

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»**

Балашовский институт (филиал)

СОГЛАСОВАНО

заведующий кафедрой

 Сухорукова Е.В.

" 31 " августа 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ

председатель НМК БИ СГУ

 Мазалова М. А.

" 31 " августа 2022 г.

Фонд оценочных средств

для текущего контроля и промежуточной аттестации
по дисциплине

Практикум по решению задач повышенной трудности

Направление подготовки бакалавриата

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профили подготовки бакалавриата

Математика и информатика

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Балашов

2022

Карта компетенций

Контролируемые компетенции (шифр компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык)	Виды заданий и оценочных средств
<p>ПК-1.Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках основных образовательных программ общего образования, по программам дополнительного образования детей и взрослых.</p>	<p>2.1_Б.ПК-1. Готов к реализации программ дополнительного образования детей и взрослых в соответствии с профилем подготовки.</p>	<p>У_2.1_Б.ПК-1. Студент способен соотнести содержание изученных теоретических дисциплин с содержанием и проблемами школьного математического и физического образования</p>	<p>Проверочная работа</p>
	<p>3.1_Б.ПК-1. Владеет системой научных знаний в соответствующей предметной области (по профилю подготовки).</p>	<p>В_3.1_Б.ПК-1. Студент владеет основами алгоритмического мышления и способен решать задачи, соответствующие современным образовательным стандартам, с использованием стандартных алгоритмов и приёмов</p>	<p>Проверочная работа</p>
<p>ПК-2. Способен использовать возможности образовательной среды, образовательного стандарта общего образования для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения средствами преподаваемого предмета.</p>	<p>2.1_Б.ПК При осуществлении обучения и воспитания стремится к достижению личностных результатов образовательной деятельности.</p>	<p>У_2.1_Б.ПК-2. Студент способен к достижению личностных результатов в соответствии с содержанием и проблемами школьного математического и физического образования</p>	<p>Проверочная работа</p>
	<p>3.1_Б.ПК Формирует у обучающихся в процессе образования универсальные учебные действия и метапредметные понятия.</p>	<p>В_3.1_Б.ПК-2. Студент владеет основами методами формирования универсальных учебных действий и метапредметных понятий при решении задач, соответствующих современным образовательным стандартам, с использованием стандартных алгоритмов и приёмов</p>	<p>Проверочная работа</p>

Показатели оценивания результатов обучения

Показатели оценивания результатов обучения ориентированы на шкалу оценивания, установленную в балльно-рейтинговой системе, принятой в СГУ имени Н. Г. Чернышевского.

Семестр	Шкала оценивания	
	не зачтено	зачтено
7 семестр	Студент демонстрирует низкий уровень достижения результатов. Не более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.	Студент демонстрирует удовлетворительный уровень достижения результатов. Более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.

Оценочные средства

1. Задания для текущего контроля

По дисциплине

Задания для текущего контроля по дисциплине носят комплексный характер и направлены на проверку сформированности компетенций ПК-1, 2.

В соответствии с принятой в СГУ имени Н. Г. Чернышевского балльно-рейтинговой системой учета достижений студента (БАРС) баллы, полученные в ходе текущего контроля, распределяются по следующим группам:

– самостоятельная работа;

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА: от 0 до 40 баллов за семестр.

1. Самостоятельная работа

1. В конус, радиус основания которого равен 3, вписан шар радиуса 1,5.
 - а) Изобразите осевое сечение комбинации этих тел.
 - б) Найдите отношение площади полной поверхности конуса к площади поверхности шара.
2. Основанием пирамиды является трапеция с основаниями 25 и 7 и острым углом $\arccos 0,6$. Каждое боковое ребро пирамиды наклонено к основанию под углом 60° .
 - а) Докажите, что существует точка M , одинаково удаленная от всех вершин пирамиды (центр описанной сферы).
 - б) Найдите объем данной пирамиды.
3. Основанием пирамиды является равнобокая трапеция с основаниями 18 и 8. Каждое боковая грань пирамиды наклонена к основанию под углом 60° .
 - а) Докажите, что существует точка O (центр вписанной сферы), одинаково удаленная от всех граней пирамиды.
 - б) Найдите площадь полной поверхности данной пирамиды.
4. В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 12 и радиусом основания 6 проведена хорда AB , равная радиусу основания, а в другом его основании проведён диаметр CD , перпендикулярный AB . Построено сечение $ABNM$, проходящее через прямую AB перпендикулярно прямой CD так, что точка C и центр основания цилиндра, в котором проведён диаметр CD , лежат с одной стороны от сечения.
 - а) Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой.
 - б) Найдите объём пирамиды $SABNM$.
5. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Расстояние между этими хордами равно $\sqrt{730}$.
 - а) Докажите, что центры оснований цилиндра лежат по разные стороны от этой плоскости.
 - б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.
6. Вокруг куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 3 описана сфера. На ребре CC_1 взята точка M так, что плоскость, проходящая через точки A , B и M , образует угол 15° с плоскостью ABC .
 - а) Постройте линию пересечения сферы и плоскости, проходящей через точки A , B и M .
 - б) Найдите длину линии пересечения плоскости сечения и сферы

7. Высота цилиндра равна 3, а радиус основания равен 13.
- Постройте сечение цилиндра плоскостью, проходящей параллельно оси цилиндра, так, чтобы площадь этого сечения равнялась 72.
 - Найдите расстояние от плоскости сечения до центра основания цилиндра.
8. Прямоугольник $ABCD$ и цилиндр расположены таким образом, что AB — диаметр верхнего основания цилиндра, а CD лежит в плоскости нижнего основания и касается его окружности, при этом плоскость прямоугольника наклонена к плоскости основания цилиндра под углом 60° .
- Докажите, что $ABCD$ — квадрат.
 - Найдите длину той части отрезка BD , которая находится снаружи цилиндра, если радиус цилиндра равен $\sqrt{2}$.
9. На окружности основания конуса с вершиной S отмечены точки A , B и C так, что $AB = BC$. Медиана AM треугольника ACS пересекает высоту конуса.
- Точка N — середина отрезка AC . Докажите, что угол MNB прямой.
 - Найдите угол между прямыми AM и SB , если $AS = 2$, $AC = \sqrt{6}$.
10. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A , B и C , а на окружности другого основания — точка C_1 , причём CC_1 — образующая цилиндра, а AC — диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = \sqrt{2}$, $CC_1 = 2$.
- Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 45° .
 - Найдите объём цилиндра.
11. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B , а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1 , причём BB_1 — образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.
- Докажите, что угол ABC_1 прямой.
 - Найдите угол между прямыми BB_1 и AC_1 , если $AB = 6$, $BB_1 = 15$, $B_1C_1 = 8$.
12. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A , B и C , а на окружности другого основания — точка C_1 , причём CC_1 — образующая цилиндра, а AC — диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 45^\circ$, $AB = 2\sqrt{2}$, $CC_1 = 4$.
- Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 60° .
 - Найдите объём цилиндра.
13. В цилиндре на окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B , а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1 , причём BB_1 — образующая цилиндра, а AC_1 пересекает его ось цилиндра.
- Докажите, что угол $C_1BA = 90^\circ$.
 - Найдите площадь боковой поверхности, если $AB = 16$, $BB_1 = 5$, $B_1C_1 = 12$.
14. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B , а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1 , причём BB_1 — образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.
- Докажите, что угол ABC_1 прямой.
 - Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если $AB = 20$, $BB_1 = 15$, $B_1C_1 = 21$.
15. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A , B и C , а на окружности другого основания — точка C_1 причём CC_1 — образующая цилиндра, а AC — диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = 2\sqrt{3}$, $CC_1 = 4\sqrt{6}$.

- а) Докажите, что угол между прямыми BC и AC_1 равен 60° .
- б) Найдите расстояние от точки B до AC_1 .
- 16.** В конусе с вершиной S и центром основания O радиус основания равен 13, а высота равна $3\sqrt{41}$. Точки A и B — концы образующих, M — середина SA , N — точка в плоскости основания такая, что прямая MN параллельна прямой SB .
- а) Докажите что $\angle ANO$ — прямой угол.
- б) Найдите угол между MB и плоскостью основания, если дополнительно известно что $AB = 10$.
- 17.** Точки A , B и C лежат на окружности основания конуса с вершиной S , причем A и C диаметрально противоположны. Точка M — середина BC .
- а) Докажите, что прямая SM образует с плоскостью ABC такой же угол, как и прямая AB с плоскостью SBC .
- б) Найдите угол между прямой SA и плоскостью SBC , если $AB = 6$, $BC = 8$ и $AS = 5\sqrt{2}$.
- 18.** Основанием пирамиды является равнобедренная трапеция. Все боковые ребра пирамиды наклонены к основанию под углом 60° .
- а) Докажите, что существует точка (центр описанной сферы), одинаково удаленная ото всех вершин пирамиды.
- б) Найдите радиус данной сферы, если дополнительно известно, что основания трапеции равны 8 и 18, а ее боковая сторона равна 13.
- 19.** Радиус основания конуса с вершиной S и центром основания O равен 5, а его высота равна $\sqrt{51}$. Точка M — середина образующей SA конуса, а точку N и B лежат на основании конуса, причём прямая MN параллельна образующей конуса SB .
- а) Докажите что $\angle ANO$ — прямой.
- б) Найдите угол между прямой BM и плоскостью основания конуса, если $AB = 8$.

Баллы	Критерии оценивания
5	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет без погрешностей и замечаний, на все вопросы при защите практической работы дал правильные ответы.
4	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет с небольшими погрешностями в оформлении и/или реализации требований к составу описаний, на защите затруднялся при ответах на некоторые вопросы, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
3	Практическая работа выполнена в соответствии с требованиями, студент представил отчет с существенными погрешностями в оформлении, неспособен правильно интерпретировать полученные результаты, на защите затруднялся и/или не ответил на большинство вопросов, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
1	Студент самостоятельно выполнил практическую работу, неспособен пояснить содержание отчета, не ответил ни на один контрольный вопрос на защите

2. Контрольная работа
Контрольная работа №1
Демонстрационный вариант

1. Найти площадь боковой поверхности и объем прямого параллелепипеда, зная, что его высота равна h , диагонали его составляют с плоскостью основания углы α и β , а его основанием служит ромб./

2. Площадь полной поверхности правильной треугольной пирамиды равна S . Зная, что угол между боковой гранью и основанием пирамиды равен α , найдите сторону основания.

3. Найдите радиус вписанного в треугольную пирамиду шара, если все ее углы при вершине прямые, а длины боковых ребер равны a , b и c .

4. В конус вписана правильная треугольная пирамида, боковое ребро которой наклонено к плоскости основания под углом α . Определить объем конуса, если сторона основания пирамиды имеет длину a .

5. Плоскость, проведенная параллельно оси цилиндра делит окружность основания в отношении $m:n$. Площадь сечения равна S . Найдите боковую поверхность цилиндра.

Контрольная работа проводится в запланированное время и предназначена для оценки знаний, умений и навыков, приобретенных в процессе теоретических и практических занятий курса. Оценивается в 20 баллов.

Баллы	Критерии оценивания
20	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет без погрешностей и замечаний, на все вопросы при защите практической работы дал правильные ответы.
15	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет с небольшими погрешностями в оформлении и/или реализации требований к составу описаний, на защите затруднялся при ответах на некоторые вопросы, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
10	Практическая работа выполнена в соответствии с требованиями, студент представил отчет с существенными погрешностями в оформлении, неспособен правильно интерпретировать полученные результаты, на защите затруднялся и/или не ответил на большинство вопросов, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
5	Студент несамостоятельно выполнил практическую работу, неспособен пояснить содержание отчета, не ответил ни на один контрольный вопрос на защите

Задания для промежуточной аттестации

1. Список вопросов к экзамену / зачёту

Методические рекомендации по подготовке.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в 7 семестре в виде зачета. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период аудиторных занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется основной и дополнительной литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

На зачете студенту предлагается один теоретический вопрос, который нужно проиллюстрировать практическим примером.

Перечень задач к зачету

1. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

2. В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

3. Высоты остроугольного треугольника ABC , проведённые из точек B и C , продолжили до пересечения с описанной окружностью в точках B_1 и C_1 . Оказалось, что отрезок B_1C_1 проходит через центр описанной окружности. Найдите угол BAC .

4. В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 14$, $BC = 12$.

5. В выпуклом четырёхугольнике $NPQM$ диагональ NQ является биссектрисой угла PNM и пересекается с диагональю PM в точке S . Найдите NS , если известно, что около четырёхугольника $NPQM$ можно описать окружность, $PQ = 14$, $SQ = 4$.

6. Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP . Радиус окружно-

сти, вписанной в треугольник BSP , равен 96, тангенс угла BAC равен $\frac{8}{15}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

7. Диагонали четырёхугольника $ABCD$, вершины которого расположены на окружности, пересекаются в точке M . Известно, что $\angle ABC = 72^\circ$, $\angle BCD = 102^\circ$, $\angle AMD = 110^\circ$. Найдите $\angle ACD$.

8. Длина катета AC прямоугольного треугольника ABC равна 8 см. Окружность с диаметром AC пересекает гипотенузу AB в точке M . Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AM : MB = 16 : 9$.

9. Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP . Радиус окружно-

сти, вписанной в треугольник BSP , равен 8, тангенс угла BAC равен $\frac{4}{3}$. Найдите радиус вписанной окружности треугольника ABC .

10. На каждой из двух окружностей с радиусами 3 и 4 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

11. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Длина стороны AC равна 4. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC .

12. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Найдите длину стороны AC , если радиус описанной окружности треугольника ABC равен 7.

13. Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 25$ и $CD = 16$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

14. Биссектриса CM треугольника ABC делит сторону AB на отрезки $AM = 17$ и $MB = 19$. Касательная к описанной окружности треугольника ABC , проходящая через точку C , пересекает прямую AB в точке D . Найдите CD .

15. В треугольнике ABC угол B равен 120° , а длина стороны AB на $3\sqrt{3}$ меньше периметра треугольника. Найдите радиус окружности, касающейся стороны BC и продолжений сторон AB и AC .

16. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон в точках M , K и P . Найдите углы треугольника ABC , если углы треугольника MKP равны 38° , 78° и 64° .

17. В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 84$, $AC = 98$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

18. Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает его стороны AB и BC в точках K и E соответственно. Отрезки AE и CK перпендикулярны. Найдите $\angle ABC$, если $\angle KCB = 20^\circ$.

19. В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен 8, катет BC равен 15. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой BC .

20. Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 9 и 11 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если

$$\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{11}}{6}.$$

щейся луча AB , если

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры математики, информатики, физики (Протокол № 1 от «30» августа 2022 года).

Автор – Насонова Е.Д.