

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»**

**Балашовский институт (филиал)**

---

СОГЛАСОВАНО

заведующий кафедрой

 Сухорукова Е.В.

" 31 " августа 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ

председатель НМК БИ СГУ

 Мазалова М. А.

" 31 " августа 2022 г.

**Фонд оценочных средств**

для текущего контроля и промежуточной аттестации  
по дисциплине

**Теория многочленов**

Направление подготовки бакалавриата

**44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Профили подготовки бакалавриата

**Математика и информатика**

Квалификация (степень) выпускника

**Бакалавр**

Форма обучения

**Очная**

Балашов

2022

## Карта компетенций

Контролируемые компетенции (шифр компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык)	Виды заданий и оценочных средств
<p><b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</p>	<p><b>1.1_Б.УК-1.</b> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.</p>	<p><b>З_1.1_Б.УК-1.</b> Студент знает термины и понятия дисциплин предметной подготовки, ориентируется в персоналиях, фактах, хронологиях, концепциях, категориях, законах, закономерностях, дискуссионных вопросах, актуальных проблемах соответствующих наук в объеме, предусмотренном рабочей программой дисциплины; владеет фактической базой школьного образования в предметных областях «Математика» и «Информатика».</p>	<p>Проверочная работа</p>
	<p><b>2.1_Б.УК-1.</b> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p>	<p><b>З_2.1_Б.УК-1.</b> Студент знаком с наиболее авторитетными источниками научной информации по дисциплинам предметной подготовки, по дидактике и частным методикам (законодательные акты, научные издания, электронные ресурсы, учебная литература, научно-популярная литература, справочные издания)</p>	<p>Проверочная работа</p>
	<p><b>3.1_Б.УК-1.</b> Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p><b>З_3.1_Б.УК-1.</b> Студент знает научные основы содержания школьного математического образования, ориентируется в проблематике и достижениях современной математики и информационных технологий</p>	<p>Проверочная работа</p>
<p><b>ПК-1.</b>Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках основных образовательных программ общего образования, по программам дополни-</p>	<p><b>2.1_Б.ПК-1.</b> Готов к реализации программ дополнительного образования детей и взрослых в соответствии с профилем подготовки.</p>	<p><b>У_2.1_Б.ПК-1.</b> Студент способен соотнести содержание изученных теоретических дисциплин с содержанием и проблемами школьного математического и информатического образования</p>	<p>Проверочная работа</p>
	<p><b>3.1_Б.ПК-1.</b> Владеет</p>	<p><b>В_3.1_Б.ПК-1.</b> Студент</p>	<p>Проверочная</p>

<p>тельного образования детей и взрослых.</p>	<p>системой научных знаний в соответствующей предметной области (по профилю подготовки).</p>	<p>владеет основами алгоритмического мышления и способен решать задачи, соответствующие современным образовательным стандартам, с использованием стандартных алгоритмов и приёмов</p>	<p>работа</p>
---	--	---	---------------

## Показатели оценивания результатов обучения

Показатели оценивания результатов обучения ориентированы на шкалу оценивания, установленную в балльно-рейтинговой системе, принятой в СГУ имени Н. Г. Чернышевского.

Семестр	Шкала оценивания	
	не зачтено	зачтено
4 семестр	Студент демонстрирует низкий уровень достижения результатов. Не более 50% объема заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.	Студент демонстрирует удовлетворительный уровень достижения результатов. Более 50% объема заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.

## Оценочные средства

### 1. Задания для текущего контроля

#### По дисциплине

Задания для текущего контроля по дисциплине носят комплексный характер и направлены на проверку сформированности компетенций УК -1, ПК-1.

В соответствии с принятой в СГУ имени Н. Г. Чернышевского балльно-рейтинговой системой учета достижений студента (БАРС) баллы, полученные в ходе текущего контроля, распределяются по следующим группам:

– самостоятельная работа;

**САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА:** от 0 до 40 баллов за семестр.

#### 1. Самостоятельная работа

##### Самостоятельная работа №1

Многочлены от нескольких переменных

##### Демонстрационный вариант

- 1) Запишите в лексикографическом виде:

$$15x + 2 - 16y + 8xy + 2x^2y^2 + x^2y^3 + x^2.$$

- 2) Выразите через элементарные симметрические многочлены:

$$x_1^4x_2^2 + x_1^4x_3^2 + x_2^2x_3^4 + x_2^4x_1^2 + x_2^4x_3^2 + x_1^2x_3^4.$$

##### Самостоятельная работа № 2

##### Демонстрационный вариант

Решите над полем  $\mathbb{C}$  систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 6xy - 7x - y^2 - 11y + 12 = 0, \\ x^2 - 3x + y^2 - y = 0. \end{cases}$$

##### Самостоятельная работа № 3

Многочлены над полем  $\mathbb{Q}$ . Алгебраические числа.

##### Демонстрационный вариант

- 1) Докажите, исходя из определения алгебраического числа, что число  $\sqrt{2} + \sqrt[3]{5}$  является алгебраическим, и найдите его степень.

- 2) Найдите выражение числа  $\sqrt{2}$  в виде  $\frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ , где  $\theta = \sqrt{2} + \sqrt[3]{5}$ ,  $f(x), g(x) \in \mathbb{Z}[x]$ .

##### Самостоятельная работа № 4

##### Демонстрационный вариант

Освободиться от  $\alpha$  в знаменателе дроби

$$\frac{\alpha^2 - 3\alpha + 1}{\alpha^2 + 2\alpha + 1},$$

если  $\alpha$  — корень уравнения  $x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$ .

**Критерии оценивания.**

Рейтинговый контроль по практическим работам производится при выполнении практических заданий во время практических занятий.

Баллы	Критерии оценивания
5	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет без погрешностей и замечаний, на все вопросы при защите практической работы дал правильные ответы.
4	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет с небольшими погрешностями в оформлении и/или реализации требований к составу описаний, на защите затруднялся при ответах на некоторые вопросы, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
3	Практическая работа выполнена в соответствии с требованиями, студент представил отчет с существенными погрешностями в оформлении, неспособен правильно интерпретировать полученные результаты, на защите затруднялся и/или не ответил на большинство вопросов, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
1	Студент самостоятельно выполнил практическую работу, неспособен пояснить содержание отчета, не ответил ни на один контрольный вопрос на защите

## 2. Контрольная работа

Многочлены от одной переменной

### Демонстрационный вариант

- 1) Разложите многочлен  $x^4 - 2x^3 + 2x - 1$  на множители.
- 2) Найдите наибольший общий делитель двух многочленов и его линейное представление:

$$3x^6 - 2x^5 + x^4 + 11x^3 - 6x^2 + 3x + 6 \text{ и } x^5 - x^4 + x^3 + 3x^2 - 3x + 3.$$

- 3) Выделите кратные неприводимые множители:

$$x^7 - 6x^6 + 15x^5 - 18x^4 + 4x^3 + 16x^2 - 20x + 8 \in \mathcal{Q}[x].$$

- 4) Для многочлена  $3x^5 - 2x^4 + x^3 - 10x + 8$  определите кратность корня  $s=1$ .

- 5) Разложите многочлен  $x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 50x + 90$  по степеням  $x + 2$ .

- 6) Представьте дробь  $\frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 3)^4}$  в виде суммы простейших дробей.

### Контрольная работа № 2

Многочлены над полем  $\mathcal{C}$ . Многочлены над полем  $\mathbf{R}$

### Демонстрационный вариант

- 1) Найдите все рациональные корни многочлена  $x^4 + x^3 - 11x^2 - 5x + 30$ .
- 2) Число  $1 + \sqrt{3}$  является корнем многочлена  $x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 2$ . Найдите остальные корни многочлена.
- 3) Найдите многочлен наименьшей степени с вещественными коэффициентами, имеющий двойные корни  $1+2i$ ,  $2+3i$ , простой корень 1.
- 4) Решите уравнение 3 степени:  $x^3 + 3x^2 - 6x - 36 = 0$ .
- 5) Решите уравнение 4 степени:  $x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x - 1 = 0$ .

Баллы	Критерии оценивания
5	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет без погрешностей и замечаний, на все вопросы при защите практической работы дал правильные ответы.
4	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет с небольшими погрешностями в оформлении и/или реализации требований к составу описаний, на защите затруднялся при ответах на некоторые вопросы, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
3	Практическая работа выполнена в соответствии с требованиями, студент представил отчет с существенными погрешностями в оформлении, неспособен правильно интерпретировать полученные результаты, на защите затруднялся и/или не ответил на большинство вопросов, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
1	Студент самостоятельно выполнил практическую работу, неспособен пояснить содержание отчета, не ответил ни на один контрольный вопрос на защите

## Задания для промежуточной аттестации

### 1. Список вопросов к экзамену / зачёту

#### *Методические рекомендации по подготовке.*

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в 4 семестре в виде зачета. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период аудиторных занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется основной и дополнительной литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

На зачете студенту предлагается один теоретический вопрос, который нужно проиллюстрировать практическим примером и одно практическое задание.

#### **Перечень вопросов к зачету**

1. Простое трансцендентное расширение области целостности.
2. Степень многочлена.
3. Деление многочлена на двучлен  $(x - a)$  и корни многочлена.
4. Наибольшее возможное число корней многочлена в области целостности.
5. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
6. Теорема о делении с остатком.
7. Наибольший общий делитель.
8. Алгоритм Евклида.
9. Наименьшее общее кратное.
10. Неприводимые над полем многочлены.
11. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность.
12. Формальная производная многочлена.
13. Разложение многочлена по степеням двучлена  $x - a$ .
14. Неприводимые кратные множители многочлена.
15. Кратные корни многочлена.
16. Кратное трансцендентное расширение  $K[x_1, \dots, x_n]$  области целостности  $K$ .
17. Степень многочлена.
18. Разложение многочлена над полем в произведение неприводимых множителей и его единственность.
19. Поле  $P(x_1, \dots, x_n)$  рациональных дробей.
20. Словарное упорядочение членов многочлена; высший член произведения многочленов.
21. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее.
22. Результат двух многочленов. Исключение переменной из системы двух уравнений с двумя переменными.
23. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел; разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей. Формулы Виета.
24. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
25. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей.
26. Уравнения третьей степени.
27. Уравнения четвертой степени.
28. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
29. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
30. Простое расширение поля.
31. Алгебраические и трансцендентные числа.
32. Структура простого алгебраического расширения поля.



33. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
34. Конечное расширение поля.
35. Составное алгебраическое расширение поля.
36. Поле алгебраических чисел, его алгебраическая замкнутость.
37. Понятие разрешимости уравнения в радикалах.
38. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах.
39. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.

**Примеры задач:**

1. Найти НОД( $f, g$ ):  $f(x) = x^6 - 7x^4 + 8x^3 - 7x + 7$ ;  $g(x) = 3x^5 - 7x^3 + 3x^2 - 7$ .
  2. Выразить НОД( $f, g$ ) через данные многочлены  $f(x)$  и  $g(x)$ , если  $f(x) = 4x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 5x + 9$ ;  $g(x) = 2x^3 - x^2 - 5x + 4$ .
  3. Разделить многочлен  $f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1+i)x^2 - 3x + 7 + i$  на двучлен  $(x+i)$  с помощью схемы Горнера.
  4. Разложить многочлен  $f(x) = x^3 + 2ix - 3$  по степеням двучлена  $(x-1)$ , найти значение многочлена и всех его производных при  $x = 1$ .
  5. Расположить многочлен  $f(x) = 2(x-3)^6 + 7(x-3)^5 + (x-3)^4 - 5(x-3)^2 + 4$  по степеням  $x$ .
  6. Найти кратность  $k$  корня  $x_0 = -1$  многочлена  $f(x) = x^5 - 4x^4 - 6x^3 + 16x^2 + 29x + 12$ .
  7. Зная, что число  $a$  является корнем многочлена  $f(x)$ , найти остальные его корни:
    - а)  $f(x) = 3x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 4x - 2$ ;  $a = 1 + i$ ;
    - б)  $f(x) = x^6 + x^5 + 3x^4 + 2x^3 + 3x^2 + x + 1$ ;  $a = i$ .
  8. Найти многочлен  $f$  наименьшей степени, имеющий простой корень  $-i$  и трёхкратный корень 2, если
    - а)  $f(x)$  имеет комплексные коэффициенты;
    - б)  $f(x)$  имеет действительные коэффициенты.
  9. Отделить кратные множители многочлена  $f(x) = x^6 - 15x^4 + 8x^3 + 51x^2 - 72x + 27$ .
  10. Решить уравнения:
    - а)  $x^3 - 9x^2 + 18x - 28 = 0$ ; б)  $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 2x + 3 = 0$ .
  11. Найти рациональные корни многочлена  $f(x)$ :
    - а)  $f(x) = 6x^4 + 19x^3 - 7x^2 - 26x + 12$ ;
    - б)  $f(x) = 4x^4 - 7x^2 - 5x - 1$
  12. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби:
    - а)  $t = \frac{3\sqrt{2}+1}{\sqrt{8+4\sqrt{2}+1}}$ ; б)  $t = \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7+4\sqrt{7}-1}}$ .
  13. Выразить многочлен  $f(x_1, x_2, x_3)$  через основные симметрические многочлены:
    - а)  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$ ;
    - б)  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 - 2x_1^2x_2^2 - 2x_2^2x_3^2 - 2x_1^2x_3^2$ ;
    - в)  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2)^2(x_1 - x_3)^2(x_2 - x_3)^2$ .
  14. Вычислить результат двух многочленов:
    - а)  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ ;  $g(x) = 2x^2 - x - 1$ ;
    - б)  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - x + 2$ ;  $g(x) = x^4 - 2x^2 - 3x + 4$ .
- Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} y^2 + x^2 - y - 3x = 0; \\ y^2 - 6xy - x^2 + 11y + 7x - 12 = 0. \end{cases}$$

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры математики, информатики, физики (Протокол № 1 от «30» августа 2022 года).

Автор – Насонова Е.Д.