

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»**

**Балашовский институт (филиал)**

---

СОГЛАСОВАНО

заведующий кафедрой

 Сухорукова Е.В.

" 31 " августа 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ

председатель НМК БИ СГУ

 Мазалова М. А.

" 31 " августа 2022 г.

**Фонд оценочных средств**

для текущего контроля и промежуточной аттестации  
по дисциплине

**Методика подготовки к решению олимпиадных задач**

Направление подготовки бакалавриата

**44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Профили подготовки бакалавриата

**Математика и информатика**

Квалификация (степень) выпускника

**Бакалавр**

Форма обучения

**Очная**

Балашов

2022

## *Карта компетенций*

Контролируемые компетенции (шифр компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык)	Виды заданий и оценочных средств
<p><b>ПК-1.</b>Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках основных образовательных программ общего образования, по программам дополнительного образования детей и взрослых.</p>	<p><b>2.1_Б.ПК-1.</b> Готов к реализации программ дополнительного образования детей и взрослых в соответствии с профилем подготовки.</p>	<p><b>У_2.1_Б.ПК-1.</b> Студент способен соотнести содержание изученных теоретических дисциплин с содержанием и проблемами школьного математического и физического образования</p>	<p>Проверочная работа</p>
	<p><b>3.1_Б.ПК-1.</b> Владеет системой научных знаний в соответствующей предметной области (по профилю подготовки).</p>	<p><b>В_3.1_Б.ПК-1.</b> Студент владеет основами алгоритмического мышления и способен решать задачи, соответствующие современным образовательным стандартам, с использованием стандартных алгоритмов и приёмов</p>	<p>Проверочная работа</p>
<p><b>ПК-2.</b> Способен использовать возможности образовательной среды, образовательного стандарта общего образования для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения средствами преподаваемого предмета.</p>	<p><b>2.1_Б.ПК</b> При осуществлении обучения и воспитания стремится к достижению личностных результатов образовательной деятельности.</p>	<p><b>У_2.1_Б.ПК-2.</b> Студент способен к достижению личностных результатов в соответствии с содержанием и проблемами школьного математического и физического образования</p>	<p>Проверочная работа</p>
	<p><b>3.1_Б.ПК</b> Формирует у обучающихся в процессе образования универсальные учебные действия и метапредметные понятия.</p>	<p><b>В_3.1_Б.ПК-2.</b> Студент владеет основами методами формирования универсальных учебных действий и метапредметных понятий при решении задач, соответствующих современным образовательным стандартам, с использованием стандартных алгоритмов и приёмов</p>	<p>Проверочная работа</p>

## Показатели оценивания результатов обучения

Показатели оценивания результатов обучения ориентированы на шкалу оценивания, установленную в балльно-рейтинговой системе, принятой в СГУ имени Н. Г. Чернышевского.

Семестр	Шкала оценивания	
	не зачтено	зачтено
7 семестр	Студент демонстрирует низкий уровень достижения результатов. Не более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.	Студент демонстрирует удовлетворительный уровень достижения результатов. Более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.

## Оценочные средства

### 1. Задания для текущего контроля

#### По дисциплине

Задания для текущего контроля по дисциплине носят комплексный характер и направлены на проверку сформированности компетенций ПК-1, 2.

В соответствии с принятой в СГУ имени Н. Г. Чернышевского балльно-рейтинговой системой учета достижений студента (БАРС) баллы, полученные в ходе текущего контроля, распределяются по следующим группам:

– самостоятельная работа;

**САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА:** от 0 до 40 баллов за семестр.

#### 1. Самостоятельная работа

1. Нарисуйте на клетчатой бумаге четырёхугольник с вершинами в узлах, длины сторон которого – различные простые числа.

2. Окружность отсекает от прямоугольника ABCD четыре прямоугольных треугольника, середины гипотенуз которых A<sub>0</sub>, B<sub>0</sub>, C<sub>0</sub> и D<sub>0</sub> соответственно. Докажите, что отрезки A<sub>0</sub>C<sub>0</sub> и B<sub>0</sub>D<sub>0</sub> равны.

3. I – центр вписанной окружности треугольника ABC, H<sub>B</sub>, H<sub>C</sub> – ортоцентры треугольников AB<sub>1</sub>I и AC<sub>1</sub>I соответственно, K – точка касания вписанной окружности треугольника со стороной BC. Докажите, что точки H<sub>B</sub>, H<sub>C</sub> и K лежат на одной прямой.

4. Дан треугольник ABC. На стороне AB как на основании построен во внешнюю сторону равнобедренный треугольник ABC' с углом при вершине 120°, а на стороне AC построен во внутреннюю сторону правильный треугольник ACB'. Точка K – середина отрезка BB'. Найдите углы треугольника KCC'.

5. На плоскости дан отрезок AB. Рассмотрим всевозможные остроугольные треугольники со стороной AB. Найдите геометрическое место а) вершин их наибольших углов; б) их центров вписанных окружностей.

6. Дан четырёхугольник ABCD, в котором  $AC = BD = AD$ ; точки E и F – середины AB и CD соответственно; O – точка пересечения диагоналей четырёхугольника. Докажите, что EF проходит через точки касания вписанной окружности треугольника AOD с его сторонами AO и OD.

7. В треугольнике центр описанной окружности лежит на вписанной окружности. Докажите, что отношение наибольшей стороны треугольника к наименьшей меньше 2.

8. Дана трапеция ABCD с основанием AD. Центр описанной окружности треугольника ABC лежит на прямой BD. Докажите, что центр описанной окружности треугольника ABD лежит на прямой AC.

9. В прямоугольном треугольнике ABC точка C<sub>0</sub> – середина гипотенузы AB, AA<sub>1</sub>, BB<sub>1</sub> – биссектрисы, I – центр вписанной окружности. Докажите, что прямые C<sub>0</sub>I и A<sub>1</sub>B<sub>1</sub> пересекаются на высоте CH.

10. На сторонах AB и BC параллелограмма ABCD выбраны точки K и L соответственно так, что  $\angle AKD = \angle CLD$ . Докажите, что центр описанной окружности треугольника BKL равноудален от A и C.

11. На плоскости отмечено несколько точек, причём не все эти точки лежат на одной прямой. Вокруг каждого треугольника с вершинами в отмеченных точках описана окружность. Могут ли центры всех этих окружностей оказаться отмеченными точками?

12.  $AA_1, BB_1, CC_1$  – высоты треугольника  $ABC$ ,  $B_0$  – точка пересечения  $BB_1$  и описанной окружности  $\Omega$ ,  $Q$  – вторая точка пересечения  $\Omega$  и описанной окружности  $\omega$  треугольника  $A_1C_1B_0$ . Докажите, что  $BQ$  – симедиана треугольника  $ABC$ .

13. Две окружности пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Третья окружность касается их обеих и пересекает прямую  $AB$  в точках  $C$  и  $D$ . Докажите, что касательные к ней в этих точках параллельны общим касательным к двум первым окружностям.

14. На окружности радиуса  $R$  с диаметром  $AD$  и центром  $O$  выбраны точки  $B$  и  $C$  по одну сторону от этого диаметра. Около треугольников  $ABO$  и  $CDO$  описаны окружности, пересекающие отрезок  $BC$  в точках  $F$  и  $E$ . Докажите, что  $AF \cdot DE = R^2$ .

15. В остроугольный треугольник  $ABC$  вписана окружность с центром  $I$ , касающаяся сторон  $AB, BC$  и  $CA$  в точках  $D, E$  и  $F$  соответственно. В четырёхугольники  $ADIF$  и  $BDIE$  вписаны окружности с центрами  $J_1$  и  $J_2$  соответственно. Прямые  $J_1J_2$  и  $AB$  пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что  $CD \perp IM$ .

16. Касательные к описанной окружности треугольника  $ABC$  в точках  $A$  и  $B$  пересекаются в точке  $D$ . Окружность, проходящая через проекции  $D$  на прямые  $BC, CA, AB$ , повторно пересекает  $AB$  в точке  $C'$ . Аналогично строятся точки  $A', B'$ . Докажите, что прямые  $AA', BB', CC'$  пересекаются в одной точке.

17. Внутри остроугольного треугольника  $ABC$  постройте (с помощью циркуля и линейки) такую точку  $K$ , что  $\angle KBA = 2\angle KAB$  и  $\angle KBC = 2\angle KCB$ .

18. Пусть  $L$  – точка пересечения симедиан остроугольного треугольника  $ABC$ , а  $BH$  – его высота. Известно, что  $\angle ALH = 180^\circ - 2\angle A$ . Докажите, что  $\angle CLH = 180^\circ - 2\angle C$ .

19. В треугольнике  $ABC$  провели чевианы  $AA', BB'$  и  $CC'$ , которые пересекаются в точке  $P$ . Описанная окружность треугольника  $PA'B'$  пересекает прямые  $AC$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно, а описанные окружности треугольников  $PC'B'$  и  $PA'C'$  повторно пересекают  $AC$  и  $BC$  соответственно в точках  $K$  и  $L$ . Проведём через середины отрезков  $MN$  и  $KL$  прямую  $s$ . Прямые  $a$  и  $b$  определяются аналогично. Докажите, что прямые  $a, b$  и  $s$  пересекаются в одной точке.

20. Даны прямоугольный треугольник  $ABC$  и две взаимно перпендикулярные прямые  $x$  и  $y$ , проходящие через вершину прямого угла  $A$ . Для точки  $X$ , движущейся по прямой  $x$ , определим  $u_x$  как образ прямой  $y$  при симметрии относительно  $XB$ , а  $u_y$  – как образ прямой  $x$  при симметрии относительно  $XC$ . Пусть  $u_x$  и  $u_y$  пересекаются в точке  $Y$ . Найдите геометрическое место точек  $Y$  (для несовпадающих  $u_x$  и  $u_y$ ).

21. Выпуклый шестиугольник  $A_1A_2...A_6$  описан около окружности  $\omega$  радиуса  $1$ . Рассмотрим три отрезка, соединяющие середины противоположных сторон шестиугольника. Для какого наибольшего  $r$  можно утверждать, что хотя бы один из этих отрезков не короче  $r$ ?

22. На диагонали  $AC$  вписанного четырёхугольника  $ABCD$  взяли произвольную точку  $P$  и из неё опустили перпендикуляры  $PK, PL, PM, PN, PO$  на прямые  $AB, BC, CD, DA, BD$  соответственно. Докажите, что расстояние от  $P$  до  $KN$  равно расстоянию от  $O$  до  $ML$ .

23. В треугольнике  $ABC$  прямая  $m$  касается вписанной окружности  $\omega$ . Прямые, проходящие через центр  $I$  окружности  $\omega$  и перпендикулярные  $AI, BI, CI$ , пересекают прямую  $m$  в точках  $A', B', C'$  соответственно. Докажите, что прямые  $AA', BB', CC'$  пересекаются в одной точке.

24. Даны два тетраэдра. Ни у одного из них нет двух подобных граней, но каждая грань первого тетраэдра подобна какой-то грани второго. Обязательно ли эти тетраэдры подобны?

Баллы	Критерии оценивания
5	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет без погрешностей и замечаний, на все вопросы при защите практической работы дал правильные ответы.
4	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями,

	студент представил отчет с небольшими погрешностями в оформлении и/или реализации требований к составу описаний, на защите затруднялся при ответах на некоторые вопросы, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
3	Практическая работа выполнена в соответствии с требованиями, студент представил отчет с существенными погрешностями в оформлении, неспособен правильно интерпретировать полученные результаты, на защите затруднялся и/или не ответил на большинство вопросов, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
1	Студент самостоятельно выполнил практическую работу, неспособен пояснить содержание отчета, не ответил ни на один контрольный вопрос на защите

## 2. Контрольная работа

### Контрольная работа №1

#### Демонстрационный вариант

1. Решите предложенную олимпиадную задачу по математике. Определите тематику задачи в соответствии с кодификатором. Перечислите знания и умения, необходимые для результативного решения задачи.

2. Проанализируйте предложенный текст олимпиадных заданий по математике. Составьте таблицу соответствия тематики, класса, знаний и умений, необходимых для ее решения.

3. Используя различные учебники по математике, подберите задачи для подготовки учащихся к различным этапам олимпиады по математике. Выделите основные интеллектуальные умения, необходимые для их решения.

Контрольная работа проводится в запланированное время и предназначена для оценки знаний, умений и навыков, приобретенных в процессе теоретических и практических занятий курса. Оценивается в 20 баллов.

Баллы	Критерии оценивания
20	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет без погрешностей и замечаний, на все вопросы при защите практической работы дал правильные ответы.
15	Практическая работа выполнена в полном соответствии с требованиями, студент представил отчет с небольшими погрешностями в оформлении и/или реализации требований к составу описаний, на защите затруднялся при ответах на некоторые вопросы, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
10	Практическая работа выполнена в соответствии с требованиями, студент представил отчет с существенными погрешностями в оформлении, неспособен правильно интерпретировать полученные результаты, на защите затруднялся и/или не ответил на большинство вопросов, нуждался в уточняющих вопросах и подсказках со стороны преподавателя
5	Студент самостоятельно выполнил практическую работу, неспособен пояснить содержание отчета, не ответил ни на один контрольный вопрос на защите

## Задания для промежуточной аттестации

### 1. Список вопросов к экзамену / зачёту

#### *Методические рекомендации по подготовке.*

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в 7 семестре в виде зачета. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период аудиторных занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется основной и дополнительной литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

На зачете студенту предлагается один теоретический вопрос, который нужно проиллюстрировать практическим примером.

#### **Перечень вопросов к зачету**

1. Основные виды математических олимпиад для школьников, проводимых в России.
2. Понятие «олимпиадная математическая задача».
3. Тематика математических задач, предлагаемых на разных этапах математической олимпиады.
4. Основные типы олимпиадных задач: требования, предъявляемые к их решению.
5. Критерии оценивания решений олимпиадных задач на разных этапах Всероссийской олимпиады.
6. Примеры математических задач и их решений, предлагаемых на разных этапах Всероссийской олимпиады.
7. Примеры математических задач и их решений, предлагаемых на Международных олимпиадах.
8. Основные идеи и методы решения олимпиадных задач по математике.
9. Решение олимпиадных задач по математике с использованием метода от противного.
10. Принцип крайнего и его применение при решении олимпиадных задач по математике (иллюстрация на примере решения двух задач).
10. Инварианты и полуинварианты и их применение при решении задач.
11. Решение олимпиадных задач по теме «Покрытия, упаковки, раскраски».
12. Олимпиадные задачи по геометрии и методика их решения.
13. Методические особенности оценки решения олимпиадных задач по математике.
14. Анализ текста заданий по математике на одном из этапов Всероссийской олимпиады для школьников (для одного класса).
15. Методика решения олимпиадных заданий по математике (для одного класса).
16. Принципы составления комплекта олимпиадных заданий о математике для школьников различного возраста.

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры математики, информатики, физики (Протокол № 1 от «30» августа 2022 года).

Автор – Насонова Е.Д.