



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»

Балашовский институт (филиал)

СОГЛАСОВАНО
заведующий кафедрой

Сухорукова Е.В.
"31" августа 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ
председатель НМК БИ СГУ

Мазалова М. А.
"31" августа 2022 г.

Фонд оценочных средств
для текущего контроля и промежуточной аттестации
по дисциплине

Математический анализ

Направление подготовки бакалавриата
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профили подготовки бакалавриата
Математика и физика

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Балашов
2022

Карта компетенций

| Контролируемые компетенции (шифр компетенции) | Индикаторы достижения компетенций | Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык) | Виды заданий и оценочных средств |
|--|---|--|----------------------------------|
| <p>ПК-1 Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках основных образовательных программ общего образования, по программам дополнительного образования детей и взрослых.</p> | <p>1.1_Б.ПК-1. Осуществляет преподавание учебных дисциплин по профилю (профилям) подготовки в рамках основных образовательных программ общего образования соответствующего уровня.</p> | <p>З_1.1_Б.ПК-1. Владеет системой научных знаний в соответствующей области (по профилю подготовки). В_1.2_Б.ПК-1. Владеет навыком решения задач / выполнения практических заданий из школьного курса; обосновывает выбор способа выполнения задания.</p> | <p>Задачи</p> |
| | <p>3.1_Б.ПК-1. Владеет системой научных знаний в соответствующей предметной области (по профилю подготовки).</p> | <p>3.1_Б.ПК-1. Владеет системой научных знаний в соответствующей предметной области (по профилю подготовки).</p> | <p>Задачи</p> |
| <p>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</p> | <p>1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.</p> | <p>З_1.1_Б.УК-1. Знает типовую (инвариантную) структуру задачи и возможные варианты реализации этой структуры; знает различные типологии задач, понимает классификационные признаки, лежащие в основе этих типологий; осознает особенности решения задач различных типов. У_3.3_Б.УК-1. Умеет использовать при выдвижении и обсуждении вариантов решения задачи возможности технологии развития критического мышления, различные формы организации дискуссии.</p> | <p>Задачи</p> |

| | | | |
|--|--|---|--------|
| | | <p>У_1.1_Б.УК-1. Умеет анализировать задачу, выделять условие и задание (вопрос), соотносить предложенную задачу с тем или иным известным типом, определять необходимые для решения задачи знания, умения, дополнительные сведения.</p> | |
| | <p>3.1_Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p> | <p>З_3.1_Б.УК-1. Знает способы решения типовых задач из конкретной области знания, называет эти способы, комментирует выбор.</p> <p>У_3.1_Б.УК-1. При решении нестандартных задач (повышенной сложности, междисциплинарных, творческих и т. п.) предлагает способы решения на основе имеющихся знаний и умений.</p> <p>У_3.2_Б.УК-1. Сравнивает различные способы решения задачи, оценивая их особенности (валидность, трудоемкость, необходимость привлечения дополнительных ресурсов и т. д.).</p> | Задачи |

Показатели оценивания планируемых результатов обучения

| Семестр | Шкала оценивания | | | |
|-----------------|---|--|--|--|
| | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1, 2, 5 семестр | Студент демонстрирует низкий уровень достижения результатов. Не более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок. | Студент демонстрирует удовлетворительный уровень достижения результатов. Более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок. | Студент демонстрирует хороший уровень достижения результатов. Не менее 71% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок. | Студент демонстрирует высокий уровень достижения результатов. Не менее 85% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок. |

| Семестр | Шкала оценивания | |
|--------------|---|--|
| | не зачтено | зачтено |
| 3, 4 семестр | Студент демонстрирует низкий уровень достижения результатов. Не более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок. | Студент демонстрирует удовлетворительный уровень достижения результатов. Более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок. |

Оценочные средства

1.1 Задания для текущего контроля

Задания направлены на оценивание результатов освоения компетенции ПК-1, УК-1
1 СЕМЕСТР

1. Область определения функции. Классификация функций. СРС: [5], §1, №№ 1-35, неч., §2, №№ 43-49, 59-69, 79-91, 95-101, неч. Доп. 11-143, неч.
2. Область определения функции. Классификация функций. СРС: [5], §1, №№ 1-35, неч., §2, №№ 43-49, 59-69, 79-91, 95-101, неч. Доп. 11-143, неч.
3. Преобразования графиков. СРС: [5], §3, №№ 145-165, неч. Построение графиков сложных функций. СРС: [5], §3, №№ 181-197, неч. Построение графиков с модулями. СРС: [5], §3, №№ 167-171, 203, неч. Сложение, умножение графиков. СРС: [5], §3, №№ 173-179, неч.
4. Преобразования графиков. СРС: [5], §3, №№ 145-165, неч. Построение графиков сложных функций. СРС: [5], §3, №№ 181-197, неч. Построение графиков с модулями. СРС: [5], §3, №№ 167-171, 203, неч. Сложение, умножение графиков. СРС: [5], §3, №№ 173-179, неч.
5. Решение уравнений и неравенств с помощью графиков. СРС: [5], §3, №№ 205-211, 213-221, неч.
6. Последовательность и ее предел. СРС: [5], Гл. 1, §4, №№ 223-253, неч. Доп. №№ 260-303.
7. Техника нахождения пределов последовательностей. СРС: [5], Гл. 1, §4, №№ 311-329, неч.
8. Определение предела функции. Доказательство по определению. СРС: [5], Гл. 1, §5, №№ 331-359, неч.
9. Предел функции на бесконечности. Бесконечный предел. СРС: [5], Гл. 1, §5, №№ 331-359, неч.
10. Техника нахождения пределов функций. СРС: [5], Гл. 1, §5, №№ 361-401, неч.
11. Техника нахождения пределов функций. СРС: [5], Гл. 1, §5, №№ 425-435, неч. Эквивалентные бесконечно малые. СРС: [5], Гл. 1, §5, №№ 403-423, неч.
12. Непрерывность функции. СРС: [5], Гл. 1, §6, №№ 441-453, неч. Типы точек разрыва функции. СРС: [5], Гл. 1, §6, №№ 455-471, неч.
13. Свойства непрерывных функций. СРС: [5], Гл. 1, §6, №№ 473-491, неч.
14. Контрольная работа № 1 «Пределы и непрерывность функции».

2 СЕМЕСТР

1. Определение производной функции. Нахождение производной по определению. СРС: [5], Гл. 2, §1, №№ 501-507, неч. Производная сложной функции. Техника нахождения производных. СРС: [5], Гл. 2, §1, №№ 509-539, неч.
2. Техника нахождения производных. СРС: [5], Гл. 2, §1, №№ 541-574, неч.
3. Дифференциал и дифференцируемые функции. СРС: [5], Гл. 2, §1, №№ 583-589, неч. Производные и дифференциалы высших порядков. СРС: [5], Гл. 2, §1, №№ 591-603, неч.
4. Геометрические приложения производной. СРС: [5], Гл. 2, §2, №№ 605-641, неч.

5. Физические и геометрические приложения производной. СРС: [5], Гл. 2, §2, №№ 643--661, неч.
6. Наибольшее и наименьшее значение функции. Решение задач на экстремум. СРС: [5], Гл. 2, §3, №№ 757–799, неч.
7. Исследование функций и построение графиков (многочлены). СРС: [5], Гл. 2, §4, №№ 801—817.
8. Исследование функций и построение графиков (дробно-рациональные функции). СРС: [5], Гл. 2, §4, №№ 818-828, 849-852. Исследование функций и построение графиков (показательные, логарифмы). СРС: [5], Гл. 2, §4, №№ 829-
9. Контрольная работа № 2 «Производная и приложения производной».
10. Непосредственное интегрирование. Замена в неопределенном интеграле. СРС: [3], №№ 1.3-34.3, 40.3-80.3, 93.3-113.3, 122.3-123.3.
11. Интегрирование рациональных дробей. Метод неопределенных коэффициентов. СРС: [3], №№ 127.3-134.3.
12. Интегрирование тригонометрических функций. СРС: [3], №№ 145.3-163.3.
13. Вычисление определенного интеграла по определению. СРС: [3], №№ 200.3, 210.3, 211.3. №№ 213.3, 216.3, 231.3-234.3, Замена в определенном интеграле. СРС: [3], №№ 253.3, 299.3-301.3. Интегрирование по частям.
14. Приложения определенного интеграла в математике. СРС: [3], №№ 253.3, 299.3-301.3.
15. Приложения определенного интеграла в математике. СРС: [3], №№ 304.3, 305.3, 329.3-331.3, 332.3, 352.3, 387.3-389.3, 402.3, 404.3, 409.3, 416.3-419.3, 426.3, 427.3.
16. Приложения определенного интеграла в физике. СРС: [3], №№ 486.3-491.3, 499.3-504.3.
17. Решение задач с помощью определенного интеграла. Несобственные интегралы. СРС: [3], №№ 433.3-434.3, 439.3, 442.3, 445.3.

3 СЕМЕСТР

1. Ряды. Основные понятия. Положительные ряды. СРС: [4], №№ 1.4-10.4, 33.4-39.4.
2. Признаки сходимости положительных рядов. СРС: [4], №№ 47.4-60.4, 64.4-72.4.
3. Признаки сходимости положительных рядов. СРС: [4], №№ 80.4-85.4, 117.4.
4. Ряды лейбницевского типа. Оценка остатка. Произвольные по знаку ряды. СРС: [4], №№ 120.4-124.4, 133.4-136.4, 139.4-141.4, 154.4-157.4.
5. Арифметические действия над рядами. Перестановка членов ряда. СРС: [4], №№ 144.4-146.4.
6. Функциональные ряды. СРС: [4], №№ 164.4-175.4.
7. Равномерная сходимость. СРС: [4], №№ 186.4-188.4, 194.4.
8. Степенные ряды. СРС: [4], №№ 220.4-227.4.
9. Разложение функций в степенные ряды. СРС: [4], №№ 237.4-239.4, 253.4-259.4.
10. Разложение функций в степенные ряды. СРС: [4], №№ 237.4-239.4, 253.4-259.4.
11. Приближенные вычисления с помощью степенных рядов. СРС: [4], №№ 260.4-270.4.

12. Приближенные вычисления с помощью степенных рядов. СРС: [4], №№ 260.4-270.4.

13. Вычисление пределов с помощью степенных рядов. СРС: [4], №№ 285.4, 298.4-303.4.

14. Контрольная работа № 4 «Ряды».

4 СЕМЕСТР

1. Область определения, линии уровня функции 2-х переменных. СРС: [4], №№ 1.5, 54.5-78.5, 98.5-101.5.

2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. СРС: [4], №№ 127.5-134.5, 139.5-140.5, 145.5-154.5.

3. Частные производные. Дифференциал. СРС: [4], №№ 202.5-208.5, 222.5-224.5, 270.5-275.5.

4. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Неявная функция. СРС: [4], №№ 300.5-302.5.

5. Экстремумы. Условные экстремумы. Наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных. СРС: [4], №№ 365.5-374.5, 387.5.

6. Наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных. СРС: [4], №№ 388.5-390.5, 394.5-396.5.

7. Понятие двойного интеграла. СРС: [4], №№ 2.6-20.6. Вычисление двойных интегралов. СРС: [4], №№ 21.6-37.6.

8. Замена переменных в двойном интеграле. СРС: [4], №№ 51.6-55.6, 57.6, 58.6, 63.6-68.6.

9. Геометрические приложения двойных интегралов. СРС: [4], №№ 51.6-55.6, 57.6.

10. Вычисление тройных интегралов. СРС: [4], №№ 173.6-177.6. Тройные интегралы в сферических и цилиндрических координатах. СРС: [4], №№ 181.6-184.6.

11. Геометрические приложения тройных интегралов. СРС: [4], №№ 77.6-80.6.

5 СЕМЕСТР

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. [2], п.1,2, №№ 1-30, стр.15-16.

2. Однородные уравнения. [2], п.3, №№ 1-30, стр.25-26. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям. [2], п.4, №№ 31-35, стр.26.

3. Линейные уравнения. [2], п.5, №№ 1-21, стр.32-33. Уравнение Бернулли. [2], п.6, №№ 1-16, стр.38-39.

4. Уравнения в полных дифференциалах. [2], п.7, №№ 1-20, стр.43-44. Интегрирующий множитель. [2], п.8, №№ 1-13, стр.49-50.

5. Определение типа дифференциальных уравнений первого порядка и их решение. [2], п.9, №№ 1-12, стр.53-54.

6. Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка. [2], п.1, 2, №№ 1-5, стр.69.

7. Однородное линейное уравнение. [2], п.1, 2, №№ 1-5, стр.69.

8. Неоднородное линейное уравнение.

9. Линейные дифференциальные уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами. Однородное уравнение. [2], п.1, №№ 1-15, стр.75.

10. Неоднородное уравнение. [2], п. 2, №№ 1-15, стр.75.

11. Неоднородное уравнение. [2], п. 2, №№ 1-15, стр.75.

12. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Однородные уравнения. [2], п.6, №№ 1-14, стр.88.

13. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородные уравнения. [2], п.7, №№ 15-40, стр.88-89.

14. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородные уравнения. [2], п.7, №№ 15-40, стр.88-89.

15. Контрольная работа № 5 «Линейные дифференциальные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами».

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.

Целью практических занятий является закрепление, расширение, углубление теоретических знаний, полученных на лекциях и в ходе самостоятельной работы, развитие познавательных способностей.

Задачей практического занятия является формирование у студентов навыков самостоятельного мышления и публичного выступления при изучении темы, умения обобщать и анализировать фактический материал, сравнивать различные точки зрения, определять и аргументировать собственную позицию.

Практические занятия включают самостоятельную подготовку студентов по заранее предложенному плану темы, решение практико-ориентированных задач.

Контрольная работа предназначена для оценки знаний, умений и навыков, приобретенных в процессе теоретических и практических занятий курса. Для самостоятельной подготовки к контрольной работе студентам сообщается демонстрационный вариант контрольной работы, с указанием критериев оценки.

Контрольная работа № 1

Пределы и непрерывность функции ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ

В задачах 1-6 найти пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3(n+4)^6 - (n^3+1)^2}{5n^6 - 3n^3 + 2n^2 + 15}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 (\sqrt{x^4 - 1} - \sqrt{x^4 + 3})$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^5 - x^2 + 1}{6x^5 - 1} - \frac{4x^9 + 10}{x^{10}} \right)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \cdot \sin^2 5x}{\operatorname{tg} 3x^2 \cdot \sin^3 4x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 6}{3x^2 - 12}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{5x} \right)^{10x}$$

7. Исследовать на непрерывность и установить типы точек разрыва функции

$$y = \begin{cases} 3x, & \text{если } x < -5, \\ \frac{x+1}{x-3}, & \text{если } x \geq -5. \end{cases}$$

8. Имеет ли уравнение $x^2 + x - 5 + \ln(x^2 + 4) = 0$ хотя бы один корень на отрезке $[0; 3]$?

Контрольная работа № 2

Производная. Дифференциал

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ

1. Найдите производные: а) $y = x^5 - 3x^4 + \frac{x}{2} - 2$; б) $y = \frac{2x-1}{x^2-1}$; в) $y = 2 \sin^3(1-2x)$
г) $y = (\cos x)^{\cos x}$ д) $2 \sin(3xy) + y \operatorname{arctg} x^2 = y$
2. Найдите дифференциал функции $y = x^2 - x + 5$ в точке $x = 3$ при $\Delta x = 0,01$.
3. Исследовать функцию $y = \frac{1}{2x-x^2}$ и построить ее график.
4. Исследовать и построить график функции: $y = 5x^4 - 4x^5$.
5. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{2x^2 + 8}{x}$ на отрезке $[1;4]$.
6. Найдите наименьшее из расстояний от точки $M(4;3)$ до точек прямой $y = 3x + 1$.
7. Число 10 разбейте на два неотрицательных слагаемых так, чтобы сумма их кубов S была наименьшей.

Контрольная работа № 3

Неопределенный интеграл. Методы интегрирования ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ

Найти неопределенные интегралы

1. $\int e^{\operatorname{arctg} 5x} \frac{dx}{1+25x^2}$;
2. $\int (x^2 + 5x - 7) \ln 2x dx$;
3. $\int \frac{2x^2+15x+13}{x^3+2x^2-3x-10} dx$;
4. $\int \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$;
5. $\int \sin 2x \cdot \cos x \cdot \sin 5x dx$.
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 9 - x^2$, $y = 3 - x$,
 $y = \frac{9}{5}x + \frac{1}{5}$.
7. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси Ox площадки, ограниченной линиями $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$, $x = \pi/4$.
8. Вычислить длину дуги кривой $\rho = \varphi^2$ от $\varphi = 0$ до $\varphi = \pi$.
9. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать воду из котла, имеющего форму полушара радиуса R .

Контрольная работа № 4

Ряды. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ

1. Исследовать на сходимость 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n+5}}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{\frac{n}{n^3+2}}$.
2. Определить область сходимости 1) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2x}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^n}$.
3. Получить первые три отличные от нуля члена ряда Тейлора данной функции в окрестности указанной точки: $y = \frac{1}{3} \sin^2 2x \cdot \cos^2 2x$, $x_0 = 0$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = 2x^3 - xy^2 + y^2$ в области, ограниченной линиями $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 6$.
6. Найти координаты центра тяжести однородной пластины, ограниченной линиями $y = (x - 2)^2$, $y = 1$, $y = 8 - x$, $x = 2$ и содержащей точку $M(3; 2)$.
7. Вычислить

1. $\iiint_G (z - y) dx dy dz$, где область G ограничена поверхностями:

$$x = 0, \quad x = 2, \quad y = 1, \quad z = 0, \quad y - z + 5 = 0.$$

2. $\iiint_G \frac{1}{4} dx dy dz$, где область G ограничена поверхностями:

$$y = 2 - x, \quad y = 3 - x, \quad y = 0, \quad y = 2, \quad z = -1, \quad z = 2.$$

3. $\iiint_G 4\sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где область G ограничена поверхностями:

$$x^2 + y^2 = 25z^2 \text{ (конус)}, \quad z = 5, \quad y \geq x, \quad y \geq -x.$$

Контрольная работа № 5

Дифференциальные уравнения первого порядка

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ

1. Решить уравнение $\frac{xdx + (2x+y)dy}{(x+y)^2} = 0$.
2. Решить уравнение $y' + \frac{2y}{x} = -x^2$, $y_0 = 1$, $x_0 = 3$.
3. Решить уравнение $xy' + y = xy^2$, $M(0; 0)$.
4. Решить уравнение $(4xy^3 + y - 5x)y' + y^4 - 5y = 0$.
5. Решить уравнение $y'' - y' = x^2 - x + 1$.
6. Решить уравнение $y'' - 2y' + 5y = e^x \sin x$.
7. Решить уравнение $y'' - 2y' + y = 4e^x + x^2 \sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Контрольная работа проводится в запланированное время и предназначена для оценки знаний, умений и навыков, приобретенных в процессе теоретических и практических занятий курса.

Оценка за контрольную работу выставляется в соответствии со следующими критериями:

- оценка «отлично» – 80-100% правильно решенных заданий;
- оценка «хорошо» – 65-79% правильно решенных заданий;
- оценка «удовлетворительно» – 50 -64% правильно решенных заданий;
- оценка «неудовлетворительно» – 49% и менее правильно решенных заданий.

1.2 Задания для промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация оценивает сформированность компетенций ПК -1, УК-1.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математический анализ» проводится в 1 семестре в виде экзамена, во 2 семестре – в виде экзамена, в 3 семестре – в виде зачета, в 4 семестре – в виде зачета, в 5 семестре – в виде экзамена,. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период аудиторных занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется основной и дополнительной литературой по дисциплине.

Контрольные вопросы по курсу

1 семестр

1. Определение функции одной переменной. Способы задания функций.
График.
2. Действия над функциями. Классификация функций.
3. Понятие сложной функции. Понятие обратной функции.
4. Определение числовой последовательности. Способы задания числовой последовательности. Классификация последовательностей.
5. Предел числовой последовательности.
6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
7. Теоремы о пределе последовательности: о единственности предела, о пределе подпоследовательности, о трех пределах.
8. Теоремы о пределе последовательности: об оценке последовательности, о предельном переходе в неравенстве, об ограниченности сходящейся последовательности.
9. Арифметические операции над пределами последовательностей.
10. Теоремы о произведении бесконечно малой и ограниченной последовательности, о сходимости монотонно возрастающей ограниченной сверху последовательности.
11. Число e как предел последовательности $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.
12. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
13. Принцип сходимости (теорема Коши). Фундаментальная последовательность.
14. Предел функции в точке по Коши и по Гейне. Эквивалентность определений.
15. Конечный предел функции на бесконечности, бесконечный предел в точке, бесконечный предел на бесконечности.
16. Распространение теорем о пределах последовательностей на пределы функций: теоремы о единственности предела, об арифметических операциях над пределами, о трех пределах.
17. Распространение теорем о пределах последовательностей на пределы функций: теоремы 4-7.
18. Односторонние пределы.

19. 1-ый замечательный предел.
20. 2-ой замечательный предел.
21. Классификация бесконечно малых. Шкала бесконечно малых.
22. Теоремы об эквивалентных бесконечно малых.
23. Непрерывность функции в точке и в промежутке.
24. Арифметические операции над непрерывными функциями.
25. Примеры непрерывных функций. Непрерывность сложной функции.
26. Классификация разрывов.
27. Теоремы Больцано-Коши.
28. Существование и непрерывность обратной функции.
29. 1-я теорема Вейерштрасса.
30. 2-я теорема Вейерштрасса.
31. Асимптоты функции.
32. Степенная функция с натуральным и целым показателем. Многочлен.

Дробно-рациональная функция.

33. Корень и степень с рациональным показателем.
34. Степень с иррациональным показателем. Показательная функция.
35. Логарифмическая функция. Свойства логарифмов. Степенная функция.
36. Использование непрерывности при доказательстве пределов.

Эквивалентность бесконечно малых $\ln(1+x) \sim x$, $e^x - 1 \sim x$, $(1+x)^\mu \sim \mu x$ при $x \rightarrow 0$.

37. Показательно-степенная функция. Обратные тригонометрические функции.

2 семестр

1. Задачи, приводящие к понятию производной.
2. Определение и примеры вычисления производной. Физический и геометрический смысл производной.
3. Производная обратной функции. Связь между существованием производной и непрерывностью.
4. Правила вычисления производных.
5. Производная сложной и показательно-степенной функции.
6. Дифференциал. Его геометрический и физический смысл. Правила дифференцирования.
7. Производные и дифференциалы высших порядков.
8. Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно.
9. Теоремы Ферма и Ролля.
10. Теоремы Лагранжа и Коши.
11. Формула Тейлора.
12. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Коши.
13. Правила Лопиталю.
14. Условия монотонности функции. Экстремумы.
15. Направление выпуклости. Точки перегиба.
16. Первообразная и неопределенный интеграл.
17. Свойства неопределенных интегралов. Таблица интегралов.
18. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.
19. Интегрирование рациональных функций.

20. Интегрирование выражений, содержащих радикалы. Подстановки Эйлера.
21. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.
22. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла.
23. Классы интегрируемых функций.
24. Свойства определенного интеграла.
25. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
26. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
27. Кривые, заданные параметрически. Кривые в полярной системе координат.
28. Вычисление площади.
29. Вычисление площади в полярных координатах и в случае параметрического задания кривой.
30. Вычисление объема. Объем тела вращения. Принцип Ковальери.
31. Длина дуги.
32. Поверхность тела вращения.
33. Статические моменты и центр тяжести плоской кривой. Первая теорема Гульдина.
34. Статические моменты и центр тяжести плоской фигуры. Вторая теорема Гульдина.
35. Интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
36. Интегралы от разрывных функций.

3 семестр

1. Ряд, его сумма и остаток. Геометрический ряд. Необходимый признак сходимости.
2. Гармонический ряд. Обобщенный гармонический ряд.
3. Положительные ряды. Сравнительные признаки сходимости положительных рядов.
4. Признаки Даламбера и Коши сходимости положительных рядов.
5. Интегральный признак сходимости.
6. Произвольные по знаку ряды. Обобщенный признак сходимости Даламбера.
7. Теорема Лейбница.
8. Теоремы Дирихле и Римана.
9. Умножение рядов.
10. Функциональные ряды. Область сходимости.
11. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости.
12. Свойства степенных рядов: непрерывность суммы ряда и возможность почленного перехода к пределу.
13. Свойства степенных рядов: почленное интегрирование и дифференцирование.
14. Функции, допускающие разложение в степенной ряд. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена.
15. Условие разложимости функции в ряд Тейлора.
16. Разложение в ряд Тейлора многочлена и дробно-рациональной функции.
17. Разложение в ряд Тейлора показательной и тригонометрических функций.

18. Разложение в ряд Тейлора функций $y = \arctg x$ и $y = \ln(1 + x)$. Вычисление числа π .
19. Биномиальный ряд и приближенное вычисление корней.
20. Приближенное вычисление интегралов и пределов с помощью рядов.
21. Тригонометрический ряд. Ортогональная система функций. Ряд Фурье.
22. Теорема о единственности разложения функции в тригонометрический ряд. Особенности ряда Фурье четной и нечетной функции.
23. Теорема Дирихле. Примеры разложения функций в ряд Фурье.
24. Разложение в ряд Фурье функции, заданной на отрезке $[0; \pi]$, $[a; b]$.
25. Функция нескольких переменных. Линии уровня.
26. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
27. Частные производные. Полное приращение функции.
28. Производная сложной функции. Полный дифференциал.
29. Инвариантность формы первого дифференциала. Геометрический смысл частных производных и дифференциала.
30. Производная по направлению. Градиент.
31. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
32. Теорема о неявно заданной функции.
33. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.
34. Вычисление дифференциалов высших порядков.

4 семестр

1. Формула Тейлора.
2. Необходимое условие экстремума функции нескольких переменных.
3. Достаточное условие экстремума функции нескольких переменных.
4. Наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных.
5. Задача, приводящая к понятию двойного интеграла.
6. Сведение двойного интеграла к повторному. Определение двойного интеграла.
7. Условие существования двойного интеграла.
8. Классы интегрируемых функций.
9. Свойства двойного интеграла.
10. Приведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области.
11. Приведение двойного интеграла к повторному в случае криволинейной области.
12. Преобразование площадей при регулярных отображениях.
13. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
14. Определение тройного интеграла. Условие существования тройного интеграла.
15. Вычисление объемов с помощью тройного интеграла.
16. Площадь гладкой поверхности.
17. Площадь поверхности вращения.

18. Масса и координаты центра тяжести материальной пластины и материального тела.

5 семестр

1. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
2. Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными.
3. Дифференциальные уравнения первого порядка: однородные уравнения
4. Линейные уравнения.
5. Уравнения Бернулли.
6. Уравнения в полных дифференциалах.
7. Уравнения, допускающие понижение порядка.
8. Теорема существования и единственности для уравнения первого порядка, для нормальной системы уравнений, для уравнения n -го порядка.
9. Пространство решений однородного линейного уравнения n -го порядка. Фундаментальная система решений, общее решение.
10. Вронскиан. Неоднородное линейное уравнение и вид его общего решения.
11. Линейное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.

На зачете студенту предлагается выполнить практические задания.

На экзамене – билет с двумя теоретическими вопросами и двумя практическими заданиями.

Примеры задач на зачете

3 семестр

1. Найти неопределенный интеграл $\int (x^2 + 5x - 7) \ln 2x \, dx$.
2. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{2x^2 + 15x + 13}{x^3 + 2x^2 - 3x - 10} \, dx$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 9 - x^2$, $y = 3 - x$, $y = \frac{9}{5}x + \frac{1}{5}$.
4. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси Ox площадки, ограниченной линиями $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$, $x = \pi/4$.
5. Исследовать на сходимость 1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n\sqrt{n+5}}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{\frac{n}{n^3+2}}$.
6. Определить область сходимости 1) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2x}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^n}$.

4 семестр

Примеры задач:

1. Вычислить с заданной точностью $\sqrt[4]{90}$, $\varepsilon = 0,01$.
2. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x} + \sin x - 1}{2x}$.
3. Исследовать на экстремум функцию $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$.
4. Найти значение частных производных функции $x^2 + y^2 + z^2 - 2xz = 2$ в точке $M(0; 1; -1)$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = 2x^3 - xy^2 + y^2$ в области, ограниченной линиями $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 6$.

6. Найти координаты центра тяжести однородной пластины, ограниченной линиями

$y = (x - 2)^2$, $y = 1$, $y = 8 - x$, $x = 2$ и содержащей точку $M(3; 2)$.

7. Вычислить тройной интеграл $\iiint_G (z - y) dx dy dz$, где область G ограничена поверхностями:

$$x = 0, \quad x = 2, \quad y = 1, \quad z = 0, \quad y - z + 5 = 0.$$

Программа оценивания учебной деятельности студента

1 семестр

Лекции

От 0 до 14 баллов за семестр.

Критерии оценивания:

- количество посещенных студентом лекций, блиц-опрос.

Практические занятия

От 0 до 30 баллов за семестр.

Критерии оценивания:

- количество посещенных студентом практических занятий 0-15, активность студента на практических занятиях 0-6. Правильность выполнения домашних заданий 0-9.

Самостоятельная работа

Правильное выполнение контрольной работы – от 0 до 10 баллов.

Промежуточная аттестация — экзамен

От 0 до 40 баллов.

35-40 баллов – ответ на «отлично»;

25-34 баллов – ответ на «хорошо»;

15-24 баллов – ответ на «удовлетворительно»;

0-14 баллов – неудовлетворительный ответ.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «Математический анализ» составляет 100 баллов.

2 семестр

Лекции

От 0 до 17 баллов за семестр.

Критерии оценивания:

- количество посещенных студентом лекций, блиц-опрос.

Практические занятия

От 0 до 36 баллов за семестр.

Критерии оценивания:

- количество посещенных студентом практических занятий 0-15, активность студента на практических занятиях 0-6. Правильность выполнения домашних заданий 0-15.

Самостоятельная работа

Правильное выполнение контрольной работы – от 0 до 10 баллов.

Промежуточная аттестация — экзамен

От 0 до 40 баллов.

35-40 баллов – ответ на «отлично»;

25-34 баллов – ответ на «хорошо»;

15-24 баллов – ответ на «удовлетворительно»;

0-14 баллов – неудовлетворительный ответ.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 2 семестр по дисциплине «Математический анализ» составляет 100 баллов.

3 семестр

Лекции

От 0 до 14 баллов за семестр.

Критерии оценивания:

- количество посещенных студентом лекций, блиц-опрос.

Практические занятия

От 0 до 30 баллов за семестр.

Критерии оценивания:

• количество посещенных студентом практических занятий 0-15, активность студента на практических занятиях 0-6. Правильность выполнения домашних заданий 0-9.

Самостоятельная работа

Правильное выполнение контрольной работы – от 0 до 10 баллов.

Промежуточная аттестация — зачет

51-100 баллов – «зачтено»,

0-50 баллов – «не зачтено».

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 3 семестр по дисциплине «Математический анализ» составляет 100 баллов.

4 семестр

Лекции

От 0 до 11 баллов за семестр.

Критерии оценивания:

- количество посещенных студентом лекций, блиц-опрос.

Практические занятия

От 0 до 30 баллов за семестр.

Критерии оценивания:

• количество посещенных студентом практических занятий 0-15, активность студента на практических занятиях 0-6. Правильность выполнения домашних заданий 0-9.

Самостоятельная работа

Правильное выполнение контрольной работы – от 0 до 10 баллов.

Промежуточная аттестация — зачет

51-100 баллов – «зачтено»,

0-50 баллов – «не зачтено».

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 4 семестр по дисциплине «Математический анализ» составляет 100 баллов.

5 семестр

Лекции

От 0 до 10 баллов за семестр.

Критерии оценивания:

- количество посещенных студентом лекций, блиц-опрос.

Практические занятия

От 0 до 30 баллов за семестр.

Критерии оценивания:

- количество посещенных студентом практических занятий 0-15, активность студента на практических занятиях 0-6. Правильность выполнения домашних заданий 0-9.

Самостоятельная работа

Правильное выполнение контрольной работы – от 0 до 10 баллов.

Промежуточная аттестация — экзамен

От 0 до 40 баллов.

35-40 баллов – ответ на «отлично»;

25-34 баллов – ответ на «хорошо»;

15-24 баллов – ответ на «удовлетворительно»;

0-14 баллов – неудовлетворительный ответ.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 5 семестр по дисциплине «Математический анализ» составляет 100 баллов.

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры математики, информатики, физики (протокол № 1 от 31 августа 2022 года).

Автор: Керганова В.В.