

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»**

Балашовский институт (филиал)

СОГЛАСОВАНО

заведующий кафедрой

 Сухорукова Е.В.

" 31 " августа 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ

председатель НМК БИ СГУ

 Мазалова М. А.

" 31 " августа 2022 г.

Фонд оценочных средств

для текущего контроля и промежуточной аттестации
по дисциплине

Алгебра и теория чисел

Направление подготовки бакалавриата

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профили подготовки бакалавриата

Математика и физика

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Балашов

2022

Карта компетенций

Контролируемые компетенции (шифр компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык)	Виды заданий и оценочных средств
<p>ПК-1 Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках основных образовательных программ общего образования, по программам дополнительного образования детей и взрослых</p>	<p>1.1_Б.ПК-1. Осуществляет преподавание учебных дисциплин по профилю (профилям) подготовки в рамках основных образовательных программ общего образования соответствующего уровня.</p>	<p>В категории «ЗНАТЬ» З_1.1_Б.ПК-1. Владеет системой предметных знаний, составляющих содержание образования на соответствующем уровне общего образования (по профилю подготовки). В категории «ВЛАДЕТЬ» В_1.2_Б.ПК-1. Владеет навыком решения задач / выполнения практических заданий из школьного курса; обосновывает выбор способа выполнения задания.</p>	<p>Проверочная работа Тестирование</p>
	<p>3.1_Б.ПК-1. Владеет системой научных знаний в соответствующей предметной области (по профилю подготовки).</p>	<p>В категории «ЗНАТЬ» 3.1_Б.ПК-1. Владеет системой научных знаний в соответствующей предметной области (по профилю подготовки).</p>	<p>Проверочная работа Тестирование</p>
<p>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;</p>	<p>1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.</p>	<p>В категории «ЗНАТЬ» З_1.1_Б.УК-1. Знает типовую (инвариантную) структуру задачи и возможные варианты реализации этой структуры; знает различные типологии задач, понимает классификационные признаки, лежащие в основе этих типологий; осознает особенности решения задач различных типов. В категории «УМЕТЬ» У_3.3_Б.УК-1. Умеет использовать при выдвижении и обсуждении вариантов решения задачи возможности технологии развития критического мышления, различные формы организации дискуссии.</p>	<p>Проверочная работа Тестирование</p>

		<p>У_1.1_Б.УК-1. Умеет анализировать задачу, выделять условие и задание (вопрос), соотносить предложенную задачу с тем или иным известным типом, определять необходимые для решения задачи знания, умения, дополнительные сведения.</p>	
	<p>3.1_Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>В категории «ЗНАТЬ» З_3.1_Б.УК-1. Знает способы решения типовых задач из конкретной области знания, называет эти способы, комментирует выбор.</p> <p>В категории «УМЕТЬ» У_3.1_Б.УК-1. При решении нестандартных задач (повышенной сложности, междисциплинарных, творческих и т. п.) предлагает способы решения на основе имеющихся знаний и умений.</p> <p>У_3.2_Б.УК-1. Сравнивает различные способы решения задачи, оценивая их особенности (валидность, трудоемкость, необходимость привлечения дополнительных ресурсов и т. д.).</p>	<p>Проверочная работа Тестирование</p>

Показатели оценивания результатов обучения

Показатели оценивания результатов обучения ориентированы на шкалу оценивания, установленную в балльно-рейтинговой системе, принятой в СГУ имени Н. Г. Чернышевского.

Семестр	Шкала оценивания			
	не зачтено		зачтено	
1 семестр	Студент демонстрирует низкий уровень достижения результатов. Не более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.		Студент демонстрирует удовлетворительный уровень достижения результатов. Более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.	
	Шкала оценивания			
	2	3	4	5
2 семестр	Студент демонстрирует низкий уровень достижения результатов. Не более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.	Студент демонстрирует удовлетворительный уровень достижения результатов. Более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.	Студент демонстрирует хороший уровень достижения результатов. Не менее 71% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.	Студент демонстрирует высокий уровень достижения результатов. Не менее 85% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.
3 семестр	Студент демонстрирует низкий уровень достижения результатов. Не более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.	Студент демонстрирует удовлетворительный уровень достижения результатов. Более 50% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.	Студент демонстрирует хороший уровень достижения результатов. Не менее 71% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.	Студент демонстрирует высокий уровень достижения результатов. Не менее 85% объёма заданий для текущего и промежуточного контроля выполнены без ошибок.

Оценочные средства

1. Задания для текущего контроля

По дисциплине

Задания для текущего контроля по дисциплине носят комплексный характер и направлены на проверку сформированности компетенций УК-1, ПК-1.

В соответствии с принятой в СГУ имени Н. Г. Чернышевского балльно-рейтинговой системой учета достижений студента (БАРС) баллы, полученные в ходе текущего контроля, распределяются по следующим группам:

- самостоятельная работа;
- другие виды учебной деятельности.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА: от 0 до 40 баллов за семестр.

1. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа №1

Демонстрационный вариант

1. Вычислить, если это возможно, $2A - 3B$, AB , BA при условии:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 4 & 3 & -2 \\ 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера, сделать проверку:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ 5x + 6y = -7. \end{cases}$$

Самостоятельная работа №2

Демонстрационный вариант

1. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$$
2. Исследовать и решить систему уравнений в зависимости от значения

$$\text{параметра } \lambda : \begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ x_1 + \lambda x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = \lambda. \end{cases}$$

Самостоятельная работа №3

Демонстрационный вариант

1. Найти общее решение, фундаментальную систему решений, сделать проверку:

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0. \end{cases}$$

Самостоятельная работа №4

Алгебраическая форма комплексного числа

Демонстрационный вариант

1. Вычислить: а) $(\sqrt{3} - i)(\sqrt{2} - i\sqrt{3})$; б) $\frac{6}{3 - 5i}$;
2. Найти x и y , считая их вещественными: $(4 - i)x + (2 + 5i)y = 8 + 9i$.

Самостоятельная работа №5

Тригонометрическая форма комплексного числа

Демонстрационный вариант

1. Представить в тригонометрической форме следующие числа: а) $1 + i$; б) $\sqrt{3} - i$.
2. Вычислить, пользуясь формулой Муавра: $\left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}\right)^{20}$.

Самостоятельная работа №6

Линейные операторы

Демонстрационный вариант

1. В двумерном евклидовом пространстве дан ортонормированный базис $\{e_1, e_2\}$ и линейный оператор φ , который вектор e_1 растягивает вдвое и поворачивает на угол π , а вектор e_2 поворачивает по часовой стрелке на угол $\frac{\pi}{2}$. Найти образ вектора $a = 2e_1 + 3e_2$ под действием оператора φ .

Самостоятельная работа №7

Ортонормированный базис

Демонстрационный вариант

1. Построить ортонормированный базис подпространства, натянутого на систему векторов: $a_1(1;1;1), a_2(1;-1;4), a_3(1;3;1;-2), a_4(1;2;0;2)$.

Самостоятельная работа № 8

Конечные цепные дроби

Демонстрационный вариант

1. Разложить в цепную дробь и свернуть с помощью подходящих:
а) $\frac{539}{103}$; б) $\frac{2517}{773}$; в) $-\frac{55}{117}$.
2. Решить в целых числах уравнения:
3. а) $142x + 82y = 6$; б) $7x - 19y = 23$.

Самостоятельная работа № 9

Систематические числа

Демонстрационный вариант

Записать числа 201_3 и 6514_7 в системе счисления с основанием 5 и разделить большее на меньшее.

Самостоятельная работа № 10

Демонстрационный вариант

Транспортной организации, имеющей грузовые машины грузоподъемностью 3,5 и 4,5 т, предложено перевезти 53 т груза. Определить, сколько машин того и другого типа должен выделить диспетчер для перевозки указанного груза одним рейсом при условии полного использования грузоподъемности всех выделенных автомашин.

4. Решить сравнение (разными способами): $78x \equiv 30 \pmod{198}$.

Самостоятельная работа №11

Демонстрационный вариант

1. Определите длину периода десятичной дроби, в которую обращаются обыкновенные несократимые дроби со знаменателем, равным 35.

2. Проверьте результаты арифметических действий по модулю 9 и по модулю 11: а)

$$4237 \times 27925 = 111275855; \text{ б) } \frac{42981}{8264} = 5201.$$

Самостоятельная работа на практическом занятии предназначена для оперативного контроля успеваемости, занимает 20-30% времени практического занятия. Планируется 10 самостоятельных работ при освоении дисциплины.

Оценка за самостоятельную работу выставляется в соответствии со следующими критериями:

- оценка «отлично» (5 баллов) - 80-100% правильно решенных заданий;
- оценка «хорошо» (4 балла) - 65-79% правильно решенных заданий;
- оценка «удовлетворительно» (3 балла) - 50 -64% правильно решенных заданий;
- оценка «неудовлетворительно» - 49% и менее правильно решенных заданий.

2. Контрольная работа

Контрольная работа № 1 (индивидуальное задание)

«Матрицы, определители. Системы линейных уравнений»

Демонстрационный вариант

№1. Найти α , если определитель равен 91:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & -2 \\ 3 & -3 & -1 & 4 \\ -2 & \alpha & -3 & -1 \\ -3 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

№2. Вычислить определитель (используя свойства):

$$\begin{vmatrix} 13 & 3 & -2 \\ 24 & -3 & -2 \\ 24 & 2 & -3 \\ 23 & 3 & 4 \end{vmatrix}.$$

№3. Обратить матрицу $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 4 \\ -2 & -4 & 3 \\ -4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ с помощью определителей.

№4. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -3 & -2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} -2 & -4 & 2 \\ -4 & 2 & 1 \\ 3 & -4 & -3 \end{pmatrix}$.

№5. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} -3x + 4y - 2z = -14, \\ 3x - 4y + 4z = 6, \\ 3x + y + 3z + 10 = 0. \end{cases}$$

№6. Решить уравнение $XA = B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -3 & -4 & -4 \\ -4 & 3 & -4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 11 & -18 & 4 \\ -12 & 16 & 0 \\ 0 & -16 & -8 \end{pmatrix}$, с помощью элементарных преобразований.

№7. Исследовать и решить систему уравнений методом Гаусса, сделать проверку:

$$\text{а) } \begin{cases} -x + 2y - 2z + t = 2, \\ x - y + 2z - 4t = -2, \\ 2x - y - 3z - t = 10, \\ -3x + 4y - 4z - 3t = 2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -3x - y + 3z + 2t = 12, \\ x - 3y - 4z - 2t = -3, \\ 4x + y + 3z + 4t = 5, \\ 3y + 10z + 8t - 21 = 0; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23. \end{cases}$$

№8. Выясните, какие значения должны принимать i и j , чтобы произведение $a_{17}a_{23}a_{31}a_{4i}a_{54}a_{66}a_{7j}a_{82}a_{99}$ входило в определитель девятого порядка:

а) со знаком «плюс»; б) со знаком «минус».

№9. Вычислите ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 & 0 \\ 3 & 7 & 0 & -8 \\ 2 & -5 & -3 & 3 \\ 7 & 4 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

а) методом окаймляющих миноров с указанием базисного минора;

б) методом элементарных преобразований.

Контрольная работа №2

Демонстрационный вариант

1. Выяснить линейную зависимость системы векторов, найти один из ее базисов и выразить через него остальные векторы системы.

$$a_1(1;2;3;-4), a_2(2;3;-4;1), a_3(2;-5;8;-3), a_4(5;26;-9;-12), a_5(3;-4;1;2).$$

2. Найти размерности и базисы подпространств $A, B, A + B, A \cap B$, где $A \langle a_1, a_2 \rangle, B \langle b_1, b_2 \rangle$, и выяснить, принадлежит ли вектор $x(3;-2;0;4)$ одному из этих подпространств, если $a_1(1;2;-2;1), a_2(1;3;0;0), b_1(-1;2;0;1), b_2(0;1;2;-1)$.

Контрольная работа №3

Поле комплексных чисел

Демонстрационный вариант

1. Вычислить значение выражения: $\frac{(-2 + 2i)^4}{(1 + i)^3} + 2i - 5 + \frac{1}{3 + i}$.

2. Решить уравнение над полем комплексных чисел: $x^2 - 3x + 3 + i = 0$.

3. Точки, изображающие числа z_1 и z_2 , находятся соответственно в III и II координатных углах. Учитывая, что $|z_1| = 3$, а $|z_2| = 6$ найти точки, изображающие следующие

числа: а) $(z_2 - \bar{z}_1) \cdot z_1$; б) $-3 + i + \frac{z_2}{z_1}$.

4. Представить число $z = \sin \frac{\pi}{5} - i \cos \frac{\pi}{5}$ в тригонометрической форме.
5. Найти все значения корня $\sqrt[5]{4-4i}$ и построить их геометрическое изображение.

Контрольная работа № 4
 Линейные отображения
 Демонстрационный вариант

1. Линейное отображение φ пространства R^2 в базисе $a_1 = (2;1)$, $a_2 = (1;1)$ имеет матрицу

$$A_a = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix},$$

- а линейное отображение ψ пространства R^2 в базисе $b_1 = (5;2)$, $b_2 = (1;0)$ имеет матрицу

$$B_b = \begin{pmatrix} 7,5 & 3,5 \\ 4,5 & 1,5 \end{pmatrix}.$$

Найдите матрицы отображений $\varphi + \psi$ и $\varphi \cdot \psi$ в базисе b_1, b_2 .

2. а) Найдите ядро, ранг и область значений линейного отображения φ пространства M_2 действительных матриц порядка 2 над полем R , если φ задано матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & 7 & 13 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

в базисе

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- б) Выясните, принадлежит ли вектор

$$y = \begin{pmatrix} -22 & -40 \\ 2 & 10 \end{pmatrix} \text{ из } M_2 \text{ подпространству } \text{Ker } \varphi.$$

3. Найдите собственные значения и собственные векторы линейного отображения φ пространства R^4 над полем R , заданного в некотором базисе матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -5 & -3 \\ 4 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Выясните, можно ли матрицу

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

линейного отображения φ действительного пространства L привести к диагональному виду путём перехода к новому базису и, если можно, то найдите этот базис и соответствующую ему диагональную матрицу.

Контрольная работа № 5

Теория делимости в кольце целых чисел

Демонстрационный вариант

1. Запишите данные систематические дроби в виде обыкновенных в той же системе счисления: а) $0,87(102)_9$; б) $0,7(5)_8$.
2. Найдите наибольший общий делитель чисел 4081, 4972, 3377.
3. Представьте наибольший общий делитель чисел 646 и 976 в виде их линейной комбинации.
4. Найдите наименьшее общее кратное чисел 1910 и 1540.
5. Найдите каноническое разложение числа 125!
6. Разложите в цепную дробь и замените подходящей дробью с точностью до 0,001 число $\frac{2517}{773}$.
7. Найдите действительное число α , которое обращается в цепную дробь $[(1;3)]$.
8. Для перевозки зерна имеются мешки вместимостью 60кг и 80 кг. Определите, какое количество мешков одной и другой вместимости необходимо для перевозки 440 кг зерна.

Контрольная работа № 6

Теория сравнений с арифметическими приложениями.

Демонстрационный вариант

1. Решите с помощью теоремы Эйлера сравнение $78x \equiv 30 \pmod{198}$.
2. Решите с помощью цепных дробей сравнение $111x \equiv 147 \pmod{87}$.
3. Решите систему сравнений
$$\begin{cases} 2x \equiv 31 \pmod{35}, \\ 4x \equiv 7 \pmod{25}, \\ 5x \equiv 18 \pmod{21}. \end{cases}$$
4. Найдите первообразный корень по модулю 53.
5. Решите с помощью индексов сравнение $23^x \equiv 37 \pmod{41}$.
6. Найдите остаток от деления 14^{245} на 90.

Контрольная работа проводится в запланированное время (планируется 6 контрольных работ при освоении дисциплины) и предназначена для оценки знаний, умений и навыков, приобретенных в процессе теоретических и практических занятий курса. Контрольная работа №1 проводится по индивидуальным вариантам, количество различных вариантов совпадает с количеством студентов в группе. Студенты отчитываются за каждое задание своего варианта.

Оценка за контрольную работу выставляется в соответствии со следующими критериями:

- оценка «отлично» (5 баллов) - 80-100% правильно решенных заданий;
- оценка «хорошо» (4 балла) - 65-79% правильно решенных заданий;
- оценка «удовлетворительно» (3 балла) - 50 -64% правильно решенных заданий;
- оценка «неудовлетворительно» - 49% и менее правильно решенных заданий.

3. Тесты

1. На множестве $X = \{1, 2, 3, 4\}$ заданы бинарные отношения

I. $\rho_1 = \{ (2, 2), (4, 4), (1, 2), (3, 4) \}$

II. $\rho_2 = \{ (1, 1), (2, 3), (3, 2), (2, 2), (3, 3), (4, 4) \}$

III. $\rho_3 = \{ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (3, 2) \}$

Какое из них является отношением эквивалентности? Построить фактор-множество.

Варианты ответа:

1) ρ_1

2) ρ_1, ρ_2

3) ρ_2

4) ρ_3

5) ρ_1, ρ_2, ρ_3

2. Пусть $*$ - бинарная операция на множестве натуральных чисел: $a * b = \text{НОД}(a, b)$. Какое из следующих утверждений справедливо:

I. $*$ коммутативна; II. $*$ ассоциативна; III. $*$ имеет нейтральный элемент

IV. $*$ обратима?

Варианты ответа:

1) I и III

2) только III

3) только II

4) только I и II

5) I, II и IV

3. На множестве Z задано бинарное отношение $\omega : x \omega y \Leftrightarrow x \dot{=} y$.

Какие из следующих утверждений верны:

I. ω - отношение порядка

II. ω не является отношением порядка

III. ω - отношение линейного порядка?

Варианты ответа:

1) только I

2) I и III

3) II

4. Какие из указанных алгебр являются группами:

I. $\langle Z, - \rangle$; II. $\langle 2Z, + \rangle$; III. $\langle A, + \rangle$, где $A = \{0, 1\}$; IV. $\langle B, \cdot \rangle$, где $B = \{-1, 1\}$?

Варианты ответа:

1) только I

2) только II и III

3) только II и IV

4) только II

5) I, II и III

5. Какие из следующих числовых алгебраических систем являются кольцами: $N = \langle N, +, \cdot \rangle$, $2N = \langle 2N, +, \cdot \rangle$, $R = \langle R, +, \cdot \rangle$, $C = \langle C, +, \cdot \rangle$

Варианты ответа:

1) N ; 2) $2N$; 3) $R; C$; 4) $R; 2N$.

6. Какие из следующих числовых алгебраических систем являются полями: $N = \langle N, +, \cdot, >$, $Z = \langle 2N, +, \cdot, >$, $Q = \langle Q, +, \cdot, >$, $C = \langle C, +, \cdot, >$?

Варианты ответа:

1) Z ; 2) Q ; C ; 3) Z ; N ; 4) N ; C .

7. Указать биективные отображения:

а) $f_1(x) = x^2$ на множестве R ;

б) $g(x) = 2x + 1$ на множестве R ;

в) $v(x) = x^2$ на множестве R^+ ;

г) $f_2(x) = -3x$ на множестве R .

Варианты ответа:

1) g, v, f_2 ; 2) g ; 3) g, v ; 4) g, f_2 .

8. Определить количество элементов во множестве $A \times B$, если $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1; 2; 7\}$

Варианты ответа:

1) 6; 2) 3; 3) 9; 4) 8; 5) 0.

9. Верно ли соотношение $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$?

Варианты ответа:

1) нет; 2) да

10. Пусть $A = \{x \mid x^2 - x - 2 \leq 0\}$, $B = \left\{x \mid \frac{-x+1}{x+1} \geq 0\right\}$. Найти $A \setminus B$.

Варианты ответа:

1) $(-\infty; -1)$; 2) $\{-1\} \cup (1; 2]$; 3) $(-1; 1]$; 4) $(1; 2]$

11. Определить количество подмножеств множества $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$.

Варианты ответа:

1) 1024; 2) 100; 3) 1025; 4) 50.

12. Сколько отношений эквивалентности можно задать на множестве $A = \{a_1, a_2, a_3\}$?

Варианты ответа:

1) 0; 2) 5; 3) 8; 4) 3.

Методические рекомендации по выполнению теста

Контрольно-измерительные материалы проверяют остаточные знания студента. Тестовые задания направлены на применение усвоенных ранее знаний в типовых ситуациях. Число вариантов ответов на каждое задание — от двух до пяти. Число заданий в тестовом варианте — 12. Продолжительность сеанса тестирования — не более 60 минут. Рекомендуемое число различных вариантов каждого вопроса — не менее 3-х.

Студенты получают оценки:

- оценка «отлично» (5 баллов) - 80-100% правильно решенных заданий;
- оценка «хорошо» (4 балла) - 65-79% правильно решенных заданий;
- оценка «удовлетворительно» (3 балла) - 50 -64% правильно решенных заданий;
- оценка «неудовлетворительно» - 49% и менее правильно решенных заданий.

Задания для промежуточной аттестации

1. Список вопросов к экзамену / зачёту

Перечень вопросов к зачету

1 семестр

1. Множество. Подмножество. Операции над множествами и их основные свойства. Диаграммы Эйлера-Венна.
2. Понятие упорядоченной пары. Прямое произведение множеств. Бинарные (n – арные) отношения.
3. Отношение эквивалентности. Разбиение множества на классы эквивалентности. Фактор-множество.
4. Отношение порядка. Отношение линейного порядка.
5. Понятие функции. Композиция функций.
6. Понятие алгебраической операции. Виды элементов: нейтральный, обратный, нулевой, идемпотентный.
7. Алгебра. Подалгебра.
8. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр.
9. Понятие группы. Примеры групп. Простейшие свойства.
10. Понятие кольца. Подкольцо. Простейшие свойства.
11. Гомоморфизм и изоморфизм колец
12. Поле. Примеры. Простейшие свойства.
13. Упорядоченное поле. Примеры. Простейшие свойства.
14. Система действительных чисел. Простейшие свойства.
15. Поле комплексных чисел.
16. Понятие числового поля. Наименьшее подполе числового поля.
17. Геометрическая интерпретация комплексных чисел и операций над ними.
18. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.
19. Корни из комплексных чисел.
20. Мультипликативная группа корней из единицы. Первообразные корни из единицы.
21. Двучленные уравнения.
22. Операции над матрицами, их свойства. Аддитивная группа матриц над полем P .
23. Ассоциативность умножения матриц.
24. Кольцо квадратных матриц над полем P .
25. Группа подстановок. Свойства. Чётность и знак подстановки.
26. Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей 2, 3 порядков.
27. Основные свойства определителей.
28. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение по строке или столбцу.
29. Обратная матрица.

Перечень вопросов к экзамену

2 семестр

1. Векторное пространство. Определение. Примеры. Простейшие свойства.
2. Арифметическое векторное пространство.
3. Подпространство. Линейная оболочка.
4. Сумма, прямая сумма подпространств. Линейное многообразие.
5. Линейная зависимость (независимость) системы векторов.
6. Базис и ранг системы векторов.
7. Координатная строка (столбец) вектора относительно данного базиса. Размерность векторного пространства.

8. Дополнение системы векторов до базиса.
9. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
10. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности.
11. Векторное пространство со скалярным умножением. Простейшие свойства.
12. Ортогональная система векторов. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов.
13. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса.
14. Процесс ортогонализации.
15. Ортогональное дополнение к подпространству. Разложение пространства в прямую сумму подпространства и ортогонального дополнения к нему.
16. Евклидово векторное пространство.
17. Норма вектора. Ортонормированный базис евклидова пространства.
18. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.
19. Совместные, несовместные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
20. Пространство решений системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
21. Правило Крамера. Условия существования нетривиальных решений системы n однородных линейных уравнений с n переменными.
22. Неоднородная система линейных уравнений. Линейное многообразие решений.
23. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения переменных. Понятие общего решения системы линейных уравнений.
24. Линейные отображения векторных пространств; примеры.
25. Ядро и образ линейного отображения.
26. Матрица линейного оператора. Связь между координатными столбцами векторов x и $\varphi(x)$.
27. Связь между координатными столбцами вектора относительно различных базисов.
28. Связь между матрицами линейного оператора относительно различных базисов; подобие матриц.
29. Обратимые линейные операторы.

Перечень вопросов к экзамену

3 семестр

1. Отношение делимости, его простейшие свойства.
2. Количество и сумма натуральных делителей числа.
3. Теорема о делении с остатком и её приложения.
4. Систематические числа. Перевод чисел из одной системы счисления в другую.
5. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел.
6. Решето Эратосфена.
7. Разложение целых чисел на простые множители и его единственность.
8. Наибольший общий делитель.
9. Взаимно простые числа.
10. Наименьшее общее кратное.
11. Алгоритм Евклида и его приложения.
12. Распределение простых чисел. Неравенство Чебышёва.
13. Цепные дроби. Представление чисел цепными дробями.
14. Сравнения в кольце целых чисел. Свойства.
15. Полная система вычетов.
16. Аддитивная группа классов вычетов.
17. Кольцо классов вычетов.

18. Приведённая система вычетов.
19. Мультипликативная группа классов вычетов, взаимно простых с модулем.
20. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.
21. Сравнения первой степени с одной переменной. Решение сравнений с помощью теоремы Эйлера.
22. Сравнения первой степени с одной переменной. Решение сравнений с помощью цепных дробей.
23. Сравнения высших степеней.
24. Показатель (порядок) числа и классы вычетов по модулю.
25. Существование первообразных корней по простому модулю.
26. Индексы по простому модулю.
27. Двучленные сравнения по простому модулю.
28. Таблицы индексов и их применение.
29. Понятие о степенных вычетах.
30. Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра. Критерий Эйлера.
31. Арифметические приложения теории сравнений: нахождение остатков при делении.
32. Арифметические приложения теории сравнений: признаки делимости. Общий признак делимости Паскаля.
33. Арифметические приложения теории сравнений: проверка результатов арифметических действий с помощью 9 и 11.
34. Арифметические приложения теории сравнений: длина периода систематической дроби.

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры математики, информатики, физики (Протокол № 1 от «31» августа 2022 года).

Автор – Насонова Е.Д.