

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»

Балашовский институт (филиал)

СОГЛАСОВАНО

заведующий кафедрой

 Сухорукова Е.В.

" 31 " августа 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ

председатель НМК БИ СГУ

 Мазалова М. А.

" 31 " августа 2022 г.

Фонд оценочных средств

для текущего контроля и промежуточной аттестации
по дисциплине

Теория многочленов

Направление подготовки бакалавриата

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профили подготовки бакалавриата

Математика и физика

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Балашов

2022

Карта компетенций

Контролируемые компетенции (шифр компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык)	Виды заданий и оценочных средств
<p>УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</p>	<p>1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.</p>	<p>З_1.1_Б.УК-1. Студент знает термины и понятия дисциплин предметной подготовки, ориентируется в персоналиях, фактах, хронологиях, концепциях, категориях, законах, закономерностях, дискуссионных вопросах, актуальных проблемах соответствующих наук в объеме, предусмотренном рабочей программой дисциплины; владеет фактической базой школьного образования в предметных областях «Математика» и «Информатика».</p>	<p>Проверочная работа</p>
	<p>2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p>	<p>З_2.1_Б.УК-1. Студент знаком с наиболее авторитетными источниками научной информации по дисциплинам предметной подготовки, по дидактике и частным методикам (законодательные акты, научные издания, электронные ресурсы, учебная литература, научно-популярная литература, справочные издания)</p>	<p>Проверочная работа</p>
	<p>3.1_Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>З_3.1_Б.УК-1. Студент знает научные основы содержания школьного математического образования, ориентируется в проблематике и достижениях современной математики и информационных технологий</p>	<p>Проверочная работа</p>
<p>ПК-1.Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках основных образовательных программ общего образования, по программам дополни-</p>	<p>2.1_Б.ПК-1. Готов к реализации программ дополнительного образования детей и взрослых в соответствии с профилем подготовки.</p>	<p>У_2.1_Б.ПК-1. Студент способен соотнести содержание изученных теоретических дисциплин с содержанием и проблемами школьного математического и информатического образования</p>	<p>Проверочная работа</p>
	<p>3.1_Б.ПК-1. Владеет си-</p>	<p>В_3.1_Б.ПК-1. Студент</p>	<p>Проверочная</p>

<p>тельного образования детей и взрослых.</p>	<p>ствием научных знаний в соответствующей предметной области (по профилю подготовки).</p>	<p>владеет основами алгоритмического мышления и способен решать задачи, соответствующие современным образовательным стандартам, с использованием стандартных алгоритмов и приёмов</p>	<p>работа</p>
---	--	---	---------------

Показатели оценивания результатов обучения

Показатели оценивания результатов обучения ориентированы на шкалу оценивания, установленную в балльно-рейтинговой системе, принятой в СГУ имени Н. Г. Чернышевского.

Семестр	Шкала оценивания	
	не зачтено	зачтено
4 семестр	Студент демонстрирует низкий уровень достижения результатов. Не более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.	Студент демонстрирует удовлетворительный уровень достижения результатов. Более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.

Оценочные средства

1. Задания для текущего контроля

По дисциплине

Задания для текущего контроля по дисциплине носят комплексный характер и направлены на проверку сформированности компетенций УК -1, ПК-1.

В соответствии с принятой в СГУ имени Н. Г. Чернышевского балльно-рейтинговой системой учета достижений студента (БАРС) баллы, полученные в ходе текущего контроля, распределяются по следующим группам:

– самостоятельная работа;

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА: от 0 до 40 баллов за семестр.

1. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа №1

Многочлены от нескольких переменных

Демонстрационный вариант

1) Запишите в лексикографическом виде:

$$15x + 2 - 16y + 8xy + 2x^2y^2 + x^2y^3 + x^2.$$

2) Выразите через элементарные симметрические многочлены:

$$x_1^4x_2^2 + x_1^4x_3^2 + x_2^2x_3^4 + x_2^4x_1^2 + x_2^4x_3^2 + x_1^2x_3^4.$$

Самостоятельная работа № 2

Демонстрационный вариант

Решите над полем \mathbb{C} систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 6xy - 7x - y^2 - 11y + 12 = 0, \\ x^2 - 3x + y^2 - y = 0. \end{cases}$$

Самостоятельная работа № 3

Многочлены над полем \mathbb{Q} . Алгебраические числа.

Демонстрационный вариант

1) Докажите, исходя из определения алгебраического числа, что число $\sqrt{2} + \sqrt[3]{5}$ является алгебраическим, и найдите его степень.

2) Найдите выражение числа $\sqrt{2}$ в виде $\frac{f(\theta)}{g(\theta)}$, где $\theta = \sqrt{2} + \sqrt[3]{5}$, $f(x), g(x) \in \mathbb{Z}[x]$.

Самостоятельная работа № 4

Демонстрационный вариант

Освободиться от α в знаменателе дроби

$$\frac{\alpha^2 - 3\alpha + 1}{\alpha^2 + 2\alpha + 1},$$

если α — корень уравнения $x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$.

Критерии оценивания.

Рейтинговый контроль по практическим работам производится при выполнении практических заданий во время практических занятий.

Баллы	Критерии оценивания
5	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет без погрешностей и замечаний, на все вопросы при защите практической работы дал правильные ответы.
4	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет с небольшими погрешностями в оформлении и/или реализации требований к составу описаний, на защите затруднялся при ответах на некоторые вопросы, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
3	Практическая работа выполнена в соответствии с требованиями, студент представил отчет с существенными погрешностями в оформлении, неспособен правильно интерпретировать полученные результаты, на защите затруднялся и/или не ответил на большинство вопросов, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
1	Студент самостоятельно выполнил практическую работу, неспособен пояснить содержание отчета, не ответил ни на один контрольный вопрос на защите

2. Контрольная работа

Многочлены от одной переменной

Демонстрационный вариант

- 1) Разложите многочлен $x^4 - 2x^3 + 2x - 1$ на множители.
- 2) Найдите наибольший общий делитель двух многочленов и его линейное представление:

$$3x^6 - 2x^5 + x^4 + 11x^3 - 6x^2 + 3x + 6 \text{ и } x^5 - x^4 + x^3 + 3x^2 - 3x + 3.$$

- 3) Выделите кратные неприводимые множители:

$$x^7 - 6x^6 + 15x^5 - 18x^4 + 4x^3 + 16x^2 - 20x + 8 \in Q[x].$$

- 4) Для многочлена $3x^5 - 2x^4 + x^3 - 10x + 8$ определите кратность корня $c=1$.

- 5) Разложите многочлен $x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 50x + 90$ по степеням $x + 2$.

- 6) Представьте дробь $\frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 3)^4}$ в виде суммы простейших дробей.

Контрольная работа № 2

Многочлены над полем C . Многочлены над полем R

Демонстрационный вариант

- 1) Найдите все рациональные корни многочлена $x^4 + x^3 - 11x^2 - 5x + 30$.
- 2) Число $1 + \sqrt{3}$ является корнем многочлена $x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 2$. Найдите остальные корни многочлена.
- 3) Найдите многочлен наименьшей степени с вещественными коэффициентами, имеющих двойные корни $1+2i$, $2+3i$, простой корень 1 .
- 4) Решите уравнение 3 степени: $x^3 + 3x^2 - 6x - 36 = 0$.
- 5) Решите уравнение 4 степени: $x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x - 1 = 0$.

Баллы	Критерии оценивания
5	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет без погрешностей и замечаний, на все вопросы при защите практической работы дал правильные ответы.
4	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет с небольшими погрешностями в оформлении и/или реализации требований к составу описаний, на защите затруднялся при ответах на некоторые вопросы, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
3	Практическая работа выполнена в соответствии с требованиями, студент представил отчет с существенными погрешностями в оформлении, неспособен правильно интерпретировать полученные результаты, на защите затруднялся и/или не ответил на большинство вопросов, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
1	Студент самостоятельно выполнил практическую работу, неспособен пояснить содержание отчета, не ответил ни на один контрольный вопрос на защите

Задания для промежуточной аттестации

1. Список вопросов к экзамену / зачёту

Методические рекомендации по подготовке.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в 4 семестре в виде зачета. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период аудиторных занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется основной и дополнительной литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины). На зачете студенту предлагается один теоретический вопрос, который нужно проиллюстрировать практическим примером и одно практическое задание.

Перечень вопросов к зачету

1. Простое трансцендентное расширение области целостности.
2. Степень многочлена.
3. Деление многочлена на двучлен $(x - a)$ и корни многочлена.
4. Наибольшее возможное число корней многочлена в области целостности.
5. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
6. Теорема о делении с остатком.
7. Наибольший общий делитель.
8. Алгоритм Евклида.
9. Наименьшее общее кратное.
10. Неприводимые над полем многочлены.
11. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность.
12. Формальная производная многочлена.
13. Разложение многочлена по степеням двучлена $x - a$.
14. Неприводимые кратные множители многочлена.
15. Кратные корни многочлена.
16. Кратное трансцендентное расширение $K[x_1, \dots, x_n]$ области целостности K .
17. Степень многочлена.
18. Разложение многочлена над полем в произведение неприводимых множителей и его единственность.
19. Поле $P(x_1, \dots, x_n)$ рациональных дробей.
20. Словарное упорядочение членов многочлена; высший член произведения многочленов.
21. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее.
22. Результат двух многочленов. Исключение переменной из системы двух уравнений с двумя переменными.
23. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел; разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей. Формулы Виета.
24. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
25. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей.
26. Уравнения третьей степени.
27. Уравнения четвертой степени.
28. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
29. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
30. Простое расширение поля.
31. Алгебраические и трансцендентные числа.
32. Строение простого алгебраического расширения поля.

33. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
34. Конечное расширение поля.
35. Составное алгебраическое расширение поля.
36. Поле алгебраических чисел, его алгебраическая замкнутость.
37. Понятие разрешимости уравнения в радикалах.
38. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах.
39. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.

Примеры задач:

1. Найти НОД(f, g): $f(x) = x^6 - 7x^4 + 8x^3 - 7x + 7$; $g(x) = 3x^5 - 7x^3 + 3x^2 - 7$.
 2. Выразить НОД(f, g) через данные многочлены $f(x)$ и $g(x)$, если $f(x) = 4x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 5x + 9$; $g(x) = 2x^3 - x^2 - 5x + 4$.
 3. Разделить многочлен $f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1+i)x^2 - 3x + 7 + i$ на двучлен $(x+i)$ с помощью схемы Горнера.
 4. Разложить многочлен $f(x) = x^3 + 2ix - 3$ по степеням двучлена $(x-1)$, найти значение многочлена и всех его производных при $x = 1$.
 5. Расположить многочлен $f(x) = 2(x-3)^6 + 7(x-3)^5 + (x-3)^4 - 5(x-3)^2 + 4$ по степеням x .
 6. Найти кратность k корня $x_0 = -1$ многочлена $f(x) = x^5 - 4x^4 - 6x^3 + 16x^2 + 29x + 12$.
 7. Зная, что число a является корнем многочлена $f(x)$, найти остальные его корни:
 - а) $f(x) = 3x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 4x - 2$; $a = 1 + i$;
 - б) $f(x) = x^6 + x^5 + 3x^4 + 2x^3 + 3x^2 + x + 1$; $a = i$.
 8. Найти многочлен f наименьшей степени, имеющий простой корень $-i$ и трёхкратный корень 2, если
 - а) $f(x)$ имеет комплексные коэффициенты;
 - б) $f(x)$ имеет действительные коэффициенты.
 9. Отделить кратные множители многочлена $f(x) = x^6 - 15x^4 + 8x^3 + 51x^2 - 72x + 27$.
 10. Решить уравнения:
 - а) $x^3 - 9x^2 + 18x - 28 = 0$; б) $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 2x + 3 = 0$.
 11. Найти рациональные корни многочлена $f(x)$:
 - а) $f(x) = 6x^4 + 19x^3 - 7x^2 - 26x + 12$;
 - б) $f(x) = 4x^4 - 7x^2 - 5x - 1$
 12. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби:
 - а) $t = \frac{3\sqrt{2}+1}{\sqrt[4]{8}+\sqrt[4]{2}+1}$; б) $t = \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}+\sqrt[4]{7}-1}$.
 13. Выразить многочлен $f(x_1, x_2, x_3)$ через основные симметрические многочлены:
 - а) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$;
 - б) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 - 2x_1^2x_2^2 - 2x_2^2x_3^2 - 2x_1^2x_3^2$;
 - в) $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2)^2(x_1 - x_3)^2(x_2 - x_3)^2$.
 14. Вычислить результат двух многочленов:
 - а) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$; $g(x) = 2x^2 - x - 1$;
 - б) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - x + 2$; $g(x) = x^4 - 2x^2 - 3x + 4$.
- Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} y^2 + x^2 - y - 3x = 0; \\ y^2 - 6xy - x^2 + 11y + 7x - 12 = 0. \end{cases}$$

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры математики, информатики, физики (Протокол № 1 от «31» августа 2022 года).
Автор – Насонова Е.Д.