЛОСКОСТИ И ПРЯМЫЕ В ПРОСТРАНСТВЕ

Способы задания плоскости в пространстве, виды уравнений. Общее уравнение плоскости. Условие перпендикулярности вектора и плоскости. Особенности расположения плоскости по отношению к системе координат в зависимости от вида общего уравнения. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями. Геометрический смысл знака многочлена  $Ax+By+Cz+D$ . Взаимное расположение плоскостей. Пучки плоскостей.



Прямая в пространстве, способы задания прямой, виды уравнений. Взаимное расположение прямых. Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

### **ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА**

Понятие поверхности второго порядка. Метод сечений. Цилиндрические поверхности второго порядка, их виды, уравнения. Конические поверхности второго порядка, их виды, уравнения. Конические сечения. Понятие поверхности вращения. Эллипсоид вращения, эллипсоид, свойства, уравнения. Однополостный гиперболоид вращения, однополостный гиперболоид, свойства, уравнения. Двуполостный гиперболоид вращения, двуполостный гиперболоид, свойства, уравнения. Эллиптический параболоид вращения, эллиптический параболоид, свойства, уравнения. Гиперболический параболоид, свойства, уравнение. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

### **АФФИННОЕ И ЕВКЛИДОВО $n$ -МЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО**

Векторное  $n$ -мерное пространство. Евклидово  $n$ -мерное пространство. Аффинное  $n$ -мерное пространство.  $k$ -мерные плоскости в  $n$ -мерном аффинном пространстве. Взаимное расположение плоскостей. Евклидово  $n$ -мерное пространство (определение, длина отрезка). Прямоугольная система координат. Вычислительные формулы. Гиперплоскость в  $E_n$ . Аффинные преобразования, подобия и движения в  $n$ -мерных пространствах. Группы преобразований. Классификация движений трехмерного евклидова пространства.

### **КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ И КВАДРИКИ**

Билинейные формы. Квадратичная форма и ее связь с билинейной формой. Приведение квадратичной формы к каноническому или нормальному виду. Закон инерции. Положительно определенные формы. Квадрики в аффинном пространстве. Центр. Приведение уравнения квадрики к каноническому виду. Классификация квадрик. Квадрики в трехмерном евклидовом пространстве.

### **МЕТОДЫ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

Центральное проектирование. Параллельное проектирование. Изображение плоских и пространственных фигур в параллельной проекции. Ортогональное проектирование. Изображение окружности и сферы.

Аксонометрия. Теорема Польке-Шварца. Изображение прямых и плоскостей. Позиционные и метрические задачи.

Полные и неполные изображения, их применение при изучении стереометрии.

Понятие о Методе Монжа

Краткие сведения о перспективе.

### **ОСНОВНЫЕ ФАКТЫ ПРОЕКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИИ**

Проективные координаты. Принцип двойственности. Теорема Дезарга. Проективные преобразования. Группа проективных преобразований. Предмет проективной геометрии.

Сложное отношение и его инвариантность при проективных преобразованиях. Гармоническая четверка точек. Построение четвертой гармонической. Линии второго порядка на проективной плоскости. Канонические уравнения линии второго порядка в проективных координатах, проективная классификация линий второго порядка. Полус и полюса. Понятие о полярном соответствии. Конструктивные задачи. Конструктивные теоремы проективной геометрии. Прямые и обратные теоремы Штейнера, Паскаля, Бриансона, двойственные им теоремы. Приложения к решению задач школьного курса.

Геометрия на проективной плоскости с фиксированной прямой. Евклидова геометрия с проективной точки зрения.

## **ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР ОБОСНОВАНИЙ ГЕОМЕТРИИ. «НАЧАЛА» ЕВКЛИДА**

Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Критика системы Евклида. V постулат Н.И. Лобачевский и его геометрия. Аксиома Лобачевского. Система аксиом Гильберта. Основные факты геометрии Лобачевского. Параллельные прямые и их свойства. Расходящиеся прямые и их свойства. Угол параллельности. Окружность, эквидистанта, орицикл. Понятие о взаимном расположении прямых и прямой и плоскости в пространстве Лобачевского.

### **ОБЩИЕ ВОПРОСЫ АКСИОМАТИКИ**

Понятие о математической структуре. Изоморфизм. Понятие об интерпретации аксиом. Непротиворечивость, независимость, полнота системы аксиом. Примеры. Аксиоматика школьного курса геометрии.

### **ОБОСНОВАНИЕ ЕВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИИ ПО ВЕЙЛЮ**

Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Определение прямых, плоскостей, лучей, отрезков, углов. Примеры доказательства некоторых теорем.

## **5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины**

### **Основные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины**

- Технология контекстного обучения (обучение в контексте профессии) реализуется в учебных заданиях, учитывающих специфику направления и профиля подготовки. Профессиональные действия и задачи, через которые у студентов формируются профессиональные навыки, соответствующие профилю образовательной программы:
  - ✓ анализ педагогической деятельности и образовательного процесса на практических / лабораторных занятиях, проводимых в образовательной организации;
- Технология развития критического мышления и проблемного обучения (реализуется при решении учебных задач проблемного характера).
- Технология электронного обучения (реализуется при помощи электронной образовательной среды СГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

### **Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины**

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья предполагается использование при организации образовательной деятельности адаптивных образовательных технологий в соответствии с условиями, изложенными в ОПОП (раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья»), в частности: предоставление специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, и т. п. – в соответствии с индивидуальными особенностями обучающихся.

При наличии среди обучающихся лиц с ограниченными возможностями здоровья в раздел «Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины» рабочей программы вносятся необходимые уточнения в соответствии с «Положением об организации образовательного процесса, психолого-педагогического сопровождения, социализации инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, обучающихся в БИ СГУ» (П 8.70.02.05–2016).

### **Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины**

- Использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет (см. перечень ресурсов в п. 8 настоящей программы).
- Создание электронных документов (компьютерных презентаций, видеофайлов, плейкастов и т. п.).

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

### **Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

К самостоятельной работе студентов относится: детальная проработка лекций, учебной литературы, самостоятельное доказательство указанных преподавателем теорем, выполнение домашних и индивидуальных заданий, выполнение контрольных работ.

Для контроля текущей успеваемости и промежуточной аттестации используется рейтинговая и информационно-измерительная система оценки знаний.

Система текущего контроля включает:

- контроль активности студента на занятиях, включая активность при опросах, проведении проблемных лекций и дискуссий;
- контроль промежуточных знаний, умений, навыков усвоенных в данном курсе в форме самостоятельных работ
- контроль знаний, умений, навыков усвоенных в данном курсе в форме письменной контрольной работы

Работа на практических занятиях оценивается преподавателем (по пятибалльной шкале) по итогам подготовки и выполнения студентами практических заданий, активности работы в группе и самостоятельной работе. Пропуск практических занятий предполагает отработку по пропущенным темам. Форма отработки определяется преподавателем, ведущим занятие.

Преподаватель контролирует и оценивает выполнение домашних заданий, самостоятельных и контрольных работ, активность на практических и лекционных занятиях проблемного характера. Все виды контроля находят количественное отражение в текущем и итоговом рейтинге студента по дисциплине. Контрольная работа проводится на практическом занятии после изучения темы или раздела и предназначена для оценки знаний, умений и навыков, приобретенных в процессе теоретических и практических занятий по данной дисциплине. Планируется 6 контрольных работ при освоении модуля.

Оценка за контрольную работу, тест выставляется в соответствии со следующими критериями:

- оценка «отлично» (5 баллов) - 80-100% правильно решенных заданий;
- оценка «хорошо» (4 балла) - 65-79% правильно решенных заданий;
- оценка «удовлетворительно» (3 балла) - 50 -64% правильно решенных заданий;
- оценка «неудовлетворительно» - 49% и менее правильно решенных заданий.

На практическом занятии со студентами очной формы обучения подробно рассматриваются типовые примеры по указанной теме, обсуждается ход решения, анализируются возможные варианты.

### **6.1. Самостоятельная работа студентов по дисциплине**

#### **6.1.1. Подготовка к практическим занятиям**

*Тематика практических занятий*

*1 семестр*

1. Сложение и вычитание векторов. Модуль вектора. Умножение вектора на число.
2. Линейная зависимость векторов. Координаты векторов. Скалярное произведение. Точки и векторы. Деление отрезка в данном отношении. Вычисление расстояния между точками. Косое произведение векторов. Площадь треугольника.
3. Преобразование аффинной и прямоугольной систем координат. Решение задач.
4. Полярные координаты. Уравнение окружности в прямоугольной системе координат.
5. Различные способы задания прямой в аффинной системе координат.
6. Уравнение прямой в прямоугольной системе координат.
7. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми.

8. Контрольная работа №1 на тему «Элементы векторной алгебры на плоскости. Уравнение прямой на плоскости».
9. Эллипс и его свойства.
10. Гипербола и ее свойства.
11. Парабола и ее свойства.
12. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
13. Пересечение линии второго порядка с прямой. Асимптотические направления. Центр линии. Касательные. Диаметры. Сопряженные направления. Главные направления.
14. Контрольная работа №2 по теме «Линии второго порядка».

### *2 семестр*

1. Координатное задание движений 1 и 2 рода.
2. Классификация движений. Композиция движений 1 и 2 рода.
3. Подобия плоскости. Гомотетия, свойства. Координатное задание преобразований подобия.
4. Применение преобразований подобия и движений к решению задач.
5. Координатное задание аффинных преобразований. Перспективно-аффинное преобразование.
6. Контрольная работа №3 по теме «Преобразования плоскости».
7. Метод координат в пространстве.
8. Векторное и смешанное произведение векторов.
9. Различные способы задания плоскости.
10. Взаимное расположение плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями.
11. Различные способы задания прямой. Взаимное расположение прямых, прямой и плоскости.
12. Метрические задачи на сочетания прямых и плоскостей.
13. Контрольная работа №4 по теме «Плоскость и прямая».
14. Эллипсоиды, гиперboloиды и параболоиды. Цилиндрические и конические поверхности второго порядка.
15. Векторное  $n$ -мерное пространство. Координаты точек в аффинном пространстве. Аффинная система координат.
16. Уравнение плоскости в аффинном  $n$ -мерном пространстве. Взаимное расположение многомерных плоскостей.
17. Прямые и плоскости в  $n$ -мерном пространстве. Метрические задачи.
18. Контрольная работа «Плоскости в  $n$ -мерном евклидовом и аффинном пространстве».
19. Изображение плоских фигур в параллельной проекции.
20. Изображение окружности, вписанных и описанных около неё многоугольников.
21. Построения на изображениях плоских фигур.
22. Использование перспективно-аффинного преобразования для получения изображений плоских фигур.
23. Понятие полного изображения. Элементарные задачи на полных изображениях. Параллельное проектирование.
24. Сечения многогранников. Центральное проектирование.
25. Задачи на сечения круглых тел. Построение линий взаимного пересечения поверхностей.
26. Изображение сферы в сочетании с другими фигурами в ортогональной проекции.
27. Модели проективной плоскости и прямой. Уравнение проективной прямой.
28. Теорема Дезарга. Применение теоремы к решению задач.
29. Сложное отношение четырех точек прямой.
30. Полный четырехвершинник и его свойства. Гармоническая четверка точек.

31. Линии второго порядка на проективной плоскости. Полюс и поляра.
32. Конструктивные теоремы проективной геометрии. Теорема Паскаля и теорема Брианшона. Задачи на построение на основе конструктивных теорем.
33. Контрольная работа «Основные факты проективной геометрии».

### **6.1.2. Самостоятельные работы по материалу дисциплины**

#### **Самостоятельная работа №1**

##### **Демонстрационный вариант**

- 1) Написать аналитическое задание скользящей симметрии с осью  $l$  и вектором параллельного переноса  $\vec{a}$   
 $l: -3x - y + 2 = 0, \vec{a}(6; 2);$
- 2) Найти образ точки  $M(-4; 4)$  и вектора  $\vec{a}(-3; 4);$
- 3) Найти прообраз точки  $M(2; 6)$  и вектора  $\vec{a}(4; 3).$

#### **Самостоятельная работа №2**

##### **Демонстрационный вариант**

- 1) Написать аналитическое задание преобразования плоскости, в котором точка  $M(-1; 2)$  переходит в точку  $M'(1; -4)$ , а векторы  $\vec{a}_1(4; 0)$  и  $\vec{a}_2(1; 1)$  в векторы  $\vec{a}'_1(1; -2)$  и  $\vec{a}'_2(2; -1);$
- 2) Найти инвариантные точки, инвариантные прямые и инвариантные направления или показать, что их не существует;
- 3) Определить вид преобразования.

#### **Самостоятельная работа №3**

##### **Демонстрационный вариант**

1. Даны вершины  $A(-2; -2; -1), B(-2; 2; 1), C(2; -2; 0), B_1(-3; 1; 3)$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ 
  - а) Составить уравнение грани  $ABB_1 A_1$
  - б) Составить уравнение диагоналей  $AC_1$  и  $BD_1$
2. Дан параллелепипед, определенный условиями задачи 1. Найти угол между диагональю  $AC_1$  и плоскостью  $ABB_1 A_1$

#### **Самостоятельная работа №4**

##### **Демонстрационный вариант**

1. Определить взаимное расположение прямых

$$l_1 = \begin{cases} x = 1 + 1t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 - 4t \end{cases} \quad \text{и} \quad l_2 = \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$$

2. Даны вершины  $A(3; -2; -1), B(-3; 2; 0), C(1; 4; -2), D(-1; 2; 4)$  тетраэдра

Найти координаты точки  $M$ , симметричной вершине  $B$  относительно плоскости  $ACD$

Самостоятельная работа на практическом занятии предназначена для оперативного контроля успеваемости, занимает 20-30% времени практического занятия. Планируется 10 самостоятельных работ при освоении дисциплины.

Оценка за самостоятельную работу выставляется в соответствии со следующими критериями:

- оценка «отлично» (5 баллов) - 80-100% правильно решенных заданий;
- оценка «хорошо» (4 балла) - 65-79% правильно решенных заданий;

- оценка «удовлетворительно» (3 балла) - 50 -64% правильно решенных заданий;
- оценка «неудовлетворительно» - 49% и менее правильно решенных заданий.

### 6.1.3. Контрольные работы по материалу дисциплины

#### Контрольная работа №1

##### Демонстрационный вариант

1. Даны точки  $A(-2,1)$ ;  $B(4,3)$ . На оси ординат найти такую точку  $M$ , чтобы угол  $AMB$  был прямым.
2. Доказать, что  $\triangle ABC$  – равнобедренный, и составить уравнение его оси симметрии, если  $A(3,5)$ ,  $B(-4,1)$ ;  $C(2,-3)$ .
3. Даны уравнения двух сторон прямоугольника:  
(BC):  $x-2y=0$ , (AD):  $x-2y+15=0$  и уравнение его диагонали (BD):  $7x+y-15=0$ .  
Найти вершины прямоугольника.
4. Определить угол между прямыми  $\lambda_1: 5x-y+7=0$ ,  $\lambda_2: 3x+2y-1=0$
5. Найти площадь правильного треугольника, если известны одна из его вершин  $A(1,3)$  и уравнение стороны BC:  $3x+4y-10=0$ .

#### Контрольная работа №2

##### Демонстрационный вариант

1. Через фокус  $F_1$  эллипса  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  проведена хорда, параллельная оси  $Oy$ . Определить длину этой хорды.
2. Найти угол между асимптотами гиперболы, у которой эксцентриситет  $\varepsilon = \sqrt{2}$ .  
Привести уравнение к каноническому виду и изобразить соответствующую линию в канонической системе координат:  $11x^2 + 24xy + 4y^2 + 14x + 48y - 25 = 0$ .

#### Контрольная работа № 3

##### Демонстрационный вариант

1. Даны вершины  $A(4,0,2)$ ,  $B(0,5,1)$ ,  $C(4,-1,3)$ ,  $A_1(3,-1,5)$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Составить уравнение грани  $BCC_1 B_1$ .
2. Даны координаты вершин  $A(1,0,-2)$ ,  $B(2,1,-1)$ ,  $C(0,2,-3)$ ,  $D(-1,-2,1)$  тетраэдра  $ABCD$  в прямоугольной системе координат. Найти координаты точки  $D_1$ , симметричной вершине  $D$  относительно плоскости  $ABC$ .

3. Определить взаимное расположение прямых  $\lambda_1: \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 7 + t, \\ z = 3 + 4t \end{cases}$  и  $\lambda_2: \begin{cases} x = 6 + 3t, \\ y = -1 - 2t, \\ z = -2 + t. \end{cases}$

4. Дан параллелепипед, определенный условиями задачи 1. Составить уравнения диагоналей  $A_1C$  и  $B_1D$ , найти угол между ними и угол между диагональю  $A_1C$  и плоскостью  $BCC_1 B_1$ .

#### Контрольная работа № 4

##### Демонстрационный вариант

1. Составить параметрическое и общее уравнение плоскости наименьшей размерности, проходящей через точки  $A(0, 1, 4, 1)$ ,  $B(2, -2, 5, 0)$ ,  $C(1, 4, 2, 5)$ ,  $D(3, 1, 3, 4)$ ,  $E(5, -2, 4, 3)$ .

2. Выяснить взаимное расположение плоскостей  $\Pi_1: \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 - 6x_4 = 6. \end{cases}$  и  $\Pi_2: \begin{cases} 4x_1 + 7x_2 - x_3 = 12, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$

Найти расстояние от точки  $M(8, 11, -6, 9)$  до плоскости  $\Pi: \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = -4. \end{cases}$

### Контрольная работа № 5

#### Демонстрационный вариант

1. Дано изображение ромба с острым углом  $60^\circ$ . Построить изображение точек касания сторон ромба с окружностью, вписанной в него (без использования перспективно аффинного преобразования).
2. Дано изображение треугольника, у которого в оригинале стороны относятся как 2:3:4. Построить изображение центра вписанной в треугольник окружности. (задача решается с использованием перспективно-аффинного преобразования)
3. Построить изображение сечения пятиугольной призмы плоскостью, заданной тремя точками, лежащими на боковых гранях.
4. Построить сечение пятиугольной пирамиды плоскостью, заданной тремя точками две – на боковых ребрах, одна на стороне основания.
5. Изобразить сечение конуса плоскостью, проходящей через середину его высоты под углом  $45^\circ$  к плоскости основания. Известно, что высота конуса равна диаметру его основания.
6. Изобразить линию пересечения данных поверхностей, куба и конуса с общей плоскостью оснований.

### Контрольная работа № 6

#### Демонстрационный вариант

1. На прямой заданы своими аффинными координатами точки  $A(1)$ ,  $B(-2)$ ,  $C(-1)$ . Построениями одной линейкой найти четвертую гармоническую точку. Найти ее аффинную координату.
2. Дан полный четырехвершинник  $MNPQ$ . На стороне  $MN$  указать гармоническую четверку точек и проверить это вычислениями в координатах, задав самостоятельно проективный репер из точек 4-вершинника.
3. В эллипс вписан 4-угольник  $ABCD$ , причем известна касательная к эллипсу в точке  $A$ . Через точку  $C$  проходит секущая. Найти вторую точку пересечения ее с эллипсом, не используя его самого.
4. Овальная линия 2 порядка определена четырьмя касательными и точкой на одной из них. Построить еще одну точку линии, не лежащую на данных касательных

Контрольная работа проводится в запланированное время (планируется 6 контрольных работ при освоении дисциплины) и предназначена для оценки знаний, умений и навыков, приобретенных в процессе теоретических и практических занятий курса. Контрольная работа №1 проводится по индивидуальным вариантам, количество различных вариантов совпадает с количеством студентов в группе. Студенты отчитываются за каждое задание своего варианта.

Оценка за контрольную работу выставляется в соответствии со следующими критериями:

- оценка «отлично» (5 баллов) - 80-100% правильно решенных заданий;
- оценка «хорошо» (4 балла) - 65-79% правильно решенных заданий;



- оценка «удовлетворительно» (3 балла) - 50 -64% правильно решенных заданий;
- оценка «неудовлетворительно» - 49% и менее правильно решенных заданий.

#### **6.1.4. Темы рефератов**

##### **2 семестр**

1. Векторное пространство. Определение, примеры, следствия из аксиом. Базис и размерность. Подпространства.
2. Аффинное пространство. Определение, примеры, следствия из аксиом. Подпространства аффинного пространства. Определение, способ задания. Взаимное расположение подпространств.
3. Аффинная система координат. Уравнения плоскости (параметрические, общие). Уравнение гиперплоскости, проходящей через заданные точки.
4. Отрезок в аффинном пространстве. Отношение «между». Полупространство. Полуплоскость, луч.
5. Выпуклые многогранники в аффинном пространстве. Определение, способ задания, примеры.
6. Линейные отображения. Определение, примеры. Ядро, образ. Линейные операторы и действия над ними. Матрицы линейного оператора, связи между ними.
7. Линейные формы на векторном пространстве. Сопряженное пространство.
8. Билинейные формы на векторном пространстве. Матрицы билинейной формы, связи между ними.
9. Квадратичные формы. Связь с билинейными формами. Формулировка теоремы о приведении квадратичной формы к диагональному виду. Ранг, индекс, сигнатура квадратичной формы.
10. Скалярное произведение в векторном пространстве. Определение, примеры, неравенство Коши-Буняковского. Определение евклидова векторного пространства. Евклидова метрика.
11. Конечномерные евклидовы векторные пространства. Теорема существования. Ортонормированный базис. Пример. Теорема существования ортонормированного базиса. Ортогональное дополнение.
12. Смешанное произведение векторов в конечномерном евклидовом векторном пространстве, формулировка фундаментального свойства. Определитель Грама векторов. Связь смешанного произведения векторов с определителем Грама этих векторов.
13. Евклидово аффинное пространство. Определение, пример. Перпендикуляр к плоскости, теорема существования и единственности. Объем параллелепипеда.
14. Изометрический оператор, заданный на евклидовом векторном пространстве. Определение, примеры, формулировка основной теоремы.
15. Аффинное преобразование аффинных пространств. Определение, примеры, теорема существования и единственности, аналитическое задание.
16. Движение евклидова аффинного пространства. Определение, аналитическое задание, примеры.
17. Квадрики в евклидовом аффинном пространстве.
18. Абсолютная геометрия.
19. Ось симметрии,
20. Признаки равенства треугольников,
21. Теорема о внешнем угле треугольника,
22. Теоремы о перпендикулярах,
23. Признаки параллельности прямых.
24. Сумма углов треугольника.
25. Дефект треугольника.
26. Четырехугольники.

27. Планиметрия Лобачевского. Простейшие теоремы.
28. Угол параллельности.
29. Функция Лобачевского.
30. Прямые, параллельные прямой.
31. Расходящиеся прямые.
32. Эквидистанта и орицикл.
33. Модель Пуанкаре планиметрии Лобачевского.

Необходимо подготовиться по темам рефератов для выступления на практическом занятии (первая половина практического занятия) и к решению задач (обсуждению решенных дома) из разделов, указанных в тематике практических занятий (вторая половина занятия).

Каждый студент за время проведения практических занятий должен выступить с докладом по выбранному им реферату и задать как минимум два вопроса по выступлениям других студентов. Темы рефератов приведены в заданиях для самостоятельной работы. В работах такого рода должны присутствовать следующие структурные элементы: название темы, содержание работы, введение, основная содержательная часть (не менее 10 страниц), заключение, список использованных источников и литературы (при написании следует ориентироваться на актуальные требования по оформлению курсовых и выпускных квалификационных работ).

Во введении непременно следует поставить проблему, обосновать ее актуальность, дать краткую характеристику используемых в работе источников и научных публикаций, четко сформулировать цель и задачи работы. В заключительной части обязательно наличие основных результирующих выводов по затронутым проблемам. Только при соблюдении всех этих требований может оцениваться уже собственно содержательная часть работы.

Оценка за реферат выставляется в соответствии со следующими критериями:

Время выступления одного студента с ответами на вопросы 30-40 минут, на доклад отводится 10-30 минут.

Подготовка реферата и отчета по подготовленному реферату (доклад (от 0 до 3), ответы на вопросы по реферату (от 0 до 3 баллов), оценка реферата по содержанию (от 0 до 4 баллов)). Максимально 10 баллов..

## **6.2. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости по дисциплине**

В соответствии с принятой в СГУ имени Н. Г. Чернышевского балльно-рейтинговой системой учета достижений студента (БАРС) баллы, полученные в ходе текущего контроля, распределяются по четырем группам:

- лекции;
- практические занятия;
- самостоятельная работа;
- другие виды учебной деятельности.

1. Посещение **лекций** и участие в формах экспресс-контроля – от 0 до 7 баллов (по 1 баллу за блиц-опрос). Блиц-опрос осуществляется по материалу лекции.

2. Посещение практических занятий, выполнение программы занятий – от 0 до 20 баллов в зависимости от семестра, учитывают выполнение программы занятий, активность студента на занятии, включая активность при работе у доски, опросах, дискуссиях, активность при выполнении домашних заданий

Планы практических занятий см. в разделе 6.1.1.

3. Самостоятельная работа:

– Самостоятельная работа (от 0 до 10 баллов в зависимости от семестра). (Демоверсию самостоятельных работ, методические указания и критерии оценивания см. в разделе 6.1.2).

– Проверочная контрольная работа (от 0 до 20 баллов в зависимости от семестра). (Демоверсию контрольных работ, методические указания и критерии оценивания см. в разделе 6.1.3).

– Подготовка и защита реферата (от 0 до 10 баллов в зависимости от семестра). (Демоверсию контрольных работ, методические указания и критерии оценивания см. в разделе 6.1.4).

4. Другие виды учебной деятельности:

– Другие виды учебной деятельности: успешное проведения исследовательской работы в рамках дисциплины, участие в предметных олимпиадах, кружках (от 0 до 3 баллов).

## **6.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине**

### **Перечень вопросов к экзамену**

#### **1 семестр**

1. Направленные отрезки (определение, длина, направленность). Эквивалентные направленные отрезки (определение, признак, свойства отношения).
2. Векторы (определение, лемма о равенстве векторов, направленность, коллинеарность, длина).
3. Сложение и вычитание векторов (определение, существование и единственность, правила треугольника и параллелограмма, свойства).
4. Произведение вектора на число (определение, лемма, теорема (свойства)).
5. Коллинеарные и компланарные векторы (определения, теоремы).
6. Линейно зависимые и независимые системы векторов (определения, свойства).

7. Трехмерное векторное пространство, его базис (определение, теорема о разложении вектора по трем некопланарным векторам, следствия).
8. Координаты вектора (определение, теорема, признак коллинеарности векторов в координатной форме).
9. Ортонормированный базис. Геометрический смысл координат вектора в ортонормированном базисе.
10. Скалярное произведение векторов (определение, теорема о выражении скалярного произведения через координаты векторов, следствия).
11. Скалярное произведение векторов (определение, свойства скалярного произведения).
12. Векторные подпространства.
13. Аффинная система координат на плоскости (определения, координаты точки, координаты вектора, ортонормированный репер, длина вектора).
14. Деление отрезка в данном отношении.
15. Ориентация плоскости. Ориентированный угол (определения, утверждение о сумме двух направленных углов, координаты произвольного вектора в ортонормированном репере, задача о вычислении угла между двумя векторами в ортонормированном репере).
16. Формулы преобразования аффинных координат.
17. Формулы преобразования прямоугольных координат.
18. Полярная система координат. Формулы перехода от полярной системы координат к прямоугольной и обратно. Обобщенная полярная система координат.
19. Способы задания прямой на плоскости. Виды уравнений прямой.
20. Общее уравнение прямой. Особенности расположения прямой относительно системы координат. Геометрический смысл знака трехчлена  $Ax+By+C$ .
21. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
22. Взаимное расположение двух прямых. Угол между двумя прямыми.
23. Пучки прямых.
24. Эллипс. Определение, вывод канонического уравнения. Построение с помощью циркуля и линейки.
25. Свойства эллипса. Зависимость его формы от эксцентриситета. Построение эллипса с помощью циркуля и линейки. Параметрические уравнения эллипса.
26. Гипербола. Определение, вывод канонического уравнения. Построение гиперболы с помощью циркуля и линейки.
27. Свойства гиперболы. Зависимость её формы от эксцентриситета. Построение гиперболы с помощью циркуля и линейки.
28. Определение гиперболы. Асимптоты гиперболы. Расположение ветвей гиперболы относительно её асимптот. Построение гиперболы с помощью циркуля и линейки.
29. Парабола. Определение, вывод канонического уравнения. Свойства. Построение параболы с помощью циркуля и линейки.
30. Директрисы эллипса. Директориальное свойство эллипса (теорема).
31. Директрисы гиперболы. Директориальное свойство гиперболы (теорема).
32. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.
33. Общее уравнение линии второго порядка. Приведение его к каноническому виду (аффинный поворот).
34. Общее уравнение линии второго порядка. Приведение его к каноническому виду (параллельный перенос).
35. Классификация линий второго порядка.
36. Центр линии второго порядка.
37. Пересечение линии второго порядка с прямой. Асимптотические направления.
38. Асимптота (определение, теорема), наличие асимптот у линий различных типов.
39. Касательная к линии второго порядка.
40. Диаметры линии второго порядка.
41. Сопряженные направления, сопряженные диаметры.

42. Главные направления, главные диаметры.

### Перечень вопросов к экзамену 2 семестр

1. Ориентация пространства. Свойства ориентированных реперов.
2. Векторное произведение векторов. Алгебраические свойства.
3. Векторное произведение векторов. Геометрический смысл.
4. Выражение векторного произведения через координаты перемножаемых векторов.
5. Смешанное произведение векторов. Свойства.
6. Смешанное произведение векторов. Геометрический смысл.
7. Способы задания плоскости, виды уравнений.
8. Расстояние от точки до плоскости.
9. Угол между плоскостями.
10. Геометрический смысл знака многочлена  $Ax+By+Cz+D$ .
11. Взаимное расположение двух плоскостей.
12. Пучки плоскостей.
13. Способы задания прямой в пространстве, виды уравнений.
14. Взаимное расположение прямых.
15. Взаимное расположение прямой и плоскости.
16. Угол между двумя прямыми.
17. Угол между прямой и плоскостью.
18. Определение поверхности.
19. Определение алгебраической поверхности.
20. Определение поверхности второго порядка.
21. Сущность метода сечений.
22. Теорема, на которой основан метод сечений.
23. Понятие цилиндрической поверхности.
24. Виды цилиндрических поверхностей.
25. Понятие конической поверхности.
26. Определение конического сечения.
27. Понятие поверхности вращения.
28. Эллипсоид вращения. Эллипсоид.
29. Однополостный гиперболоид вращения. Однополостный гиперболоид.
30. Двуполостный гиперболоид вращения. Двуполостный гиперболоид.
31. Эллиптический параболоид вращения. Эллиптический параболоид.
32. Гиперболический параболоид.
33. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
34. Определение  $n$ -мерного векторного пространства. Аксиомы сложения, умножения вектора на скаляр, аксиомы размерности.
35. Определение  $n$ -мерного векторного евклидова пространства: аксиомы скалярного произведения. Модуль вектора, ортогональность векторов, угол между векторами.
36. Определение  $n$ -мерного аффинного пространства: аксиомы откладывания вектора от точки. Некоторые простейшие следствия  $1^0-5^0$ .
37. Аффинная система координат. Преобразование координат.
38. Определение  $k$ -мерной плоскости. Параметрические и общие уравнения плоскости. Их взаимосвязь.
39. Взаимное расположение двух многомерных плоскостей.
40. Определение гиперплоскости. Взаимное расположение двух гиперплоскостей.
41. Определение  $n$ -мерного точечно-векторного евклидова пространства. Определение и свойства расстояния. Гиперплоскость в  $E_n$ . Ортогональные многомерные плоскости.

42. Аффинные преобразования в  $A_1$ . Группа аффинных преобразований. Некоторые виды аффинных преобразований.
43. Определение билинейной формы. Матрица билинейной формы. Симметрические и положительно определенные билинейные формы. Примеры.
44. Определение квадратичной формы. Примеры. Взаимосвязь симметрической билинейной формы и квадратичной формы.
45. Приведение квадратичной формы к каноническому или нормальному виду. Примеры.
46. Закон инерции квадратичной формы.
47. Положительно-определенные квадратичные формы.
48. Определение квадрики в  $A_1$ . Центр квадрики. Условия существования центра. Примеры.
49. Цилиндрические и конические квадрики.
50. Приведение уравнения квадрики к каноническому виду. Классификация квадрик.
51. Классификация квадрик в пространстве  $A_3$ .
52. Понятие полного изображения.
53. Свойства параллельного проектирования плоскости на плоскость.
54. Изображение треугольника при параллельном проектировании.
55. Изображение четырехугольников при параллельном проектировании.
56. Изображение произвольного многоугольника при параллельном проектировании.
57. Изображение окружности при параллельном проектировании.
58. Теорема об изображении окружности в ортогональной проекции.
59. Теорема об изображении квадрата в ортогональной проекции.
60. Теорема об изображении треугольника в ортогональной проекции.
61. Теорема об изображении четырехугольника в ортогональной проекции.
62. Теорема Польке-Шварца.
63. Теорема Польке.
64. Проекция пространственной фигуры: куб, параллелепипед.
65. Проекция пространственной фигуры: призма, пирамида.
66. Проекция пространственной фигуры: цилиндр, конус.
67. Изображение сферы в ортогональной проекции.
68. Аксонометрия. Некоторые задачи: изображение точек, прямых, плоскостей.
69. Полные и неполные изображения. Коэффициент неполноты.
70. Позиционные задачи. Связь между полным изображением и аксонометрией.
71. Метрические задачи.
72. Понятие о методе Монжа. Некоторые задачи.
73. Понятие о перспективе.
74. Определение центрального проектирования плоскости на плоскость. Свойства.
75. Определение проективного пространства.
76. Модели проективной прямой.
77. Модели проективной плоскости.
78. Проективные координаты на прямой.
79. Проективные координаты на плоскости.
80. Уравнение прямой на проективной плоскости.
81. Принцип двойственности на проективной плоскости (примеры).
82. Прямая теорема Дезарга.
83. Обратная теорема Дезарга.
84. Использование прямой и обратной теорем Дезарга в задачах на построение одной линейкой.
85. Определение сложного отношения 4-х точек прямой. Выражение сложного отношения в проективных координатах на прямой для собственных точек.

86. Определение сложного отношения 4-х точек прямой. Выражение сложного отношения в проективных координатах на расширенной плоскости.
87. Алгебраические свойства сложного отношения 1 $\sigma$ –5 $\sigma$ .
88. Геометрический смысл сложного отношения четырех точек расширенной прямой.
89. Выражение сложного отношения 4-х точек в проективных координатах на плоскости. Связь проективных координат на плоскости и на прямой.
90. Гармоническая четверка точек на прямой.
91. Понятие полного четырехвершинника. Гармоническая четверка точек на диагонали полного четырехвершинника.
92. Понятие полного четырехвершинника. Гармоническая четверка точек на стороне полного четырехвершинника.
93. Построение 4-ой гармонической точки.
94. Использование гармонических свойств полного четырехвершинника в задачах на построение.
95. Линии второго порядка на проективной плоскости.
96. Приведение уравнения линий второго порядка к каноническому виду и их классификация.
97. Определение поляры и ее геометрический смысл.
98. Полюсы, полярное соответствие, закон взаимности.
99. Приближенные построения поляр и полюсов.
100. Точное построение поляр и полюсов.
101. Теорема Паскаля.
102. Обратная теорема Паскаля. Применение к решению задач.
103. Особые случаи прямой и обратной теоремы Паскаля.
104. Задачи на построение, связанные с овальной линией.
105. Двойственные теоремы. Теорема Брианшона.
106. Применение теоремы Брианшона к решению задач.
107. Особые случаи теоремы Брианшона.
108. Аффинная геометрия на плоскости с точки зрения проективной.
109. Евклидова геометрия на плоскости с точки зрения проективной.
110. Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида.
111. Критика геометрической системы Евклида.
112. Проблема пятого постулата, эквивалентность его аксиоме параллельных.
113. Эквивалентность аксиомы параллельных теореме о сумме углов треугольника.
114. Предложения эквивалентные пятому постулату Евклида. Исследователи геометрии Евклида – Саккери, Ламберт, Лежандр.
115. Н.И. Лобачевский и его геометрия.
116. Аксиомы 1 группы системы Гильберта и следствия из них.
117. Аксиомы 2 группы системы Гильберта. Следствия.
118. Аксиомы 3 группы системы Гильберта. Примеры доказательства теорем.
119. Аксиома параллельности Лобачевского. Параллельные прямые по Лобачевскому.
120. Треугольники и четырехугольники геометрии Лобачевского.
121. Взаимное расположение прямых в плоскости Лобачевского. Окружность, эквидистанта, орицикл.
122. Доказательство непротиворечивости геометрии Лобачевского.
123. Понятие математической структуры. Примеры.
124. Интерпретации системы аксиом. Изоморфизм интерпретаций. Примеры.
125. Требования, предъявляемые к системе аксиом: непротиворечивость, независимость, полнота.
126. Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства.
127. Непротиворечивость и полнота систем аксиом Вейля.
128. Определение в схеме Вейля основных понятий системы Гильберта.

129. Аксиоматическое построение школьного курса геометрии.



## 7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	7	0	10	40	0	3	40	100
2	7	0	10	40	0	3	40	100

### Программа оценивания учебной деятельности студента

1 семестр

#### Лекции

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 7 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на занятиях, включая активность при опросах, проведении проблемных лекций и дискуссий, оценивается от 0 до 7 баллов.

#### Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

#### Практические занятия

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 10 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на практических занятиях, включая активность при работе у доски, опросах, дискуссиях, оценивается от 0 до 3 баллов;
- активность при выполнении домашних заданий оценивается за семестр от 0 до 7 баллов.

#### Самостоятельная работа.

1. Самостоятельная работа № 1,2 (от 0 до 20 баллов).

2. Контрольная работа №1,2 (от 0 до 20 баллов).

Критерии оценивания:

процент выполненных заданий каждой контрольной работы или теста умножается на максимальное количество баллов за контрольную работу или самостоятельную работу.

#### Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

#### Другие виды учебной деятельности

Оценивается успешность проведения исследовательской работы в рамках дисциплины, участие в олимпиадах по математическим дисциплинам. – от 0 до 3 баллов.

#### Промежуточная аттестация. Экзамен

Промежуточная аттестация проводится в форме ответов на вопросы в экзаменационном билете и решении задач.

при проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 33 до 40 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 26 до 32 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 15 до 25 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 14 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «Геометрия» составляет 100 баллов.

**Таблица 2. Пересчет полученной студентом суммы баллов в оценку**

86–100	отлично
70–85	хорошо
51–69	удовлетворительно
50 и менее	неудовлетворительно

2 семестр

**Лекции**

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 7 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на занятиях, включая активность при опросах, проведении проблемных лекций и дискуссий, оценивается от 0 до 7 баллов.

**Лабораторные занятия**

Не предусмотрены.

**Практические занятия**

Опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 10 баллов.

Критерии оценивания:

- активность студента за семестр на практических занятиях, включая активность при работе у доски, опросах, дискуссиях, оценивается от 0 до 3 баллов;
- активность при выполнении домашних заданий оценивается за семестр от 0 до 7 баллов.

**Самостоятельная работа.**

1. Самостоятельная работа № 3,4 (от 0 до 16 баллов).

2. Контрольная работа №3,4 (от 0 до 16 баллов).

3. Защита реферата (от 0 до 8 баллов).

Критерии оценивания:

процент выполненных заданий каждой контрольной или самостоятельной работы умножается на максимальное количество баллов за контрольную работу или самостоятельную работу.

**Автоматизированное тестирование**

Не предусмотрено.

**Другие виды учебной деятельности**

Оценивается успешность проведения исследовательской работы в рамках дисциплины, участие в олимпиадах по математическим дисциплинам. – от 0 до 3 баллов.

**Промежуточная аттестация. Экзамен**

Промежуточная аттестация проводится в форме ответов на вопросы в экзаменационном билете и решении задач.

при проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 33 до 40 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 26 до 32 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 15 до 25 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 14 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 2 семестр по дисциплине «Геометрия» составляет 100 баллов.

**Таблица 2. Пересчет полученной студентом суммы баллов в оценку**

86–100	отлично
70–85	хорошо

51–69	удовлетворительно
50 и менее	неудовлетворительно

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) литература

1. Аналитическая геометрия. В 2 частях. Часть 1 : практические занятия : учебно-методическое пособие / составитель Ю. И. Михайлов [и др.]. – Балашов : Николаев, 2003. – 92 с.
2. Атанасян, Л. С. Геометрия. В 2 частях. Часть 1 : учебное пособие для студентов / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. – Москва : Просвещение, 1986. – 336 с.
3. Атанасян, Л. С. Геометрия. В 2 частях. Часть 2 : учебное пособие для студентов / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. – Москва : Просвещение, 1987. – 336 с.
4. Атанасян, Л. С. Задачник-практикум по геометрии : учебное пособие / Л. С. Атанасян, М. М. Цаленко. – Москва : Просвещение, 1994. – 192 с.
5. Базылев, В. Т. Геометрия : учебное пособие для студентов / В. Т. Базылев. – Москва : Просвещение, 1974. – 351 с.
6. Базылев, В. Т. Геометрия. Проективное пространство и методы изображений основания геометрии, элементы топологии линии и поверхности в евклидовом пространстве : учебное пособие для студентов / В. Т. Базылев, К. И. Дуничев. – Москва : Просвещение, 1975. – 367 с.
7. Костырев, Г. Е. Методы изображений : методическое пособие / Г. Е. Костырев, В. А. Макорта. – Балашов, 1992. – 64 с.
8. Сборник задач по геометрии : учебное пособие для студентов / В. Т. Базылев [и др.] ; под редакцией В. Т. Базылева. – Москва : Просвещение, 1980. – 238 с.
9. Фурлетова, О. А. Аналитическая геометрия : практические занятия. В 2 частях. Часть 2 : учебно-методическое пособие / О. А. Фурлетова, Е. Ю. Павлова. – Балашов : Николаев, 2009. – 56 с.

Зав. библиотекой  (Гаманенко О. П.)

## б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

### Программное обеспечение

1. Средства MicrosoftOffice
  - MicrosoftOfficeWord – текстовый редактор;
  - MicrosoftOfficeExcel – табличный редактор;
  - MicrosoftOfficePowerPoint – программа подготовки презентаций;
2. IQBoardSoftware – специально разработанное для интерактивных методов преподавания и презентаций программное обеспечение интерактивной доски.
3. ИРБИС – система автоматизации библиотек.
4. Операционная система специального назначения «ASTRALINUXSPECIALEDITION».

### Интернет-ресурсы

1. **eLIBRARY.RU** [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека. – URL: <http://www.elibrary.ru>
2. **ibooks.ru**[Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://ibooks.ru>
3. **Znanium.com**[Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://znanium.com>
4. **Единая** коллекция цифровых образовательных ресурсов [Электронный ресурс]. – URL: <http://scool-collection.edu.ru>
5. **Единое окно** доступа к образовательным ресурсам сайта Министерства образования и науки РФ [Электронный ресурс]. – URL: <http://window.edu.ru>
6. **Издательство «Лань»** [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://e.lanbook.com/>
7. **Издательство МЦНМО** [Электронный ресурс]. – URL: [www.mccme.ru/free-books](http://www.mccme.ru/free-books). Свободно распространяемые книги.
8. **Математическая библиотека** [Электронный ресурс]. – URL: [www.math.ru/lib](http://www.math.ru/lib). Большая библиотека, содержащая как книги, так и серии брошюр, сборников. В библиотеке представлены не только книги по математике, но и по физике и истории науки.
9. **Образовательный математический сайт** [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.exponenta.ru> Содержит материалы по работе с математическими пакетами Mathcad, MATLAB, MathematicalMaple и др., методические разработки, примеры решения задач, выполненные с использованием математических пакетов. Форум и консультации для студентов и школьников.
10. **Рукопт** [Электронный ресурс]: межотраслевая электронная библиотека. – URL: <http://rucont.ru>
11. **Электронная библиотека БИ СГУ** [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.bfsgu.ru/elbibl>
12. **Электронная библиотека СГУ** [Электронный ресурс]. – URL: <http://library.sgu.ru/>

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

- Учебные аудитории, оборудованные комплектом мебели, доской.
- Комплект проекционного мультимедийного оборудования.
- Библиотека с информационными ресурсами на бумажных и электронных носителях.
- Офисная оргтехника.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)».

Авторы – Насонова Е.Д., Костырев Г.Е.

Программа одобрена на заседании кафедры математики, информатики, физики.  
Протокол № 1 от «30» августа 2021 года.